

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2006～2008

課題番号： 1 8 7 1 0 1 2 6

研究課題名（和文） ファイナンスにおける効率的な数値解析手法の開発とその実現

研究課題名（英文） A Study on efficient computational methods in Finance

研究代表者

今井 潤一（IMAI JUNICHI）

慶應義塾大学・理工学部・准教授

研究者番号：10293078

研究成果の概要：本研究では、準モンテカルロ法の計算精度を高める分散減少法として Linear Transformation method(LT 法)を提案し、それらがオプション評価のみならず金融工学の諸問題に適用できることを示した。また、Generalized Linear Transformation method(GLT 法)を提案し、従来のガウス過程ベースの確率過程のみならず、より一般の Lévy process の場合にも活用できる具体的計算手法を提案した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,200,000	0	1,200,000
2007 年度	1,200,000	0	1,200,000
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	330,000	3,830,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：ファイナンス

1. 研究開始当初の背景

デリバティブ取引は、1970 年代に取引所での取引が開始されて以来、現在に至るまで爆発的に発展し続けている。BIS の報告書によると、2004 年 12 月時点の店頭市場におけるデリバティブ取引残高は、約 250 兆ドルにのぼる。金融機関にとって、いまやデリバティブの評価とそのリスク管理は企業の存続・発展に不可欠となっている。さらに、わが国においては、平成 13 年 11 月の商法改正により、新株予約権の価格評価が改めて注目されており、一般の事業会社にとってもデリバティブの評価が不可欠となっている。各企業にとって、時々刻々価格が変動する中、多種多様

にわたるデリバティブの分析を効率よく行うことが可能な数値解析手法は日常業務に欠かせない。このような状況において、モンテカルロ(MC)法に代表されるシミュレーション技法は、他の数値計算手法と比較して、その汎用性が高く、実務的に最も広く浸透している方法であった。

ただし、モンテカルロ法の大きな欠点の一つはその推定精度の悪さであることが知られている。また、その精度を向上させるためには大規模なシミュレーション回数を必要とすることから、この欠点を補うために制御変数法、対称変量法、モーメントマッチングなど、様々な分散減少法がこれまで提案され

てきている。その中でも、準モンテカルロ法はその精度の高さからモンテカルロ法に変わる効率的なシミュレーション技法として注目を集めており、数多くの論文により、その実効性が報告されている。さらに、準モンテカルロ法で用いられる low discrepancy sequence(LD 列)をその一様性を保ったままで乱数化する乱数化された LD 列を用いた準モンテカルロ法(RQMC)や、LD 列の生成法に工夫を凝らした Latin Supercube Sampling(LSS)という方法も提案されてきている。さらに近年の研究により準モンテカルロ法の実用的な精度の高さは、effective dimension と知られる実質的な次元の低さに帰するということも明らかになってきた。それに伴い、effective dimension を低減させる準モンテカルロの分散減少法も提案されてきている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、RQMC 法を活用することで、より一般的な枠組みにおいて、効率的かつ精度の高い推定値を導出する数値計算手法を開発し、それをファイナンスの諸問題に活用することであった。以下の3つに焦点を絞って研究を行った。

(1). Linear Transformation method を含むシミュレーションの効率性の判断基準の分析とその計測

本研究では、本研究が開発した Linear Transformation method (LT 法)の利用を提案し、シミュレーションの効率性を計測できる適切な指標に関する研究を行った。これまで、RQMC をはじめとするシミュレーションの効率性の計測は、適用する問題の標準誤差を計測することで判断されていたが、本研究では、effective dimension の概念を発展させた、dimension distribution の考えに基づき、シミュレーションの効率性を直接計測する方法を研究する

(2). ファイナンス分野におけるその他の問題への応用

ファイナンス分野におけるシミュレーション技術の利用は、デリバティブの評価以外にも、最適投資問題や、Value at Risk(VaR)に代表されるリスク管理問題など様々な可能性が広がっている。漸研究から開始した、最適投資問題についての研究を完成させ、この研究過程で新たに派生した可積分可能性の判断の問題、アルゴリズム作成上の問題を研究課題とする。また、偏微分方程式の数値解法などその他の数値解析手法とシミュレーションを組み合わせることで推定の精度を向上させる問題についても研究を行う。

