様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 22 年　4 月　　28 日現在

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2006～2008
課題番号：18560219
研究課題名（和文）　状態によってモードが切り換わるシステムの実用的な振動解析法の構築に関する研究
研究課題名（英文）　Practical analytical method of nonlinear vibration for piecewise-linear systems

研究代表者
今村　仁（IMAMURA HITOSI）
茨城大学・工学部・講師
研究者番号：30213242

研究成果の概要：原子力プラント配管や建屋内の各種医療精密機器など，重要な機械・構造物の多くは，一般に衝突や摩擦などにより不連続に動作モードが切り換わる運動特性を有する．本研究は，このような解析が難しいタイプのシステムに発生する，周期解と呼ばれる基本的な運動モードの成立条件を解明し，起こり得るすべてのパターンについての詳細な構造を明らかにできる実用的な振動解析法を構築するための基礎研究を実施した．独自の解析法を用いて新たな安定判別法を見出し，従来，広く知られていた方法との関係について，より深い理解が得られた．

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
18 年度	1,900,000	0	1,900,000
19 年度	800,000	240,000	1,040,000
20 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総　計	3,500,000	480,000	3,980,000

研究分野：工学
科研費の分科・細目：機械工学　機械力学・制御
キーワード：非線形振動，力学系理論，ハイブリッド・システム，PWS システム，安定性解析

１．研究開始当初の背景
機械構造物は，一般に多数の部品から構成されるので，連結・接合部分にはガタや摩擦などの強い非線形性が介在することが普通である．このため，その動的振る舞いは単一の特性では記述できず，状態によって動作特性・運動モードが切り換わる「ハイブリッドシステム」となる．区分線形システム(以下，PWL システムと略称する)は，このようなシステムの最も基本的なモデルであり，原子力プラント配管の耐震設計や各種精密機器の微細振動の解析にも多用され，これまで詳細に研究されてきている．PWL システムはモード遷移間では線形系と等価であるので，区分的な厳密解を切り換えごとに接続することにより，体系全体の解を原理的には厳密に構成可能であり，一見すると，解析しやすい非線形システムであるように思われる．ところが，以下に示す理論的困難に阻まれ，この系の動的挙動は期待されているようには解明が進んでいない．(1)モードの切り換え時刻が数値的にしか求められないので，解の関数形が区分的に厳密に求められても，その大域的な構造に関する情報は得られない．(2)モー

ドの切り換え時刻でのベクトル場またはその高階微分は不連続に変化するので，従来用いられてきた解析手法の多くが，直接には適用できない．(3)モードの切り換えは，本来互いに無関係な特性をつなぎ合わせる効果をもつ．モード間遷移を線形システムの接続として捉える従来の解析法では，切り換えに特有の非線形な動的挙動の全体像を把握することは難しい．

したがって，これらの問題点を回避できる実用的な解析手法を構築することは，機械要素や複数の構造物が干渉し非線形に相互作用するような，より現実的な状況を想定した動力学解析と耐震設計の合理的な指針を策定する上で大きな意義がある．

２．研究の目的

研究代表者は，区分的な厳密解の接続に基づく従来の解析法(以下「接合法」と呼ぶ)では解析困難であった「モードの切り換えに伴う非線形効果の累積」を定量的に評価・把握できる理論的枠組みとして，「擬フィードバック形式」と呼ぶ厳密線形化法を提案してきた．本研究は，この解析法をベースにした新たな安定判別法を構築し，あらゆる区分線形特性を有するシステムに適用できる実用的な振動解析手法へ発展させることを目的とする．研究開始当初における目標を以下に示す．(1) 擬フィードバック形式に基づく安定判別法の構築 (2) 周期解を実現する切り換え時刻の効率的な近似計算法の確立 (3) 領域数が２以上で，局所的な固有振動数が互いに異なる，より一般的な PWL システムへ適用できる理論形式への拡張

