

平成 21 年 4 月 10 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18700045

研究課題名 (和文) 並列線形反復法における自動解法・パラメータ選択技術

研究課題名 (英文) Technology for automatic selection of methods and parameters in parallel iterative solvers

研究代表者

岩下 武史 (IWASHITA TAKESHI)

京都大学・学術情報メディアセンター・准教授

研究者番号：30324685

研究成果の概要：

最も一般的に使用されている線形反復法である ICCG 法において収束性を簡便に評価する方法を確立し、実応用分野での数値解析においてその評価を行った。また、大規模シミュレーションでは不可欠な線形反復法であるマルチグリッド法において、簡便に数多くのスムーザや最粗グリッドにおける解法を評価し、それらの選択を容易にする陰的マルチグリッド法とよぶ新種の方法を考案した。同手法は平成 19 年情報処理学会山下記念研究賞を受賞している。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,300,000	0	1,300,000
2007年度	1,200,000	0	1,200,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	270,000	3,670,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・計算機システム・ネットワーク

キーワード：並列計算機、線形反復法、収束性、解法選択、マルチグリッド法

## 1. 研究開始当初の背景

数値シミュレーションは学術分野、産業応用分野の双方において不可欠なツールとなっており、これらの分野において新たなイノベーションを創出するために、より高精度かつ高速なシミュレーション技術基盤が求められていた。計算機における数値シミュレーションの多くは離散化に基づいた現象のモデル化を行う。この際、シミュレーションは最終的に大規模な連立一次方程式の求解に帰着する場合が多い。そこで、大規模な連立一次方程式を高速に解く技術が常に求められてきた。一方、研究開始時期である 2006

年前後にはシミュレーションを行う基盤である計算機技術において大きな変化があらわれてきていた。即ち、従来の単体プロセッサの速度向上が頭打ちとなり、複数のコア、いわゆるマルチコアプロセッサの時代が到来した。それまでの数値シミュレーション分野では、解析技術の向上の他に、プロセッサの駆動周波数向上の恩恵を受け、その計算速度を向上させてきた。しかしながら、2006 年以降においては並列処理を活用しない場合には、計算機技術の発展の恩恵を受けることができなくなることが想定された。また、マルチコアプロセッサ時代の到来は一部のハ

イエンドなスーパーコンピュータによるシミュレーションだけではなくデスクトップ PC 等によるあらゆるシミュレーションが並列計算可能な計算プラットフォームで行われることを意味しており、並列処理を前提とした解析技術の確立が求められていた。こうした背景の中で、研究開始時期では、並列処理による連立一次方程式の求解法の高速化が注目されていた。なかでもそれらの求解法において主流である線形反復法において、並列計算環境を効率的に活用する方法が求められていた。

## 2. 研究の目的

並列線形反復法に関する研究は 1990 年の初頭から始まり、2006 年の時点では数多くの手法が提案されるに至っていた。しかしながら、これらの並列化手法には互いに一長一短があり、解析のモデルや対象に応じて最適な手法が変化するということが常であった。また、並列線形反復法の多くは調整パラメータの要素を含んでおり、これらを問題にあわせて適切に選択することが求解性能上に重要であった。こうした背景の下で、本研究では、線形反復法において、解くべき問題に対して適切な前処理技術や並列化アルゴリズム、およびそれらに付随する各種パラメータを短時間で自動的に決定する手法の確立を研究目的とした。なお、本研究で開発する解法・パラメータ選択手法は反復法ソルバ本体と比べて計算量、必要メモリ量が圧倒的に少なく、反復計算において無視できる程度であるものとした。これは、解法選択に要する時間が実際の求解に要する時間よりも十分に小さいことが実用上重要であるためである。

## 3. 研究の方法

本研究では、2006 年以前に研究代表者が取り組んできた ILU 分解前処理と反復法における代表的な並列処理技術であるリオーダーリング法に関する研究実績を元に、ILU 分解前処理とその各種改良版、及びそれらの並列処理に関する解法・パラメータ選択技術を研究した。開発した選択技術に対して、多様な応用分野から数種のテストモデルを抽出し、当該技術の性能評価を行った。

