

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18700008

研究課題名 (和文) 古典論理の構文論的対称性とその計算論的意味

研究課題名 (英文) Syntactic Duality of Classical Logic and Its Computational Aspect

研究代表者

中澤巧爾 (NAKAZAWA KOJI)

京都大学大学院情報学研究科・助教

研究者番号：80362581

研究成果の概要：本研究では以下の結果を得た。(1) 直観主義シーケント計算のカット除去として、自然演繹の証明正規化と同型であるものを提案した。(2) 存在型を持つ型付きラムダ計算における型検査問題、型推論問題が決定不能であることを証明した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	900,000	0	900,000
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,300,000	210,000	2,510,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：古典論理、シーケント計算、カット除去、自然演繹、カーリーワード同型

1. 研究開始当初の背景

計算と論理の間の密接な関係性は古くから知られており、特にカーリーワード同型と呼ばれる計算体系と論理体系の間の同型対応は広く研究されて来た。このような見方は主に直観主義論理とそれに対応する計算体系に対して行われてきたが、1990 年前後から、この対応関係を古典論理に拡張することが試みられて来ている。とくに、古典論理が持つ顕著な性質である双対性・対称性の計算における意味が広く研究されている。

2. 研究の目的

古典論理とその双対性を反映する計算体系については、構文論的対称性、意味論的対称性それぞれを反映するものがすでに与えられているが、それらは独立した理論になっており、両者の関連性、とくに構文論・意味論の両面において双対性を反映したものは得られていなかった。本研究では古典論理の双対性を構文論的に反映した計算体系を構成し、その合理的な意味論を与えることを目的とする。

3. 研究の方法

カーリーワード同型を通した論理と計算の関係性の研究については、古くから自然演繹と呼ばれる論理体系が扱われて来た。これは直観主義論理の形式化として自然演繹が合理的であるからであるが、一方、古典論理については、とくにその双対性・対称性を反映したシーケント計算の方がより自然な形式化であると考えられる。このため、本研究ではシーケント計算とその証明簡約であるカット除去に注目し、その計算論的意味を明らかにする。とくに、すでに計算論的意味が明らかにされている自然演繹における証明正規化とカット除去との関連を調べることに、カット除去の計算論的意味を調べる。

4. 研究成果

本研究の成果は以下のとおりである。

- (1) シーケント計算と自然演繹との関係を明らかにするために、まず直観主義の場合を考え、直観主義シーケント計算のカット除去と、直観主義自然演繹の証明正規化の関係を明らかにした。より具体的には、直観主義シーケント計算の一つとして局所カット除去手続きをもつものを提案し、そのカット除去手続きが、ある種の自然演繹における証明正規化と同型であることを示した。この自然演繹は、一般除去規則と呼ばれる除去規則と計算体系における明示的代入に相当する機構を含むものである。また、シーケント計算の部分体系として、カット除去を特定の形のみ限定したものを提案し、この部分体系が、明示的代入を含まない（通常の意味での）自然演繹に同型対応することを示した。また、これらのカット除去手続きが合流性と強正規化可能性をもつことを証明した。強正規化可能性については、CPS 変換の変換である CGPS 変換の概念を導入し、さらに明示的代入に対して既に提案されている手法を応用することによって証明した。
- (2) (1) で提案した直観主義シーケント計算のカット除去と、既存体系である Urban、van Bakel らによって提案されている古典シーケント計算を自然に直観主義論理に限定したものとを比較した。この結果、Urban らの体系におけるカット除去では本研究が提案する体系のカット除去を模倣できないことが解った。具体的には、Urban らの体系のカット除去手続きでは、置換簡約相当のカット置換を一ステップ

毎に分割して行うことができず、連続して可能な置換簡約を一度に行わなければならないようになってきている。この制限によって、Urban らのカット除去では自然演繹における置換簡約を模倣することができない。Urban らの体系におけるこの制限は、古典論理におけるカット除去として対称性を持ち、かつ強正規化可能であるものを実現するために導入されたものであり、このことから自然演繹への良い対応を保ったまま、本研究のカット除去の自然な拡張として古典シーケント計算のカット除去を得るためには既存手法が使えないことがわかった。