３．研究の方法

PWL システムでは，運動(解軌道)が単一の特性で記述できる領域の境界に達し，支配方程式の切り換えが起きるたびに，新たな領域の解への切り換えが発生する．接合法に基づく従来の解析法では，切り換え直前での最終状態と切り換え直後での初期状態との関係を経由して，切り換え前後の状態間の関係を捉える．以下，切り換えを直接的に捉えるこの見方を「切り換えのダイナミクス」と呼ぶ．これに対して，擬フィードバック形式では，モードの切り換えを新たな情報の生成と捉える．すなわち，切り換え事象間では，PWL システムが線形システムと完全に等価であることに着目し，基準となる線形システム(以下，基底線形システムと呼ぶ)を想定し，切り換えのつど，領域間の相違に伴う仮想的な信号が基底線形システムにフィードバックされることにより，切り換え後の解軌道が生成される，と解釈する．この視点では，順次生成されていく切り換え事象に連動して，仮想的なフィードバック効果が積算されることによって，体系全体の運動が生成されていることになる．以下，この見方を「重ね合わせのダイナミクス」と称する．モードの切り換え時刻の系列は超越方程式の根で定義され，これら２つの解析法のいずれを用いた場合にも，数値的にしかその実現値は得られない．そこでこれらは陰的に規定されるパラメータとみなすことにすると，擬フィードバック形式では，切り換えをまたぐ一般解の全体的な関数形とその構造についての踏み込んだ解析が可能になる，という着想の転換がここでのポイントである．

研究代表者は，最も基本的な PWL システムである予圧縮ばね系と衝突振動系の場合に，擬フィードバック形式に基づく解析の可能性を詳細に検討し，主に周期解の構造の大域的な表記法についての理論的枠組みを整備してきた．領域数１の衝突振動系

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \beta x = \eta\cos(\omega t); \quad |x| < \gamma \qquad \text{(1a)}$$

$$\dot{x}(t^+) = -r\dot{x}(t^-); \quad |x| = \gamma \quad (0 \le r \le 1) \qquad \text{(1b)}$$

の場合には，擬フィードバック形式により原系(1)を

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \beta x = \eta\cos\omega t - \sum_{t_i \in Q}(1+r)\dot{x}(t_i^-)\delta(t - t_i)$$

$$;x \le \gamma \qquad (2)$$

のように厳密線形化できる．これにより，衝突が発生しない基底線形システムの応答と，衝突による非線形性を置き換えた仮想的な等価外力で励起される応答とを重ね合わせることによって大域的な一般解を導出できる．特に外力の n 周期間に m 回の衝突が発生する周期解（$X_m^n(T)$ と表記する）の場合には，線形システムの定常周期解 $S(t)$ と衝突速度を重みとする m 個の周期関数との和によって，その関数形を大域的に分解表記でき，フィードバックの累積効果を特徴的な積和構造として次式のように明確化できた．

$$X_m^n(t) = S(t) + \sum_{k=0}^{m-1} Q\left(t - t_k - T\left\lfloor\frac{t - t_k}{T}\right\rfloor\right)V$$

$$\times[\sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{\substack{0 \le q_1,\dots,q_{i-1} \le m-1 \\ q_i = k}} \prod_{j=1}^{i-1} \{Q\left(t_{q_{j+1}} - t_{q_j}\right.$$

$$\left.+Tu(-(t_{q_{j+1}} - t_{q_j}))\right)\}VS(t_{q_1})] \qquad (3)$$

安定性解析は，微少変分の時間発展という局所解析を主体にするものであり，体系全体の大域的な構造に主眼を置く擬フィードバック形式ではこれを如何なる理論形式で記述し得るのか，また，切り換え点近傍に着目する接合法に基づく直接的な安定解析法と比較して優位な点はあるのか，等の基本的な問

題が課題であった．また，切り換え時刻をパラメータとして扱っているので，解が大域的に満たすべきテンプレートが与えられるのみであり，真に実用的な振動解析法を構築するためには，パラメータ化した切り換え時刻を高精度に同定する必要がある．そこで，これまでの研究で得られた周期解に関する大域的な関数形に関する情報を接合法と連携させ，切り換え時刻を含めて高精度に周期解を導出できれば，今までにない実用的な解析体系の実現が期待できる．以下に研究目的で示した項目ごとに，研究方法を示す．

