

平成 21 年 5 月 25 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18740008

研究課題名(和文) 代数体上に定義された代数多様体の標準的高さとその周辺

研究課題名(英文) canonical heights on varieties defined over a number field and related topics

研究代表者

川口 周 (KAWAGUCHI SHU)

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：20324600

研究成果の概要：

高さとは、代数体上に定義された代数多様体の点（より一般には部分代数多様体）の算術的な「大きさ、複雑さ」を測る量と考えられる。代数多様体が「良い」自己写像を持つときには、その写像に関して良く振る舞う高さが存在することがある。このような高さを標準的高さという。例えば、代数体上に定義されたアーベル多様体の算術的性質を調べるときに基本的な Neron-Tate の高さは、アーベル多様体の n 倍射に関してよく振る舞う標準的高さである。当該研究では、標準的高さ関数の構成、および、代数多様体の有理点の自己写像に関する算術的性質を以下の場合に調べた。代数多様体が複数の「良い」射を持つ場合、アフィン平面の多項式自己同型、代数多様体の射の「良い」列、正の位相エントロピーをもつ代数曲面の自己同型。さらに、Joseph H. Silverman 氏と共同で、射影空間の二つの射に付随する標準的高さ関数が一致するときに、二つの射が深く関係していることを示した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	900,000	0	900,000
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,200,000	180,000	2,380,000

研究分野：(広い意味の) 代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：標準的高さ, Arakelov 幾何

1. 研究開始当初の背景

高さとは、代数体上に定義された代数多様体の点（より一般には部分代数多様体）の算術的な「大きさ、複雑さ」を測る量と考えられる。代数多様体が良い自己写像を持つときには、その写像に関して良く振る舞う高さが存在することがある。このような高さを標準的高さという。最も有名で深く研究されている標準的高さは、代数体上に定義されたアーベル多様体の n 倍射に関してよく振る舞うもので、Neron-Tate の高さと呼ばれている。その他に射影空間の射についても標準的高さが、Call-Silverman や Zhang によって構成され、その数論的性質が調べられている。

2. 研究の目的

アーベル多様体の n 倍射や、射影空間の射に関する標準的高さと同じように、代数体上に定義された代数多様体とその自己写像に関して、標準的高さ関数が構成できるかを調べる。Neron-Tate の高さはアーベル多様体の数論的性質を調べる基本的な道具になっているので、もし標準的高さ関数が構成できれば、代数多様体の自己写像の数論的性質を調べるための基本的な道具を提供することになるだろう。標準的高さ関数が構成できる場合は、それを用いて、代数多様体の有理点の自己写像に関する振る舞いなど、算術的な性質を調べたい。また、標準的高さ関数の局所標準的高さ関数への分解、および、局所標準的高さ関数と非アルキメデスの力学系との関係も調べたい。

3. 研究の方法

高さは、もともとディオファントス幾何の有用な道具である。アラケロフ幾何を用いると、高さを代数幾何的に構成することができる。一方、射影空間の射に付随する標準の高さ関数は、局所高さ関数に分解したとき、複素数体では射に関する Green 関数というものに一致する。この Green 関数は複素力学系で深く研究されている。当該研究では、アラケロフ幾何や複素力学系の手法も用いて、代数多様体の自己写像に関する高さ関数を調べる。

4. 研究成果

当該研究期間に発表された研究では、標準的高さ関数の構成、および、代数多様体の有理点の自己写像に関する算術的性質を以下の場合に調べた。

- (1) 代数多様体が多数の「良い」射を持つ場合。具体的には、 X を代数体上に定義された正規射影代数多様体とし f_1, \dots, f_k を X から X 自身への射とし、 L を X の上の豊富な直線束とする。このとき、1 より大きい数 d が存在して、 L を f_i で引き戻した直線束全体のテンソル積が L の d 回テンソル積に同型の場合に、標準的高さ関数や不変カレントの構成をし、 X と f_i の性質をいくつか調べた。
- (2) アフィン平面の多項式自己同型（ただし、elementary な自己同型に共役ではないもの）。
- (3) 代数多様体の射の「良い」列。具体的に

は, (1)の $k=1$ の場合の f を「良い」射 (これは, Call--Silverman や Zhang によって考えられたもの) とする. この「良い」射のなす列が「有界」であるという条件を導入し, 「良い」射の「有界」な列に標準の高さ関数が構成できることを示し, その列の算術的性質を調べた.

(4) 正の位相エントロピーをもつ代数曲面の自己同型.

さらに, Joseph H. Silverman 氏と共同で, 射影空間の二つの射に付随する標準的高さ関数が一致するときに, 二つの射が深く関係していることを示した.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Shu Kawaguchi and Joseph H. Silverman, Addendum: ‘‘Dynamics of projective morphisms having identical canonical heights’’ [Proc. Lond. Math. Soc. (3) 95 (2007), no. 2, 519--544; MR2352570]. Proc. Lond. Math. Soc. (3) 97 (2008), no. 1, 272. 査読有り
- ② Shu Kawaguchi, Projective surface automorphisms with positive topological entropy from an arithmetic viewpoint, Amer. J. Math. 130 (2008), 159--186. 査読有り
- ③ Shu Kawaguchi and Joseph H. Silverman, Dynamics of projective morphisms having identical canonical heights

Proc. Lond. Math. Soc. (3) 95 (2007), 519--544. 査読有り

- ④ Shu Kawaguchi, Canonical heights for random iterations in certain varieties, Int. Math. Res. Not. IMRN 2007 (2007), Art. ID rnm 023, 33 pp. 査読有り
- ⑤ Shu Kawaguchi, Canonical height functions for affine plane polynomial automorphisms, Math. Ann. 335 (2006), 285--301. 査読有り
- ⑥ Shu Kawaguchi, Canonical heights, invariant currents and dynamical eigensystems for line bundles, J. Reine Angew. Math. 597 (2006), 135--173. 査読有り

[学会発表] (計 5 件)

(海外の大学でのセミナー発表も含む)

- ① seminar on Arakelov geometry at the Institut de Mathematiques de Jussieu, 2009 年3 月
- ② 代数学シンポジウム, 盛岡, 2008 年8 月
- ③ International conference on Birational automorphisms of compact complex manifold and Dynamical systems, 名古屋大学, 2007年8 月
- ④ Seminars on Arakelov geometry and Shimura varieties, Centre de Recerca Matematica, 2006 年6 月

⑤ Seminaire Autour de la geometrie
d'Arakelov, Institut Mathematique de
Jussieu, 2006 年 5 月

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川口 周 (KAWAGUCHI SHU)

大阪大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：20324600

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者