(3). ジャンプ過程を含むより複雑な確率過程の下での効率的なシミュレーション技法の開発

これまでの証券市場に関する実証分析の結果、数理ファイナンスの世界で従来扱われていたブラウン運動、ガウス過程を基本とする連続的な伊藤過程では、証券価格の動きを正しく記述することが困難であることが次第に明らかになりつつある。その結果、新たに Lévy 過程、stable 過程といった、従来と比較して、より複雑な確率過程をモデル化する必要性が明確となった。これらの確率過程には、明示的な確率密度関数を持たないものもあるなど、解析的なアプローチによる分析がきわめて困難である一方、シミュレーションなどの数値解析手法が有効となる。ところがこの場合には、正規分布以外の、より複雑な分布に対するシミュレーションが必要であり、前研究課題で提案した LT 法は直接適用することができない。そこで本研究では、LT 法のアイデアを発展させ、より一般的な確率分布に対応するシミュレーションの効率化手法を開発することを目的とする。

本研究の独創的な点は、より一般的な確率過程の想定のもと、大規模かつ複雑なファイナンスの問題を解く現実的な手法を提供できる点にある。例えば、本研究者は比較的単純な幾何ブラウン運動の仮定の下での 2,500 次元のエイジアン・バスケット・オプションの評価問題において、試行回数 4 万回の LT 法が試行回数 100 万回(25 倍)と比較して、約 10 倍の精度での推定が可能であることを明らかにしている(査読論文 5 より)。つまり、これは試行回数 4 万回の LT 法と同精度の推定を行うためには、通常の MC 法を 1 億回繰り返す必要があることを意味している。本研究は、この効率化をより一般的な確率過程まで拡張しようとするものである。

3. 研究の方法

本研究の目的である数値計算手法の効率化は、単に推定値を導出する計算時間が短縮されるということの意味するにとどまらない。モンテカルロ法では、シミュレーションの回数を無限大にすると、推定値が真の値に収束することは、大数の法則として広く知られている。しかし取り扱う問題が複雑化、大規模化するにつれて、現実問題として十分なシミュレーション試行回数をとることが困難となるケースが発生する。その結果、一流ジャーナルにおいて、数学的には正しいが、十分なシミュレーションが行われなかった結果、間違った推定値が報告されるというケースが生じている。これは、現実の大規模・高次元の問題を扱う場合には、数値計算手法の効率化が正しい推定値を導出するための必要条件となりうることを示唆している

本研究成果の大部分は、カナダにあるウオータールー大学, Institute for Quantitative Finance and Insurance (IQFI)所属の Boyle 教授, Tan 教授と共同論文として行った。IQFI は、ファイナンスや保険商品の数理解析分野の最先端の研究所である。毎年、まとまった時間をお互いに確保することにより、カナダ、あるいは日本で集中的に研究打ち合わせを行うとともに、各研究者が並行してプログラムを作成するなど共同研究のメリットを生かせるよう計画した。

4. 研究成果

「研究目的 1」に関しては、ガウス過程をベースとした確率過程を想定した場合に適用できる Linear Transformation method(LT 法)の基本が完成した。また、基本的な準モンテカルロ法やその他分散減少法との効果の比較分析を目的として、Analysis of Variance や Effective Dimension の議論を踏まえ、Cumulative Explanatory Ratio(CER)と呼ぶ指数を基準とすることを提案した。LT 法を原資産がガウス過程にしたがう場合のエキゾティックオプションの評価問題への適用した研究論文としては、査読論文(5)があげられる。査読論文(5)では、LT 法が単純な幾何ブラウン運動のモデルだけでなく、確率ボラティリティモデルにしたがう場合のような、その他の分散減少法が適用できないケースも取り上げ、LT 法の効果とその汎用性を実証した。