(1) 擬フィードバック形式に基づく安定性解析法　本研究では，変分方程式についても，基底線形システムで生成されるベースとなる成分と，モードの切り換えによって生成される，仮想フィードバック成分との和に分解し，それらがモードの切り換えのたびにどのように絡み合いながら時間発展するのかを，明示的に表記できる記述体系と計算法を以下のように構築する．　衝突状態間の Poincaré 写像の導写像は，次式

$$T_{i+1,i} \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{\partial t_{i+1}}{\partial t_i} & \dfrac{\partial t_{i+1}}{\partial y_i} \\ \dfrac{\partial y_{i+1}}{\partial t_i} & \dfrac{\partial y_{i+1}}{\partial y_i} \end{bmatrix} \quad (i \geq 0) \qquad (4)$$

で定義されるので，衝突状態間における時刻と速度の微小変分の時間発展は，次の差分方程式で与えられる．

$$[\Delta t_{i+1}, \Delta y_{i+1}]^T = T_{i+1,i}[\Delta t_i, \Delta y_i]^T \qquad (5)$$

接合法に基づく安定性解析では，周期解 $X_m^n(t)$ の安定限界は，(5)の m 回合成写像

$$T_{m,0} \equiv \prod_{i=0}^{m-1} T_{i+1,i} \qquad (6)$$

の行列式 $\det(T_{m,0})$ とトレース $\mathrm{tr}(T_{m,0})$ により，次式で判定できる．

$$|\,\mathrm{tr}(T_{m,0})| = 1 + \det(T_{m,0}) \qquad (7)$$

式(7)に現れる行列式は，　初等的な計算により，式(6)の行列積演算を実行せずに次式で与えられる．

$$\det(T_{m,0}) = (r^m e^{-\zeta(t_m - t_0)})^2 \qquad (8)$$

一方，トレースの導出は，式(6)の積演算が必要となる．ところが，実際にこれを実行しようとすると式が劇的に複雑化し，小さな m に対してさえ見通しのよい形式にまとめることは困難であった．　① そこで，微小変分の影響の伝播の非線形部分を擬フィードバック形式により重ね合わせ表現に書き換える．

$$\Delta t_m = \frac{f_{m,0}}{y_m^-} \qquad \Delta y_m = \left(\frac{a_m^-}{y_m^-} - \frac{\partial}{\partial t_m} \right) f_{m,0} \qquad (9)$$

記号は

$$f_{m,0} \equiv \xi(t_m, t_0)\Delta t_0 + \eta(t_m, t_0)\Delta y_0$$

$$+ \sum_{k=0}^{m-1} -(1+r)\left\{ \dot{\mathrm{F}}(t_m - t_k) y_k^- \Delta t_k - (t_m - t_k)\Delta y_k \right\}$$

$$\xi(t, t_0) \equiv (t - t_0) y_0^- + (t - t_0) a_0^-$$

$$\eta(t, t_0) \equiv -(t - t_0)$$

y_i, a_i は，それぞれ衝突時刻 t_i 直前での速度と加速度である．　② 擬フィードバック形式では，区分的な重ね合わせが可能であることを活用し，この変分方程式を解き，m 個の衝突時刻と衝突速度の系列を陰的なパラメータとして，m 回合成写像(6)の陽的な表示式を導出する．　③ 線形システムにおける状態推移関数に関する多数の変換公式を駆使して，計算過程に現れる微分演算子の作用の絡み合いを整理・縮約することにより，トレースの陽的な表示式を導出する．　④ 求められたトレースを式(7)に代入して，安定性限界についての統一的な公式が得られる．