次に、大規模な数値シミュレーションには不可欠な連立一次方程式の求解法であるマルチグリッド法における解法・パラメータ選択技術を研究した。マルチグリッド法では、スムーザとして重みつきヤコビ法、ガウス＝ザイデル法、SOR 法、ILU スムーザなどの数種が用いられる。また、グリッド間の推移法に V サイクル、W サイクル、Full マルチグリッド等があり、最粗グリッドの求解法にも様々な手法が適用可能である。そこで、これらの選択肢から容易に適切なものを選ぶ

ことを可能とする技術について研究した。

## 4. 研究成果

(1) 研究代表者が確立した ILU 分解前処理とリオーダーリング法における前処理効果及び並列化手法の評価指標である P.R.I. (Precise Remainder Index) を元に、これをアプリケーション分野に適用し、その有効性について研究を行った。また、この研究過程において、種々の改良版 ILU 分解前処理に対応した修正 P.R.I. を提案し、評価した。

① 電気機器・電子デバイス等の設計に用いられる電磁場解析において、P.R.I.、修正 P.R.I. による収束性の評価を試み、並列処理手法の一つであるマルチカラーオーダーリングにおいて適切な色数を選択する技術を提案した。また、ILU 分解前処理の変形版であるシフト付き ILU 前処理におけるシフト量に対する評価指標を提示し、その有効性についても示した。これらの研究成果は IEEE Transaction on Magnetics において発表されている。

② インターネット上に公開されている係数行列データ、ランダムオーダーリングを含む様々なオーダーリングを使った数値実験による検証を行った。その結果、提案指標により前処理効果の定量的な評価が可能であり、同指標による並列化オーダーリングの選択が可能となることが分かった。本研究成果について、国際会議 International Workshop on Collaboration between Numerical Methods and Large-Scale Scientific Computation 2006 および First International Workshop on Automatic Performance Tuning において発表を行った。

(2) マルチグリッド法において、研究代表者は陰的マルチグリッド法と呼ぶ、全く新しいマルチレベル・マルチグリッド型反復解法を考案した。2007 年において本手法の概念を確立し、情報処理学会論文誌 (コンピューティングシステム) に発表した。また、同研究について平成 19 年度情報処理学会山下記念研究賞を受賞した。さらに、陰的マルチグリッド法の解法を包含する Explicit / Implicit Error Correction 法を提案した。

① 陰的マルチグリッド法は、マルチグリッド法における複数のレベルの方程式を統合化し、一つの大きな連立一次方程式として解く方法である。適切なレベル統合過程を経ることにより、この大きな方程式における係数行列の条件数が改善され、マルチグリッド法の効果が取り込まれる。従来のマルチグリッド法では、例えば、スムーザを変更する場合においても、プログラムを書き換える必要があった。一方、提案手法である陰的マルチグリッド法では、最終的に得られた連立一次方程式に対してあらゆる前処理付き反復法を

適用可能であり、既存の種々の線形反復法ライブラリをそのまま適用できる。このことにより、従来のマルチグリッド法では非現実的であった多数のスモージや最粗グリッドの求解法の評価が可能となった。例えば、現在国内にはLisとよばれる多数の線形反復法を備えたライブラリが存在するが、陰的マルチグリッド法で得られた連立一次方程式にLisライブラリのルーチンを適用すれば、対象としている問題、モデルに適合する解法が極めて短時間で発見可能となる。また、従来マルチグリッド法は反復法の前処理として使用されることは可能であったが、他の前処理との併用は困難であった。しかしながら、陰的マルチグリッド法では、マルチグリッド法の効果を大きな連立一次方程式の構築という形で取り込むために、他のあらゆる前処理手法との併用が可能となる。そこで、従来マルチグリッド法が良好に機能しなかった問題に対して、陰的マルチグリッド法は解決策を提示できる可能性があり、今後の研究課題と考えられる。

② 本研究で提案したExplicit / Implicit Error Correction法は線形反復法における新しい誤差修正フレームワークを提示するもので、既存のいくつかの方法が本フレームワークにより記述されることを初めて指摘した。また、すでに本フレームワークを活用した他研究グループによる成果発表も行われている。本フレームワークを利用することにより、反復法における高度な誤差修正法とライブラリ化されている様々な線形ソルバとの連携が容易となり、解法選択の幅が広がるほか、解法選択ルーチンの開発が簡便化される。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

[1] Takeshi Iwashita, Takeshi Mifune, Soichi Moriguchi and Masaaki Shimasaki, "Physical Meaning of the Advantage of A-phi Method in Convergence", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 45, No. 3, (2009), pp. 1424-1427 (査読有) .