「研究目的 2」に関しては、オプション評価以外のファイナンスに関連するその他の重要な適用先として、不確実性下のダイナミックな最適投資問題への適用を提案した。査読論文(2)では、最適投資比率が Covariance method によりシミュレーションによる計算が可能であることを改めて示し、さらに単純なモンテカルロ法や準モンテカルロ法による推定値の精度が極めて悪いことを示した。それに対し LT 法がこの問題に対しても容易に適用可能であることを示すとともに、その精度向上が非常に大きいことを数値実験により実証した。さらに、単純なモンテカルロ法の利用が、その精度の悪さゆえに間違った推定値を導出する可能性を示し、一方の LT 法を用いた準モンテカルロ法がその問題を回避できることも示した。

「研究目的 3」に関しては、まず Lévy process の中でも最も単純な確率過程の一つである Normal Inverse Gaussian(NIG) Lévy process のもとでのオプション評価法を研究した。これまでは NIG の特殊な性質を利用したシミュレーション手法は提案されているが、汎用的な方法は提案されていなかった。

そこで、Hormann らが提案している数値的な逆関数法を利用することによる、より汎用的な準モンテカルロ法の実装方法を探り、論文(3)において NIG Lévy process において準モンテカルロ法が実装可能であることを示した。

さらに、査読論文(1)においては、NIG Lévy process, Variance Gamma(VG) Lévy process, Hyperbolic(HYP) Lévy process をサブクラスとして含む非常に広いクラスである generalized hyperbolic(GH) Lévy process に焦点を絞り、実証結果からえられたパラメータに基づいて、原資産価格が GH Lévy process にしたがうときに様々なエキゾティックオプションを準モンテカルロ法を用いて効率的に評価できることを示した。この論文では、ガウス過程ベースの確率過程に利用が制限されていた LT 法を一般化し、一定の条件を満たす任意の確率過程においてもその適用が可能な分散減少法として、generalized linear transformation method(GLT 法)を新たに提案した。そして、様々なエキゾティックオプションの評価において有効であることを数値計算、及び「研究成果 1」で提案した CER の観点からも実証した。

シミュレーションをはじめとする数値計算手法が有効であるその他のファイナンス分野への応用可能性として、リアルオプション・アプローチによる投資プロジェクトの評価と最適戦略の導出の研究も並行して行われた。競争相手が存在する下での実物投資の意思決定を扱うリアルオプションや、相対契約のような他のプレーヤーとの関係を厳密に分析するためには、リアルオプション・アプローチに加えて、ゲーム理論を用いた定量的な分析(Real Option and Game, RoGath)を行う必要があることが知られている。本研究では、査読論文 4 において、単純な 2 期間モデルを用いて不確実性と競争状況がともに存在するもとでの均衡戦略を導出した。また、査読論文 5 においては、それを連続モデルに拡張し、より現実に近い設定における均衡戦略と投資プロジェクトの価値を導出するアルゴリズムを提案した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)(すべて査読有り)

1. Junichi Imai and Ken Seng Tan. An accelerating quasi-Monte Carlo method for option pricing under the generalized hyperbolic Lévy process. SIAM Journal on Scientific Computing, forthcoming.