(2)　接合法と擬フィードバック形式とを連携させた切り換え時刻の近似計算法　周期解の大域表現は，非線形性の影響の累積効果を表す連続周期関数を，切り換え速度で重み付けし，切り換え時刻だけシフトして正しく足し合わせた場合にのみ，周期解を再現できる．このことから，切り換え時刻と切り換え速度の推定値を用いて得られた周期解の近似値と真の周期解との誤差を最小化するように，これらの推定値を逐次修正する近似計算法が考えられる．これを実現する一つの方法として，大域化された周期関数の有限和を周期解の関数形として仮定し，接合法による結果と，周期解の厳密な大域表現(3)の情報とを連携させることにより，切り換え時刻と切り換え速度の修正量を効率的に求める，増分調和バランス法に類似した計算法の構築を目指して研究を進めた．そのためには，① 真の解との誤差の時間発展を記述する安定判別法を擬フィードバック形式に基づいて確立することがまず必要であるが，これは前述した研究方法の(1)により実施する．また，② 接合法と擬フィードバック形式とを連携させるために，両者の相互関係，特に，周期解成立条件が２つの表現形式でどのような関係になるのかを明確化する．

(3) 一般的な PWL システムへの理論拡張

擬フィードバック形式を複数の特性の貼り合わせから構成される多領域系へ拡張する理論形式として，(a)擬フィードバック形式を，系を構成する区分領域の数だけ重ね合わせる方法，(b)仮想的なフィードバックを強制外力ではなく係数励振で実現する方法，の２つの可能性を検討した．しかしながら，期限内

に十分な成果をあげることが困難であることがわかり，受動歩行系に見られる周期歩行軌道の解析に，擬フィードバック形式を応用する研究に軌道修正した．受動歩行系は，二脚を模擬した二重倒立振子の運動と，着地による２脚切り換えという離散事象とが連携するハイブリッドシステムであり，着地瞬間に不連続に加速される２自由度の衝突振動系とみなせるため，これまでに得られているノウハウの活用が期待できる．大須賀らは，脚切り換えという離散事象が，倒立振子の不安定運動を安定化される「隠れたフィードバック」として作用することが，アクティブな制御なしに安定歩行が可能な理由であるとする興味深い視点から，研究を進展させている．そこで，この系を擬フィードバック形式で記述し，「隠れたフィードバック」を，脚切り換えで生成される擬フィードバックの連鎖による歩行安定化機構であると捉え直し，以下の手順で研究を進めた．

① 運動を記述する支配方程式を周期歩行軌道近傍で線形近似し，擬フィードバック形式に書き換える．② 脚切り換え間の二脚の運動を表す区分的な厳密解を統一的に記述する状態推移関数を導出する．③ 周期歩行軌道の成立条件を表す超越方程式を導出する．④ この超越方程式を，ホモトピー法をベースに数値解析し，周期歩行軌道を成立させる初期条件(二脚の切り換え条件)を求める．⑤ 市販の二足歩行ロボットキットを用いて，導出された歩行軌道の安定歩行可能性を実験的に検証する．

４．研究成果

(1) 擬フィードバック形式に基づく安定性解析法　擬フィードバック形式に基づく $T_{m,0}$ の陽表示式を導出し，数学的帰納法により得られた結果が正しいことを証明した．導出された $T_{m,0}$ の対角成分を以下に示す．

$$\frac{\partial t_m}{\partial t_0}=\frac{1}{y_m^-}\Big[\xi(t_m,t_0)-(1+r)\dot{\mathrm{F}}(t_m-t_0)y_0^-$$

$$+\sum_{k=1}^{m-1}-(1+r)\left(\tfrac{\partial}{\partial t_m}-\tfrac{a_k^-}{y_k^-}+\tfrac{\partial}{\partial t_k}\right)F(t_m-t'_k)$$

$$\cdot\sum_{i=2^{k-1}}^{2^k-1}\prod_{j=1}^{\ell_1(i)-1}-(1+r)\left(\frac{\partial}{\partial t_{d_{j+1}^{(1)}(i)}}-\frac{a_{d_j^{(1)}(i)}^-}{y_{d_j^{(1)}(i)}^-}\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial t_{d_j^{(1)}(i)}}\right)F(t_{d_{j+1}^{(1)}(i)}-t'_{d_j^{(1)}(i)})\Big[\xi(t_{d_1^{(1)}(i)},t_0)$$

