

平成 21年 4月 12日現在

研究種目：若手研究(B)
 研究期間：2006～2008
 課題番号：18730144
 研究課題名（和文）極値理論を用いた高分位点の推定に関する理論と方法論の研究とその経済学への応用
 研究課題名（英文） Theory and method for large quantile estimation using extreme value theory and its application to economics
 研究代表者
 沖本 竜義（OKIMOTO TATSUYOSHI）
 横浜国立大学・大学院国際社会科学部研究科・准教授
 研究者番号：70420304

研究成果の概要：

高分位点推定に関して、極値理論を用いた推定量に関する研究を行い、極値理論から導出される高分位点推定量の性質の分析と推定精度の改善を試みた。具体的には、極値順序統計量に関するブートストラップ法を極値理論に基づいた高分位推定量に応用することを提案し、その有効性を確認した。また、マルコフ転換モデルや平滑推移モデルなどの時系列モデルに、多変量の従属関係を分析するために注目されているコピュラという概念を融合する方法を提案し、提案したモデルを用いて、国際金融市場における極値の従属構造を分析した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,200,000	0	1,200,000
2007年度	800,000	0	800,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	180,000	2,780,000

研究分野：経済統計学

科研費の分科・細目：経済統計学

キーワード：セミパラメトリック法、ブートストラップ、コピュラ、マルコフ転換モデル、平滑推移モデル、MCMC、国際金融市場の従属構造、金融政策

1. 研究開始当初の背景

(1) 1990年代後半以降の大手銀行や証券会社の倒産を背景として、リスク管理の手法が重要な問題となっている。代表的なリスクの指標の1つとして、バリュー・アット・リスク (VaR) と呼ばれる指標があり、例えば、あるポートフォリオの VaR とは、一般的に1%または5%の確率でそのポートフォリオから生じる最大損失額で定義される。したがって、統計学・計量経済学の観点からすると、VaRの推定は、ポートフォリオの損失分布における高分位点の推定の問題といえることができる。

る。

分位点の推定の問題は統計学・計量経済学において非常に重要な問題であり、多くの先行研究がなされてきた。それらの方法はノンパラメトリック法とパラメトリック法という2つの方法に大別されるが、それらの方法を高分位点の推定に応用するには問題が存在する。ノンパラメトリック法は、データが従う分布を仮定しない方法であり、その利点は、十分なデータがあれば非常に弱い仮定で分位点の推定を行うことができることである。しかしながら、高分位点付近の事象が発

生する確率は非常に低い、高分位点付近のデータが十分に得られることは少ない。したがって、ノンパラメトリック法を用いて高分位点を推定することは非常に難しい。この問題を解決するために、高分位点の推定に一般的に用いられている方法がパラメトリック法であり、パラメトリック法ではデータが従う分布を仮定する。しかしながら、データが従う分布を仮定することは非常に強い仮定であり、それ自体大きなリスクを含んでいることになる。ゆえに、ノンパラメトリック法とパラメトリック法のどちらも高分位点の推定に関しては問題を抱えており、何らかの解決法が求められている。

(2) 国際分散投資やリスク管理においては、各国の株式市場がどのように関連しているかが重要となる。そのため、従属構造の時間的変動を記述するモデルが数多く提案されているが、そのほとんどは相関係数をモデル化したものである。しかしながら、相関係数は依存関係の指標として完全なものではないことが近年、問題視されている。相関の1つの問題は、相関が線形依存関係の程度を測る指標であり、非線形な依存関係を捉えることはできないことである。また、相関は対称な依存関係しか記述することができないという問題もある。より具体的には、相関の大きさが符号に依存することはないということである。これは、国際株式市場の例を用いて説明すると、アメリカと日本の株式市場の両方で株価が下がる時の従属関係と、両方の市場で株価が上がる時の従属関係が同一であることを仮定していることになる。しかしながら、正のショックと負のショックが同一の依存関係をもっている保証はない。特に、金融市場においては、レバレッジ効果や市場に与える心理的影響を考慮すると、負のショックの依存関係の方が強いことも十分考えられる。ゆえに、近年では、相関よりも一般的な従属構造を分析する研究が多く見られるようになり、そのような研究において、中心的な役割を果たしているのがコピュラという概念である。しかしながら、コピュラを用いた分析はまだ初期の段階であり、さまざまなモデルへの拡張が期待されている。

