

平成 21 年 5 月 26 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2006～2008

課題番号：18740060

研究課題名（和文） 局所定常過程間の因果関係と経済時系列データへの応用

研究課題名（英文） On the causality between multiple locally stationary processes and its application to the financial time series data.

研究代表者

氏 名：蛭川 潤一（HIRUKAWA JUNICHI）

所 属：新潟大学・自然科学系・准教授

研究者番号：10386617

研究成果の概要：

定常性の仮定の下で与えられた依存性と因果関係の概念を局所定常モデルに一般化した。時刻毎、周波数毎の、依存性、因果関係、相互関係の測度を与え、それらを時変スペクトル密度関数を用いて表した。依存性の強さの検定問題を局所定常過程に一般化し、ノンパラメトリック時変スペクトル密度関数推定量を用いた検定統計量を提案した。また、無限次元の時変係数自己回帰モデルをあてはめて、局所最小自乗推定量を用いた検定統計量を構成した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	1,300,000	0	1,300,000
2007 年度	1,200,000	0	1,200,000
2008 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	300,000	3,800,000

研究分野：数物系化学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：統計数学，時系列解析，金融工学

## 1. 研究開始当初の背景

（1）2つの時系列XとYの関係性を調べたい時、しばしば、依存性と因果関係の概念が用いられる。これらの概念は、単に、XとYとの間の関係性を述べるだけでなく、工学、経済学等におけるモデルの性質について述べたい時においても有用である。例えば、2つの経済指数XとYがあったとする。まず初めに、興味があるのはXとYの間に依存関係があるかないかということである。次に、XとYの間に依存関係がある場合には、XからYへの向きの影響が大きいのか、YからXへの向きへの影響が大きいのかの因果関係を

調べたいと考える。このようにして、経済指数間の関係性を調べることは、経済モデルの構造を明らかにし、最適な投資戦略を構築する上でも役に立つ。

時系列解析は、定常性の仮定の下で発展してきた。定常時系列モデルにおける依存性と因果関係を測る測度は、既に提案され、研究されてきている。それらの測度が周波数毎に分割されることが示されていて、どのような周期において2つの時系列間の依存性や因果関係が強いかを測る検定方法が与えられている。また、それらの検定方法が経済時系列等に応用され、多くの興味深い結果が得られ

ている。しかしながら、それらの測度が時間に依らずに一定であるという定常性の仮定は制限的であるように思える。例えば、経済指数 $X$ と $Y$ について、ある期間においては、 $X$ から $Y$ への向きの影響が大きい、別の期間においては、逆向きの $Y$ から $X$ への向きの影響が大きいという様な状況が考えられる。そのような状況は、実際に観測される経済時系列において、期間全体を通して影響の大きさが一定であるという状況よりも自然に起こりうる。近年、Dahlhaus は重要な非定常過程のクラスの一つである局所定常過程を正確な漸近的フレームワークを用いて定式化した。局所定常過程は、時間と共にスペクトル構造が滑らかに変化する時変スペクトル密度関数を持つ。2つの時系列間の依存性と因果関係を測る測度を局所定常過程に一般化することが自然に考えられる。

(2) データ間の依存性と因果関係は、多変量解析の分野において広範囲に研究されてきた。定常時系列についても、様々な研究が行われてきた。しかしながら、局所定常過程についての依存性と因果関係の研究はいまだに為されていない。局所定常モデルは、近年、Dahlhaus によって提案されたスペクトル構造が時間と共に滑らかに変化をするモデルである。研究代表者は、非正規局所定常過程について、局所漸近正規性(LAN)を示し、LAN 定理に基づく基本的な漸近的推論を行った。LAN 性は、統計的推論理論において、最も基本的な概念であり、事実上全ての漸近的推論と検定の問題についての最適な解を記述する。また、LAN 定理を非正規頑健性や adaptive な推定に応用した。多変量非正規局所定常過程間の判別解析についても調べた。Kullback-Leibler 情報量測度や Chernoff 情報量測度を特別な場合として含む時変スペクトル密度関数行列の非線形な積分汎関数測度を用いた、一般化された判別基準を提案し、この測度に基づく判別統計量が正規性の仮定の下で最適になることを示した。LAN 定理を考慮した、真に非正規最適な判別基準も提案した。更に、東京証券取引所の株価のクラスタリング問題についても調べた。時変スペクトル密度関数の非線形積分汎関数測度に基づくノンパラメトリックな分類方式を提案し、東京証券取引所の13社の企業に対して上述の分類方式を用いたクラスタリングを行い、興味深い分類結果を得た。以上のように、研究代表者は非正規局所定常過程の漸近的推論と経済時系列データへの応用の研究を行ってきていて、本課題においては、局所定常過程の依存性と関係性の測度についての漸近的推論を行い、非正規局所定常過程モデルの経済時系列データへの新たな応用を与えることを目的とする。