$$-(1+r)^{\cdot}(t_{d_1^{(1)}(i)}-t_0)y_0^-\Big]\Big]\Big|_{t'_*=t_*}\qquad(10a)$$

$$\frac{\partial y_m}{\partial y_0}=\left(\frac{a_m^-}{y_m^-}-\frac{\partial}{\partial t_m}\right)\Big[-r\eta(t_m,t_0)$$

$$+\sum_{k=1}^{m-1}-(1+r)\left(\tfrac{\partial}{\partial t_m}-\tfrac{a_k^-}{y_k^-}+\tfrac{\partial}{\partial t_k}\right)F(t_m-t'_k)$$

$$\cdot\sum_{i=2^{k-1}}^{2^k-1}\prod_{j=1}^{\ell_1(i)-1}-(1+r)\left(\frac{\partial}{\partial t_{d_{j+1}^{(1)}(i)}}-\frac{a_{d_j^{(1)}(i)}^-}{y_{d_j^{(1)}(i)}^-}\right.$$

$$\left.-\frac{\partial}{\partial t_{d_j^{(1)}(i)}}\right)F(t_{d_{j+1}^{(1)}(i)}-t'_{d_j^{(1)}(i)})\Big[-r\eta(t_{d_1^{(1)}(i)},t_0)\Big]\Big]\Big|_{t'_*=t_*}$$

(10b)

$\ell_1(i)$ は整数 i の２進展開表示のビットパターン中に現れる値1の総数を，また，$d_j^{(1)}(i)$ は，そのビットパターンで最下位の桁番号を1とし，そこから数えて j 番目に値1が現れる桁番号を表す．これらは，衝突を伴わない基底線形システムの周期解を含む，あらゆる周期解の階層における微小変分の時間発展を統一的に記述するものである．さらに，線形システムに関する状態推移関数についての補助的な等価変換公式を複数導出し，これらを活用して，計算過程に現れる微分演算子の作用の絡み合いを整理・縮約することにより，$T_{m,0}$ のトレースが，次式で与えられることを数学的帰納法により証明した．

$$\mathrm{tr}(T_{m,0})=T(t_m-t_0)+\dot{F}(t_m-t_0)$$

$$+\sum_{k=0}^{m-1}\sum_{i=2^k}^{2^{k+1}-1}\left(\frac{\partial}{\partial t_m}-\frac{a_k^-}{y_k^-}+\frac{\partial}{\partial t_k}\right)$$

$$\cdot\prod_{j=0}^{\ell_0(i)-1}\left(\frac{\partial}{\partial t_{d_{j+1}^{(0)}(i)}}-\frac{a_{d_j^{(0)}(i)}^-}{y_{d_j^{(0)}(i)}^-}+\frac{\partial}{\partial t_{d_j^{(0)}(i)}}\right)\Bigg|_{\frac{\partial}{\partial t_0}=\frac{\partial}{\partial t_m}}$$

$$\cdot\Big[-(1+r)F(t_m-t'_k+t_{d_0^{(0)}(i)}-t'_0)\Big]$$

$$\cdot\prod_{j=0}^{\ell_0(i)-1}\Big[-(1+r)F(t_{d_{j+1}^{(0)}(i)}-t'_{d_j^{(0)}(i)})\Big]\Big|_{t'_*=t_*}\qquad(11)$$

記号 $\big|_{\frac{\partial}{\partial t_0}=\frac{\partial}{\partial t_m}}$ は，解の周期性により，微分演算子 $\frac{\partial}{\partial t_0}$ が現れる箇所では，それを $\frac{\partial}{\partial t_m}$ に置き換えて微分演算を実行することを意味する．また，記号 $\big|_{t'_*=t_*}$ は，微分演算の作用の後，すべての添え字の組み合わせに関して，′付きの時間変数を′なしの時間変数に置き換えることを意味する．これらの結果は，周期