- (3) 二階量子子により拡張について考察した。論理における二階普遍量子子に対応する多相型に対して、その双対概念である存在型は計算体系における機構としても重要であるが、存在型を含む計算体系に関する基本性質は未だ充分研究がなされていない。古典論理に対応する計算体系の理論を多相型により拡張する場合、存在型を考えることが必要である。このため、本研究では、まず通常の型付きラムダ計算に存在型を追加した体系の基本性質を調べ、とくにいくつかの形式化における型検査問題、型推論問題が多相型を含む体系におけるそれらの問題と深く関連付けられることを明らかにし、さらに、これらが決定不能であることを証明した。具体的には、存在型を含むラムダ計算として、関数型（含意）を含む体系と、継続型（否定）、組型（連言）を含む体系を考え、ドメインフリーと呼ばれる形式化において、これら二つの体系における型検査問題、型推論問題の決定不能性が、多相型に対する問題の決定不能性に帰着できることを証明した。多相型を含む体系に対する決定不能性は既に知られているため、これは存在型を含む体系における決定不能性の証明となっている。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 5 件）

[1] Koji Nakazawa and Makoto Tatsuta. Type Checking and Inference for Polymorphic and Existential Types. Computing: The Australasian Theory Symposium (CATS2009), CD-ROM, 2009, 査読有。

[2] Koji Nakazawa, Makoto Tatsuta,

Yukiyoshi Kameyama, and Hiroshi Nakano. Undecidability of Type-Checking in Domain-Free Typed Lambda-Calculi with Existence. Computer Science Logic (CSL' 08), Lecture Notes in Computer Science 5213, pp. 478-492, 2008, 査読有.

[3] Koji Nakazawa and Makoto Tatsuta. Strong Normalization of Classical Natural Deduction with Disjunctns. Annals of Pure and Applied Logic 153:21-37, 2008, 査読有.

[4] Koji Nakazawa. An Isomorphism between Cut-Elimination Procedure and Proof Reduction. Typed Lambda Calculi and Applications (TLCA' 07), Lecture Notes in Computer Science 4583, pp. 336-350, 2007, 査読有.

[5] Satoshi Ikeda and Koji Nakazawa. Strong Normalization Proofs by CPS-Translations. Information Processing Letters 99:163-170, 2006, 査読有.

[学会発表] (計 3 件)

[1] 加藤祐輝, 中澤巧爾. 存在型に対する型検査問題と型推論問題の同値性. 第 11 回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ(PPL2009), ポスター, 2009, 査読無.

[2] Koji Nakazawa. An Isomorphism between Cut-Elimination Procedure and Proof Reduction. SCORE Summer Workshop on Symbolic Computation and Software Verification, 2007, 査読無.

[3] Koji Nakazawa. Strong Cut-Elimination and CPS-Translations. In T. Kutsia and M. Marin, eds., Austria-Japan Workshop on Symbolic Computation and Software Verification, No. 07-09 in RISC-Linz Report Series, pp. 15-16, 2007, 査読無.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :

種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中澤 巧爾 (NAKAZAWA KOJI)
京都大学大学院情報学研究所・助教
研究者番号 : 80362581

(2) 研究分担者 ()

研究者番号 :

(3) 連携研究者 ()

研究者番号 :

(7) ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

- [雑誌論文] (計10件)
- ① 学振太郎、半蔵門一郎、学振花子、論文名、掲載誌名、巻、最初と最後の頁、発表年(西暦)、査読の有無
 - ② 学振太郎、論文名、掲載誌名、巻、最初と最後の頁、発表年(西暦)、査読の有無
 - ③ 学振花子、論文名、掲載誌名、巻、最初と最後の頁、発表年(西暦)、査読の有無

- [学会発表] (計5件)
- ①
 - ②
 - ③

- [図書] (計2件)
- ①
 - ②

〔産業財産権〕

○出願状況（計□件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計◇件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

http://○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

6. 研究組織

(1) 研究代表者

学振 太郎 (GAKUSHIN TARO)
○○大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：

(2) 研究分担者

学振 花子 (GAKUSHIN HANAKO)
○○大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：

学振 次郎 (GAKUSHIN JIRO)
○○大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：

学振 三郎 (GAKUSHIN SABURO)
○○大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：

(3) 連携研究者

学振 四郎 (GAKUSHIN SHIRO)
○○大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：