## 2. 研究の目的

(1) 2つの時系列間の依存性と因果関係を測る測度を局所定常過程に一般化することを目的とする。それらの測度を用いると、ある時刻において、2つの時系列間の関係性の大きさを検定する問題を考えることができる。また、それらの測度の周波数毎の分割を考え、時刻毎、周波数毎の関係性の大きさを測る検定方式を明らかにする。本課題では、上記の統計手法の数学的な理論を導き出すことを第一の目標とするが、研究内容は数学的な理論だけに留まらず、得られた統計手法を実際の時系列データに応用することも考える。経済指数等のスペクトル構造が時間変化する時系列データに対して、局所定常過程モデルをあてはめて、時刻毎、周波数毎の依存性や因果関係の大きさを測る検定問題を考える。更に、既存の定常時系列モデルをあてはめた場合の方法との比較検討も行う。

(2) 2つの多変量データの依存性と因果関係を調べる方法は、多変量解析の分野において広範囲にわたって研究され、整備されてきた。多変量解析においては、独立に観測される標本に基づいて2つのデータの関係性が調べられる。古典的な多変量解析の方法を相関を持つ時系列データに拡張して、応用することは興味深い。定常時系列モデルに関しては、既に、依存性と因果関係を測る測度が提案され、研究がなされてきた。しかしながら、定常時系列モデルは実際の現象を記述する上で十分ではない。株価等の経済時系列データ、音声データ、医学データ等、多くの時系列データが非定常な振る舞いをもつことが経験的に知られている。また、比較的長い時間に渡って観測される時系列データはスペクトルが急激、又は、緩やかに変化すると仮定するほうが自然である。スペクトル密度関数が時間と共に滑らかに変化する局所定常モデルをあてはめ、2つの時系列間の依存性と因果関係を調べることを研究の目的とする。定常時系列モデルを用いた既存の方法では、依存性と因果関係を測る測度は、時間に依らず一定であると仮定していたが、局所定常モデルをあてはめ、時間と共に変化する依存性と因果関係を測ることができ点が独創的である。

定常過程について、線形依存性を測る測度は周波数毎に分割され、更にその測度は、1つの時系列 $X$ から他方の時系列 $Y$ への線形の影響の測度、 $Y$ から $X$ への逆向きの影響の測度、瞬間の影響の測度の和で与えられることが示されている。この結果を局所定常過程に拡張し、時間毎の線形の依存性の測度を周波数毎に分割し、同様な測度の和に更に分割する。時間毎の因果関係の検定問題を考える時、時間変化する予測誤差を推定する必要がある。その際に、無限次元時変係数自己回帰モ

デルをあてはめて推定を行うことになるが、係数が時間変化するので通常の最小自乗推定量を用いることが出来ない。また、無限次元であるのでパラメトリックな方法も用いることも出来ない。従って、局所最小自乗量等の新しいノンパラメトリックな推定法を用いた検定方式を構成することが必要となる。

### 3. 研究の方法

#### (1) 理論の整備

第一番目の目標は、新しい時系列解析の手法を導くための理論、即ち、局所定常過程間の依存性と因果関係を測る測度についての統計的漸近理論の整備を行うことである。新しい統計手法を導きたいと考える際、準備として、既存の統計手法について詳細に調査することが不可欠である。2つの多変量データ間の依存性と因果関係を調べる方法は多変量解析の分野において、広範囲に渡って研究され、整備されている。また、定常時系列モデルについての依存性と因果関係についても様々な研究が行われてきている。従って、まず初めに、依存性と因果関係を調べる統計手法についての基本知識を整理する。この際に、定常時系列モデルだけでなく、独立に観測される標本に基づく多変量解析の手法についてまで詳細に調査することは、本研究の基礎を固めるために不可欠であるだけでなく、本研究の視野を広げる可能性を内包している。例えば、非線形時系列回帰モデルにおける依存性と因果関係についての問題などは、定常性の仮定の下でさえ、未解決の問題を多く含んでいる。

