

平成 21 年 6 月 2 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2006 - 2008

課題番号：18740051

研究課題名（和文）医学・工学に現れる逆問題への数学解析と情報理論の適用

研究課題名（英文）Mathematical Analysis and Applications of Information Theory for Inverse Problems

研究代表者

久保 雅義 (Kubo Masayoshi)

京都大学・情報学研究科・講師

研究者番号：10273616

研究成果の概要：

工学や医学の応用科学の分野において、非破壊検査や断層撮影法などの数理モデル化によって現れる逆問題では、現在においても様々なアプローチで解析がなされている。本研究において、それらの数理モデルとして代表的な確率微分方程式を取り上げ対応する逆問題に対し、その数学解析と実験のノイズによる影響を統計的に捉えるために情報理論の適用を行い、数値精度を数学的に保証することが可能となった。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
平成 18 年度	1,200,000	0	1,200,000
平成 19 年度	1,100,000	0	1,100,000
平成 20 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	360,000	3,860,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論、統計数学）

キーワード：逆問題，情報理論，数学解析，確率微分方程式，推定理論

1. 研究開始当初の背景

自然科学の現象を記述する偏微分方程式は数学のみならず、科学及び工学全般に幅広く応用されており、その数学的研究の根幹である偏微分方程式の解の存在や一意性、与えられたデータに対する連続性等の順問題に対する解析はすでに詳しく考察されている。順問題の数値解の構成についても数値解析及び数値計算等による体系的な研究が数多

くなされている。これに対して工学や医学など多くの分野と関連して現れる逆問題の解の構成に対する数学的研究は体系的には進んでおらず、様々な問題点が指摘されている。工学や医学などで扱われている逆問題では、実験で得られる観測データについて、測定機器の能力や実験環境による物理的に避けられないノイズの影響の問題が頻繁に取り上げられている。微分方程式の逆問題が数多くのケースで非適切（観測データから目的とす

る解への写像が通常位相で不連続)となるために、安定した数値計算を行なうことに対してデータへのノイズの混入が致命的な影響を与える。仮に逆問題の設定を適切なものに変更できたとしても、観測データに混入するノイズの影響を取り除くことは数学的に未解決である。経験的には、実験での観測回数を増やし逆問題の数値解の平均等を計算することでノイズの影響を除去する方法がある。しかしながら順問題が線型なものであっても、その逆問題は多くの場合に非線型になるため単純に平均をとるような処理では逆問題の解の近似計算とはならない。このような逆問題の解の平均化手法による近似計算の仕方は、問題の特性上ケースバイケースで対処がなされており、決定的な方法論に欠けている面が指摘されている。つまりその殆んどが現時点では数学的裏付けをもたないドホックな手法に留まっている。

観測データ等にノイズが混入することを逆問題の数理モデル化の際に直接的に取り込み、その様なモデルでのノイズの影響の数学解析と適切な数値解法の開発を行なうことは、単に数学的重要性があるだけでなく、非破壊検査や断層撮影法等に現れる逆問題を適切に離散化し精度よく数値計算を行うために意義のあることと考えられていた。

2. 研究の目的

工学・医学等に現れる偏微分方程式に関する種々の逆問題に対し数学解析・数値解析を行うとともに、新しい試みとして、逆問題の対象を確率微分方程式に拡張することを念頭において研究を行なうことが本研究の目的である。工学・医学などに現れる具体的な逆問題では実験環境下のために入力データや計測データ等にノイズが混入することは不可避である。しかしながら、これまで取り扱ってきた微分方程式の逆問題では入出力システムにノイズが入らないという理想的な状況下で問題設定を行い、その理論的研究を行ってきた。このような問題設定のものでは、初期値に対する安定性評価や逆問題の解の正則性と一意性等について一定の成果が得られている。これに対して今後の研究課題としては確率微分方程式を対象とすることで、ノイズ影響下での逆問題に対する数学解析の枠組みを構築することを目的としている。本研究課題では確率微分方程式の数理モデルの出力測定から入力信号を同定する逆問題を動機として、確率微分方程式で記述される入出力システムにおいて解に相当する出力データの観測から入力信号を推定するという逆問題を取り上げ、この逆問題の解析手法の確立を図るものである。