解の安定限界を表す条件の統一的な導出を可能とするものであり，接合法では実現できなかった成果である． また，$\mathrm{tr}(T_{m,0})$ の導出計算は，非常に煩雑であり，簡潔で見通しの良いものとなることが期待される，最終的な落としどころとしての表示式が，どのような記述形式になるべきかを見極めることが著しく困難であった．そこで，微少変分の時間発展より構造が簡単である，周期解そのものの擬フィードバック形式による導出計算過程を見直し，研究成果(2)に関連する状態推移作用素 T の m 回合成写像のトレース計算を予備的に求めた．この計算で得られた式変形の多数のノウハウと補助公式，および，式のもつ組み合わせ論的意味の深い考察を経て初めて，トレース $\mathrm{tr}(T_{m,0})$ の導出が可能となった．これらは，現在までに知られているハイブリッドシステムの基礎理論や，Grazing 分岐を中心とする Non-Smooth ダイナミクスの研究動向から得られたものとは異なる新たな成果であり，国内外で類似の研究成果が見当たらない独創的なものである．トレース公式に現れる特徴的な積和構造は，場の量子論や結び目理論のような，トポロジー，数理物理学の分野に現れるものと酷似しているように見える．これら異分野で現れる状態の絡み合いの概念と，擬フィードバック形式におけるモード間遷移に伴う状態の絡み合いとの関連を究明し，それらに通底する普遍的な構造を見いだすことができれば，量子計算的手法を取り込んだ新たな動力学解析の進展に寄与することも十分に期待できる．

(2) 接合法と擬フィードバック形式とを連携させた切り換え時刻の近似計算法

①については，研究成果の(1)に示したように，擬フィードバック形式に基づく安定性解析の基礎理論を構築できた． ②についての結果を順に示す．接合法に基づく周期解成立条件と，擬フィードバック形式に基づく周期解成立条件とは，どちらも衝突時刻の系列の関数からなる行列を係数行列とし，衝突速度の系列からなる状態ベクトルを見掛けの未知変数とする超越連立一次方程式で表される．前者の条件から得られるものを「接続方程式」，後者から得られるものを「重畳方程式」と呼ぶものとし，これらが如何なる関係にあるかを詳細に検討した．(a) 接続方程式と重畳方程式それぞれの係数行列(A_m, B_m と表記する)は，どちらも特徴的な対称性と巡回構造を有する．このことを利用し，それぞれの係数行列をより基本的な行列の積構造に分解できることがわかった．(b) 重畳方程式は，基底線形システムの周期解を衝突状態ごとにサンプリングした量から構成されるベクトルについて解かれた形式で表記されており，接続方程式は，このベクトルに係数行列 B_m を乗じた形式で表されている．このことから，係数行列 B_m は，重畳方程式を接続方程式へ変換する線形写像であると解釈できる，したがって，行列 B_m は大域的に表現された解の情報を局所化する作用を担うものであり，逆に B_m^{-1} は，区分的な厳密解のもつ情報を大域化する作用を有することがわかった． (c) 行列 A_m, B_m のもつ巡回性と対称性を利用して，それぞれの逆行列の陽表示式を導出した．この結果を用いて接続方程式と重畳方程式を解くことにより，m 個の衝突時刻の系列のみをパラメータとする周期解 $X_m^n(t)$ の衝突状態ベクトルの陽表示式が次式のように得られた．

$$
\begin{aligned}
X_m^n(t_i^-) &= \sum_{k=0}^{i-1} \prod_{\ell=k+1}^{i-1} \left\{ T(t_{\ell+1}-t_\ell)R \right\} T(t_{k+1}-t_k) VS(t_k) \\
&+ \prod_{\ell=0}^{i-1} \left\{ T(t_{\ell+1}-t_\ell)R \right\} H(m)^{-1} \\
&\times \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{p=k+1}^{m-1} \left\{ T(t_{p+1}-t_p)R \right\} T(t_{k+1}-t_k) VS(t_k)
\end{aligned}
$$

$$(0 \le i \le m-1) \quad (12)$$

これにより，式(3)に現れる無限の積和を経由することなく，有限回の積和演算のみで，衝突状態ベクトルの導出が可能となった．

周期解成立条件から切り換え時刻を近似計算する超越方程式には，複数のバリエーションがある．これらがある種の変数変換の関係にあることまでは解明できたが，詳細な相互関係の検討，個別の超越方程式の求解に関する計算コストの定量的評価，などが，実用的な振動解析法の構築に向けての未解決課題として残された．