[2] Takeshi Mifune, Soichi Moriguchi, Takeshi Iwashita and Masaaki Shimasaki, "Convergence Acceleration of Iterative Solvers for the Finite Element Analysis Using the Implicit and Explicit Error Correction Methods", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 45, No. 3, (2009), pp. 1104-1107 (査読有) .

[3] Takeshi Iwashita, Takeshi Mifune and Masaaki Shimasaki, "Similarities Between Implicit Correction Multigrid Method and A-phi Formulation in Electromagnetic Field Analysis", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 44, (2008), pp. 946-949 (査読有) .

[4] Takeshi Iwashita, Junwei Lu and Masaaki Shimasaki, "Parallel ICCG Solvers for a Finite-Element Eddy-Current Analysis on Heterogeneous Parallel Computation Environment", Applied Computational Electromagnetics Society Journal, Vol. 22, (2007), pp. 195-200 (査読有) .

[5] 岩下武史, 美船健, 島崎眞昭; 「新しいマルチグリッド解法: 陰的マルチグリッド法の基礎概念」, 情報処理学会論文誌: コンピューティングシステム, 48巻, (2007), pp. 1-10 (査読有) .

[6] Takeshi Mifune, Takeshi Iwashita and Masaaki Shimasaki, "A Novel Algebraic Multigrid Preconditioning for Large-Scale Edge-Element Analyses", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 43, (2007), pp. 1481-1484 (査読有) .

[7] Takeshi Iwashita, Takeshi Mifune and Masaaki Shimasaki, "Evaluation Index of Acceleration Factor and Ordering in Shifted ICCG Method for Electromagnetic Field Analyses", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 43, (2007), pp. 1493-1496 (査読有) .

[8] Takeshi Mifune, Satoshi Isozaki, Takeshi Iwashita and Masaaki Shimasaki, "Algebraic Multigrid Preconditioning for 3-D Magnetic Finite-Element Analyses Using Nodal Elements and Edge Elements", IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 42, (2006), pp. 635-638 (査読有) .

[学会発表] (計31件)

[1] 高橋康人, 「電磁界数値解析におけるIDR(s)法の収束性」, 平成21年電気学会全国大会, 於 北海道大学 2009年3月18日.

[2] 増子拓也, 「DCW-MHD 発電機の数値解析における並列化 ILU-BiCGSTAB2 法の活用」, 平成21年電気学会全国大会, 於 北海道大学 2009年3月17日.

[3] 石田智之, 「辺要素有限要素法を用いた静磁界解析における代数マルチグリッド法の応用に関する検討」, 平成 21 年電気学会全国大会, 於 北海道大学 2009 年 3 月 18 日.

[4] 廣谷迪, 「高周波電磁界解析に対する複素シフトを用いた幾何マルチグリッド前処理についての検討」, 平成 21 年電気学会全国大会, 於 北海道大学 2009 年 3 月 18 日.

[5] 美船健, 「A- $\phi$ 法における冗長未知数 $\phi$ の消去がもたらす反復収束性悪化の解消 — 冗長未知数の利用と同等な新しい前処理: Folded Preconditioning—」, 平成 21 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 早稲田大学 2009 年 1 月 29 日.

[6] 高橋康人, 「直方体要素用高速多重極法によるマイクロマグネティクス計算の高速化」, 平成 21 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 早稲田大学 2009 年 1 月 29 日.

[7] 高橋康人, 「電磁界数値解析における IDR(s)法の有効性評価」, 情報処理学会システム評価研究会, 於 長崎市 2008 年 12 月 1 日.

[8] 岩下武史, 「Explicit and implicit error correction methods の基礎概念」, RIMS 研究集会 数値解析における理論・手法・応用, 於 京都大学 2008 年 11 月 12 日.

[9] 高橋康人, 「不完全コレスキー分解と EEC 法に基づく新たな前処理による A 法の高速化」, 平成 20 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 大分市 2008 年 9 月 18 日.

[10] 高橋康人, 「時間周期有限要素法と EEC 法に基づく非線形過渡電磁場解析の収束特性改善に関する基礎的検討」, 平成 20 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 大分市 2008 年 9 月 18 日.

[11] 守口聡一, 「偏平要素を含む有限要素解析における反復法の収束性改善のための新しい誤差修正法」, 平成 20 年電気学会全国大会, 於 福岡工業大学 2008 年 3 月 20 日.