3. 研究の方法

医学・工学に現れる逆問題では実験環境下のために入力データ等にノイズが混入することは不可避である。しかしながら、これまでの微分方程式の逆問題では入出力システムにノイズが入らないという理想的な状況下で問題設定を行い、その理論的研究がなされてきた。これに対して本研究課題では確率微分方程式を対象とすることで、ノイズ影響下での逆問題に対する数学解析の枠組みを構築することが可能となっている。逆問題研究の中で具体的な背景をもつものとして、脳内における神経細胞の活動を調べるのが医学・工学の分野で挙げられる。大脳皮質の神経細胞の膜電位は、生体内では非常にランダムな活動を行うことが知られている。このランダムな変化は従来より確率微分方程式の数理モデルを用いて表現されている。本研究課題ではこのモデルの出力測定から入力信号を同定する逆問題を動機として、確率微分方程式で記述される入出力システムにおいて解に相当する出力データの観測から入力信号を推定するという逆問題を取り上げ、この逆問題の解析手法の確立を図るものである。従来よりこのような逆問題に対しては入力を有限個のパラメータで記述することで特定の入力モデルを仮定しているが、実際には適当な入力モデルを事前に仮定できないことも少なくない。これに対して本研究では、入力をある関数空間に属する無限次元パラメータとして取り扱い、入力に対する特定のモデルに依存しない議論を行うことにより、より一般的な枠組みを構築するものである。逆問題などの応用数学解析は、その目的を誤れば病的な研究になる恐れがあるが、今回は上記の具体的な逆問題を念頭におき研究を進め、物理的・工学的意味付けを考慮することで積極的で意味のある研究取り上げ。数値計算において確率微分方程式の逆問題に対する最尤推定量を対象とするために大規模なものとなるが、並列計算機を効率的に用いることで対処するとした。

4. 研究成果

数学解析と情報理論を用いて偏微分方程式及び確率微分方程式の逆問題の研究を行ってきた。具体的には医工学に現れる逆問題として神経細胞の電位変化の *in vivo*(生体内)での活動を解析する手法の確立についてを取り上げ、それに対する数学解析と数値計算を行った。大脳皮質の神経細胞の膜電位は、生体内では非常にランダムな活動を行うことが知られており、このランダムな変化は従来より確率微分方程式の数理モデルを用いて表現されてきた。本研究課題ではこのモデ

ルの出力測定から入力信号を同定する逆問題を動機として、確率微分方程式で記述される入出力システムにおいて解に相当する出力データの観測から入力信号を推定することを数学解析および数値計算を用いて取り組んだ。具体的には *in vivo* の細胞内記録 (*intracellular recording*) で得られるデータに相当する「膜電位変化」とそのときの「計測電流」のみを用いて Hodgkin-Huxley 方程式の係数である「イオンチャネル全体としての巨視的な電気伝導度」を求める問題を取り上げ、ノイズを方程式へのブラウン運動の項を外力項として導入した。この非線型確率微分方程式に対して、数値計算手法を開発し実際にその係数の値を計算機で求められることを確認した。さらにそのとき数値的に求めた係数のデータを用いて、実際に神経細胞が受けていた「シナプスからの外部入力」を定量評価する計算手法に改良を行った。もう一つの成果として神経細胞の集団としての発火活動から神経細胞の結合を推定するという逆問題についても高精度で決定可能であることが分かった。まずは神経細胞の数理モデル等を用いて神経細胞間の活動を数学的に定式化することによって神経のネットワークを数学的にモデル化した。それを用いて、逆問題の観測データとして実験で実際に得ることが可能な各神経細胞の発火活動データを取り上げることで、神経細胞間の結合構造を決定するという問題の解析を行い結合構造の推定が高精度で可能であることが分かった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

(1) 久保 雅義, Inverse Problems for the Hodgkin-Huxley model, Proceedings of the Czech-Japanese Seminar in Applied Math., Vol.3, 88-94, 2006, 査読有り

〔学会発表〕(計2件)

(1) 久保 雅義, 脳科学における逆問題, 「特異性から見た非線型構造の数学」
科研費研究集会, 2007年6月 (京都大学大学院情報学研究科)

(2) 久保 雅義, Hodgkin-Huxley方程式を用いたイオンチャネルコンダクタンスの定量評価について, 「新しい制御と数学の接点を探る調査研究会」

科研費研究集会, 2006年11月
(京都大学大学院情報学研究科)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

6. 研究組織

(1) 研究代表者

研究代表者

久保 雅義 (KUBO MASAYOSHI)
京都大学・情報学研究科・講師
研究者番号: 10273616