(3) 線形近似された受動歩行モデルの区分的な厳密解と周期歩行軌道の成立条件の導出

①受動歩行系の周期歩行軌道近傍における線形近似モデルを擬フィードバック形式に書き換え，②支持脚と遊脚の角度と角速度を状態変数とする，区分的な解の状態推移作用素を導出した．それらの要素は

$$
\begin{aligned}
T_{ss}(t) &= 1 + \frac{\Omega\varphi}{\psi}\frac{1}{\alpha^2+\beta^2}(\cosh\alpha t - \cos\beta t) \\
&+ \frac{\Omega^2\varphi}{\lambda\psi}\frac{1}{\alpha^2+\beta^2}\{\frac{1}{\alpha^2}(\cosh\alpha t - 1) \\
&+ \frac{1}{\beta^2}(\cos\beta t - 1)\}
\end{aligned}
$$

$$
F_{sw}(t) = -\frac{\Omega\mu}{\psi}\frac{1}{\alpha^2+\beta^2}\left(\frac{1}{\alpha}\sinh\alpha t - \frac{1}{\beta}\sin\beta t\right)
$$

$$
\begin{aligned}
K_{ws}(t) &= \frac{\Omega\varphi}{\lambda\psi}\frac{1}{\alpha^2+\beta^2}\{\frac{1}{\alpha^2}(\cosh\alpha t - 1) \\
&+ \frac{1}{\beta^2}(\cos\beta t - 1)\}
\end{aligned}
$$

などとなることがわかった．③これらを脚切り換え時に成り立つ角運動量保存則と組み合わせることにより，最も基本的な周期歩行軌道である１周期歩行軌道の存在条件を表す以下の超越方程式を導出した．

$$\left[\mathrm{T}(T)L-I_2\right]\theta_0^- + \mathrm{F}(T)JP_a^{-1}P_b\dot{\theta}_0^- = -\mathrm{K}(T)(-M_0^{-1}b) \tag{13}$$

ここで得られた解析結果をさらに進展させ，衝突振動系の場合に構築した安定判別法(1)で得られた解析法を４次系へ拡張することができれば，受動歩行系における周期歩行軌道の安定領域と分岐集合を数値解析的に構成することが可能となる．また，これらの超越方程式の解の大域的な構造を詳細に調べれば，大須賀らによる，隠れたフィードバックによる歩行安定化についての解釈との関係についての，踏み込んだ理解が十分に期待できる．受動歩行系とロボットキットの歩行原理の既定値として設定されていた３次元線形倒立振子モデルとを整合させせる方法を見出すことができず，④と⑤について，期限内に検証実験までを実施することはできなかった．

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　１件）

今村　仁，衝突振動系における周期解の厳密な大域表現(切り換え時刻のみをパラメータとした陽表示)，日本機械学会論文集Ｃ編，（査読あり），73・728,(2007)，966-973.

〔学会発表〕（計　１件）

今村　仁，衝突振動系における周期解の厳密な大域表現,電子情報通信学会技術研究報告 非線形問題，NLP2006-25(2006-07)，(2006)，19-24，2006 年 7 月 3 日，金沢大学.

６．研究組織

(1)研究代表者
今村　仁（IMAMURA HITOSHI）
茨城大学・工学部・講師
研究者番号：30213242

(2)研究分担者
曽根　彰（SONE AKIRA）
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授
研究者番号：20197015

西尾　克義（NISHIO KATUYOSI）
茨城大学・工学部・准教授
研究者番号：40001698