[12] 荒井宗範, 「HPC2500 による興奮伝播シミュレーションにおける並列化 ICCG ソルバの性能評価」, 情報処理学会システム評価研究会, 於 広島大学 2008 年 3 月 19 日.

[13] 岩下武史, 「Explicit and Implicit Error Correction Methods の基礎概念」, 平成 20 年 JSIAM-JSST 連合発表会, 於 首都大

学東京 2008 年 3 月 8 日.

[14] 美船健, 「高アスペクト比のメッシュを用いた有限要素解析のための Implicit error correction 法及び Explicit error correction 法に関する基礎的検討」, 平成 20 年電気学会マグネティクス・静止器・回転機合同研究会, 於 同志社大学 2008 年 1 月 24 日.

[15] 荒井宗範, 「興奮伝播シミュレーションにおける並列化 ICCG ソルバの評価」, クリロフ別府フォーラム, 於 別府市, 2008 年 1 月 13 日.

[16] Takeshi Iwashita, 「A New Preconditioning Concept for Linear Iterative Solver: Implicit Error Correction Method and Implicit Correction Multigrid Method」, APCOM'07-EPDESC XI, 於 京都市, 2007 年 12 月 3 日.

[17] 美船健, 「モルタル有限要素法を用いた電動機解析の代数マルチグリッド法による高速化」, 第 16 回 MAGDA コンファレンス, 於 京都市, 2007 年 11 月 23 日.

[18] Takeshi Iwashita, 「Concept of Implicit Correction Multigrid Method」, Preconditioning 2007, 於 ツールーズ 2007 年 7 月 11 日.

[19] 美船健, 「A 法及び A- $\phi$ 法を用いた準定常磁界解析のための代数マルチグリッドソルバの並列化」, 第 12 回計算工学講演会, 於 東京都, 2007 年 5 月 23 日.

[20] 美船健, 「モルタル有限要素法による電動機解析への代数マルチグリッド法の応用に関する検討」, 平成 19 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 慶応義塾大学 2007 年 1 月 25 日.

[21] 岩下武史, 「新しいマルチグリッド解法: 陰的マルチグリッド法の基礎概念」, 2007 年ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム (HPCS2007), 於 つくば市, 2007 年 1 月 17 日.

[22] 岩下武史, 「ブロック化赤黒順序付け法とその収束性評価」, 第 4 回計算数学研究会, 於 京都市 2006 年 12 月 19 日.

[23] 岩下武史, 「高速大規模電磁界解析技術の進展」, 平成 18 年電気関係学会関西支部連合大会, 於 大阪工業大 2006 年 11 月 25 日.

[24] Takeshi Iwashita, 「Comparison Index for Parallel Ordering in ILU Preconditioning Techniques」, International Workshop on Collaboration between Numerical Methods and Large-Scale Scientific Computation, 於 東京大 2006 年 10 月 25 日.

[25] Takeshi Iwashita, 「Easy Comparison Way of Orderings for Parallel ILU Preconditioned Iterative Solver」, First International Workshop on Automatic Performance Tuning (iWAPT2006), 於 東京大 2006 年 9 月 12 日.

[26] Takeshi Iwashita, 「Basic Concept of New Multigrid Type Iterative Method: Implicit Multigrid Method」, 日本応用数学会 2006 年度年会, 於 筑波大 2006 年 9 月 16 日.

[27] 島崎真昭, 「有限要素磁界解析と大規模線形方程式の高速解法の進展」, 平成 18 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 京都大 2006 年 8 月 24 日.

[28] 岩下武史, 「マルチグリッドを陰的に利用した前処理付き反復解法」, 平成 18 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 京都大 2006 年 8 月 24 日.

[29] 小畑信彦, 「辺要素解析における代数マルチグリッド法のための並列ブロックガウスザイデルスムーザ」, 平成 18 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 京都大 2006 年 8 月 24 日.

[30] 美船健, 「磁気スカラーポテンシャルを未知数として非線形静磁場解析の代数マルチグリッド法による高速化」, 平成 18 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 於 京都大 2006 年 8 月 24 日.

[31] 岩下武史, 「新しいマルチレベル型反復解法: 陰的マルチグリッド法の概念」, 情報処理学会研究会 Swopp2006, 於 高知市 2006 年 8 月 1 日.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岩下 武史 (IWASHITA TAKESHI)

京都大学・学術情報メディアセンター・  
准教授

研究者番号: 30324685