2. 研究の目的

(1) 本研究のひとつの目的は、パラメトリック法よりは弱い仮定の下で、かつ、ノンパラメトリック法よりも推定精度の良い、セミパラメトリックな高分位点の推定法を確立することである。具体的には、極値理論から導出される高分位点推定量に関して、その性質を分析し、仮説検定や信頼区間の構築に必要な漸近正規性が成立する条件を導出することを目的とする。また、ブートストラップなどの、近年発達してきた統計手法を用い

て、推定量の改善も試みる。

(2) 本研究のもうひとつの目的は、複数の変数が同時に極値をとる場合の従属構造の分析に有用なモデルを提案し、それを国際金融市場の分析に応用することである。具体的には、国際金融市場の従属構造の変遷を柔軟に記述できるモデルを構築し、国際金融市場の従属構造の進展を分析することを目的とする。また、国際金融市場が好調な時期と低迷している時期における依存構造を比較できるモデルを構築し、正と負の極値間の従属構造の違いを分析することも試みる。

3. 研究の方法

(1) まず、はじめに極値理論に基づいた高分位点推定量の性質を包括的なシミュレーションで分析し、推定量の性質を理解することからはじめる。その後、推定量が望ましい性質を持つ条件を理論的に分析する。また、それと同時に、近年発達してきたブートストラップやMCMCなどの統計的手法を用いて極値理論に基づいた高分位点推定量の改善も図る。

(2) まず、マルコフ転換モデルや平滑推移モデルなどの既存の時系列モデルに、多変量の従属関係を分析するために注目されているコピュラという概念を融合する方法を提案する。その後、提案したモデルを用いて、国際金融市場における株式収益率や金利の従属構造を分析する。その際、正と負の極値間の従属構造に重点をおき、結果がリスクの指標の計算にどのような影響を及ぼすかを評価する。

4. 研究成果

高分位点推定に関して、極値理論を用いた推定量に関する研究を行い、極値理論から導出される高分位点推定量の性質の分析と推定精度の改善を試みた。また、マルコフ転換モデルや平滑推移モデルなどの時系列モデルに、多変量の従属関係を分析するために注目されているコピュラという概念を融合する方法を提案し、提案したモデルを用いて、国際金融市場における株式収益率や金利の従属構造を分析した。以下では、研究成果をより具体的にまとめる。

(1) 高分位点推定に関して、極値理論を用いた推定量に関する研究を行い、極値理論から導出される高分位点推定量の性質の分析と推定精度の改善を試みた。具体的には、極値理論から導出される高分位推定量が漸近的に正規分布に従う条件を導出した。漸近正規性は、信頼区間の構築や仮説検定に必要なものであり、その条件を明らかにすることは重要である。また、推定量を改善するために、コンピュータの発達に伴い、近年頻繁に用いられているブートストラップやサブサン

リングの手法を用いて推定量を改善する方法を提案した。そして、その方法の有効性を示すために、包括的なシミュレーションを行った結果、①推定に用いる順序統計量の個数を適切に選択すれば、推定精度がかなり改善されること、②極値順序統計量に関しては、通常のブートストラップは機能しないが、極値理論の結果に基づいたブートストラップやサブサンプリングは有効であること、③高分位点の推定に用いる最適な順序統計量の個数の選択に、極値理論に基づいたブートストラップ方法が有効であることを確認した。

(2) 国際的な経済関係や金融市場の発展に伴い、過去 35 年間の国際株式市場の従属関係がどのように変化してきたのかを極値コピュラと平滑化推移モデルを用いて解析した。特に、国際株式市場が安定的な状態における従属関係と市場が不安定な場合の従属関係の強さが異なる可能性を考慮に入れ、正の極値間の従属関係と負の極値間の従属関係において、異なる変遷過程を許容するモデルを提案し、実証研究によりそのモデルの有用性を確認した。また、その実証研究の結果、国際株式市場の従属関係が次第に強くなってきていることが確認され、その従属関係の増大が、正の極値間の従属関係の増大と負の極値間の従属関係の増大の両方から来ていることが確認された。さらに、70 年代は負の極値間の従属関係のほうが強い傾向が見られたが、正の極値間の従属関係のより大きな上昇により、近年では 2 つの従属関係の強さにはほとんど差が見られなくなっていることも確認された。また、同様の手法を用いて、国際的な国債市場の従属関係の変化についても研究を行った。その結果、長期国債に関しては、株式収益率と同様に国際的な従属関係が大きく増大しているが、短期国債に関しては、それほど大きく増大していないことが確認された。この結果は、国際的な金融市場の共変動が重要になっている一方、各国のビジネスサイクルは金融市場ほど統合されていないことを示しており、マクロ経済学とファイナンスの両方の分野において重要な結果である。これらの 2 つの研究で得られた結果は、一橋大学、日本銀行を含む複数の大学と研究機関でセミナーとして報告された。