2. Phelim Boyle, Junichi Imai, and Ken Seng Tan, "Computation of optimal portfolios using simulation-based dimension reduction", *Insurance: Mathematics and Economics*, 43(3), December 2008, 327-338.
 3. 今井潤一, 「NIG レヴィ過程下における効率的な準モンテカルロ法を用いたオプション評価」, *数理解析研究所講究録* 1580, 「ファイナンスの数理解析とその応用」, 2008年2月, 114-123.
 4. 今井潤一, 渡辺隆裕, 「競争状況下でのリアルオプションと柔軟性の罫」, 2007, *現代ファイナンス*, 22, pp.75-95.
 5. Junichi Imai and Takahiro Watanabe, "The Investment Game under Uncertainty: An Analysis of Equilibrium Values in the Presence of First or Second Mover Advantage, in *Stochastic Processes and Applications to Mathematical Finance: Proceedings of the 6th Ritsumeikan Conference*, 2007, 151--172.
 6. Junichi Imai and Ken Seng Tan, "A General Dimension Reduction Technique For Derivative Pricing", *Journal of Computational Finance*, 10(2), Winter 2006/07, 129-155.
- [学会発表](計14件)
1. 今井潤一「準モンテカルロ法を利用した Lévy 過程のシミュレーション」, オペレーションズ・リサーチ学会東北支部会, 東北大学, 2009年3月31日.
 2. 今井潤一「準モンテカルロ法の高速化技法: 一般化線形変換による分散減少法と一般化双曲レヴィ分布への適用」, 日本銀行金融研究所セミナー, 日本銀行, 2009年2月5日.
 3. 今井潤一, "An Enhanced Quasi-Monte Carlo Method for simulating Levy Process", *金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2008*, 大阪大学金融・保険教育センター(CSFI), 2008年12月7日.
 4. Junichi Imai, "A numerical approach for accelerating QMC method under the Generalized Hyperbolic Lévy Process", 日本オペレーションズ・リサーチ学会研究部会, 「ファイナンスと意思決定」, 首都大学東京 秋葉原サテライトキャンパス, 2008年11月19日.
 5. 今井潤一, 「マルコフ完全均衡と離散選択モデルを用いたイノベーションのジレンマの分析」, 日本リアルオプション学会 2008年研究発表大会(JAROS2008), 明海大学, 2008年11月9日.
 6. 今井潤一, 「レヴィ過程のための(準)モンテカルロ・シミュレーション」, 特別セッション, 日本リアルオプション学会 2008年研究発表大会(JAROS2008), 明海大学, 2008年11月8日.
 7. 今井潤一, 「リアルオプション・アプローチによるイノベーション選択」, 日本経営財務研究学会第32回全国大会, 東洋大学, 2008年9月28日.
 8. Ken Seng Tan and Junichi Imai, "An Enhanced Quasi-Monte Carlo Method for simulating generalized hyperbolic Levy process", Eighth International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing MCQMC2008), Université de Montréal, CANADA, July 8, 2008.
 9. Junichi Imai and Ken Seng Tan, "An Accelerating Quasi-Monte Carlo Method for Option Pricing under the Generalized Hyperbolic Levy Process", 12th International Congress on Insurance: Mathematics & Economics, School of Economics and Management, Tsinghua University, Dalian, China, July 17, 2008.
 10. Junichi Imai and Ken Seng Tan, "An Accelerating Quasi-Monte Carlo Method for Option Pricing under the Generalized Hyperbolic Levy Process", 2008 Daiwa Young Researchers' International Workshop on Finance, Kyoto University, JAPAN, March 3, 2008.
 11. 今井潤一, "Accelerating quasi-Monte Carlo method for option pricing under the generalized hyperbolic Lévy process", 平成19年度京都大学数理解析研究所/科学研究費補助金 研究集会, 京都大学数理解析研究所, 2007年11月20日.
 12. Junichi Imai and Ken Seng Tan, "Enhancing the dimension reduction technique using the effective dimension distribution", *Bachelier Finance 2006 4th World Congress*, Hitotsubashi University, Tokyo, JAPAN, August 18, 2006.

13. Junichi Imai and Ken Seng Tan, "The Enhanced LT method using Effective Dimension Distribution", Festkolloquium in Honour of Phelim Boyle, University of Waterloo, CANADA, June 29, 2006.
14. Junichi Imai, "Valuing Switching Options by Simulation and an Application to Oil Refinery", 10th Annual International Conference on Real Options, Columbia University, New York, United States, June 14, 2006.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

今井 潤一 (IMAI JUNICHI)
慶應義塾大学・理工学部・准教授
研究者番号：10293078

(2)研究分担者

該当なし

(3)連携研究者

該当なし