(3) 国際株式市場における各国の株式収益率の従属関係をベア市場とブル市場に分割して分析することを試みた。具体的には、マルコフ転換モデルを用いて、国際株式市場の状態を分割したところ、各国の株式収益率が安定的で高い収益率が期待され、かつ従属関係が比較的弱い時期（ブル市場）と不安定で低い収益率しか期待されず、かつ従属関係が比較的高い時期（ベア市場）があることが判明した。先行研究においても同様の 2 状態が

発見されていたが、統計的に有意な結果は得られていなかった。本研究の結果は統計的に支持されている点が重要である。また、ベア市場では、負の極値間の従属構造がこれまでの既存研究において一般的に使われてきた正規コピュラよりも、極値コピュラを用いてモデル化すると、モデルが統計的に有意に改善されることを示した。さらに、この負の極値間の従属構造を無視することによって、金融機関において一般的に利用されているリスク指標が 10%程度、過小に評価されることも確認した。この結果は国際的な学術雑誌である *Journal of Financial and Quantitative Analysis* に掲載された。

(4) 近年発達してきた MCMC などのベイズ的手法を用いて極値理論に基づく高分位推定量の推定精度の改善を試みた。推定量の改善という点では、大きな成果を得られることができなかったが、そこで身につけた手法を基に、日本の金融政策における構造変化を検出する問題を考察した。具体的には、1975 年から最近までの期間を対象にマルコフ転換型 VAR モデルを MCMC で推計し、構造変化の有無、発生回数、および変化の形態を包括的に考慮しつつ、金融政策の効果をより厳密に検証することを試みた。分析の結果、「流動性の罫」状態に突入した 1996 年ごろに構造変化が確認されたが、その変化は恒久的ではなく、推移的であることも確認された。また、推計結果に基づいて日本銀行の政策効果を分析したところ、96 年以前は金利政策が非常に有効であったことと、96 年以降に主流となった状態での金利政策の有効性は著しく低下したが、同時期に実施された貨幣操作による金融政策には一定の景気刺激効果が存在したことが確認された。これらの結果から、バブル経済崩壊後の 90 年代においても、日銀が実施した金融緩和は、景気の下支えをした可能性が示唆された。この結果は、国際的な学術雑誌である *Journal of the Japanese and International Economies* に掲載された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① OKIMOTO, Tatsuyoshi, New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43 (3), 787-816, 2008, 査読有
- ② INOUE, Tomoo and OKIMOTO, Tatsuyoshi, Were there structural breaks in the effects of Japanese monetary policy? Re-evaluating policy effects of the

lost decade, Journal of the Japanese and International Economies, 22(3)、320-342、2008、査読有

[学会発表] (計 8 件)

- ① 沖本竜義、The interest rate determination when economic variables are partially observable、Daiwa Young Researchers' International Workshop on Finance、2008年3月3-5日、京都大学
- ② 沖本竜義、New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets、The 2007 International Symposium on Econometric Theory and Applications、2007年4月13-15日、Hong Kong University of Sciences and Technology
- ③ 沖本竜義、New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets、大和ファイナンス研究会、2007年3月22日、京都大学
- ④ 沖本竜義、Extreme quantile estimation using extreme value theory、関西計量経済学研究会、2007年2月17-18日、横浜シンポジア
- ⑤ 沖本竜義、Time-varying dependence in international equity markets、統計関連学会連合大会、2006年9月6-9日、東北大学
- ⑥ 沖本竜義、Extreme quantile estimation using extreme value theory、極値理論共同研究集会、2007年9月26日、統計数理研究所
- ⑦ 沖本竜義、New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets、関西計量経済学研究会、2006年2月18-19日、神戸大学
- ⑧ 沖本竜義、New evidence of asymmetric dependence structures in international equity markets、横浜国立大学・南山大学合同ファイナンスワークショップ、2006年2月11日、横浜国立大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

沖本竜義 (OKIMOTO TATSUYOSHI)

横浜国立大学・大学院国際社会科学研究所
科・准教授

研究者番号：70420304

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者