次に、既存の依存性と因果関係についての漸近手法を局所定常モデルに拡張することを考える。また、局所定常過程においては依存性と因果関係を測る測度は、時間と共に変化するので、従来の最小自乗推定量を用いることが出来ない。更に、時刻毎の予測誤差を推定する必要が生ずるため、ノンパラメトリックな時変スペクトル密度関数推定量を用いるだけでは、十分ではない。無限次元の時変係数自己回帰モデルをあてはめて、局所最小自乗推定量を用いることが考えられるが、局所最小自乗法は、学術誌等にアイデアが現れ始めた最新の方法であり、有限次元の場合でさえもその理論は未だに整備されていない。従って、既に出版されている図書や論文を調べるだけではなく、最新の資料の提供・閲覧を依頼する必要がある。また、国内の学会だけでなく、国際会議等にも積極的に参加し、最近の研究についての講演を数多く聴く必要がある。更に、局所定常過程や local polynomial fitting といった最新の研究におけるアイデアを応用することが考えられるが、そのような最新の研究の専門家

は国内外に目を向けてみても、まだ希少である。そのような専門家を積極的に訪問し、交流して、研究打ち合わせを行うことが重要となる。

#### (2) 経済時系列データへの応用

(1)において局所定常モデルにおける依存性と因果関係についての統計的漸近理論を整備することができたら、次に、構築した新しい時系列解析の手法を実際の経済時系列データに応用することを考える。局所定常過程においては、依存性と因果関係を測る測度は、時間と共に変化するので、時刻毎に予測誤差を推定する必要が生ずる。また、正則条件を満たすためには、定常時系列モデルをあてはめる場合よりも長期に渡って観測される時系列データを用いる必要がある。更に、依存性や因果関係を調べるので、用いる時系列は、当然、多変量時系列データである。以上の事を考慮に入れると、いかに効率的な計算プログラムを組もうとも、計算量が膨大になる。従って、最新の高速ワークステーションを用いて、効率よく計算し、計算時間を短くする必要がある。これに付随して、統計用の数値計算を行うためのソフトウェアをワークステーションに導入する。研究の初期段階においては、金融時系列データは入手しやすいものを利用し、基礎となる結果を得ることを優先する。インターネット等からデータを入手することが考えられるが、時間がかかるようであれば、統計ソフトに付随する時系列データ等を用いる。

#### (3) 研究発表

(1) (2)で得られた結果をプレプリントにして配布し、学会、国際会議等で研究発表して、研究者と交流を図り、研究を発展させる。特に、金融工学の分野において実際に観測されるデータの中で(2)で得られた結果の方が定常モデルをあてはめるより適していると判断されるものについて、当該分野での経験に基づいた意見を募り、研究に反映させる。国内外の様々な分野の専門家と交流した際に、他の研究者から得た意見やアドバイス等を、先に得られた基礎的な結果にフィードバックしていく。特に、金融工学の分野での実際の経験を持つ研究者から、局所定常モデルの方が定常なモデルを用いるよりも適していると考えられる金融時系列データ、又は、依存性や因果関係を調査することにより大きな意義が見出せる様な金融時系列データ等についての意見を募り、そのようなデータに対して、構築した時系列解析手法を応用し、理論面でも、より一層の発展を目指す。また、利用すべき金融データが専門的なものである場合には、データを入手するために専門知識の提供が必要となる。

### 4. 研究成果

(1) 2つの時系列の間の関係について述べる時、しばしば依存性と因果関係の概念が望まれる。これらの概念は、単に2つの時系列の関係性の推定について述べたい時、または、工学、経済学等におけるモデルの性質について述べたい時のどちらにおいても有用である。多変量定常時系列に関して依存性と因果関係を測る測度が既に提案され、それらが周波数毎に分割されることが示されている。しかしながら、それらの測度が時間に依らず一定であるという条件は制限的である。近年、重要な非定常過程のクラスの一つである局所定常過程が、精密な漸近的枠組みと共に定式化された。局所定常過程はスペクトル構造が時間と共に滑らかに変化する時変スペクトル密度関数を持つ。本研究では、定常性の仮定の下で与えられた依存性と因果関係の概念を局所定常モデルに一般化した。時刻毎、周波数毎の、依存性、因果関係、相互関係の測度を与え、それらを時変スペクトル密度関数を用いて表した。次に、定常過程についての依存性の強さの検定問題を局所定常過程に一般化した。ノンパラメトリック時変スペクトル密度関数推定量を用いた検定統計量を提案した。また、定常性の仮定の下での既存の因果関係の推定についての漸近手法を、局所定常モデルに拡張することを考えた。局所定常過程においては、因果関係を測る測度は、時間と共に変化するので、従来の最小自乗推定量を用いることが出来ない。更に、時刻毎の予測誤差を推定する必要が生ずるため、ノンパラメトリックな時変スペクトル密度関数推定量を用いるだけでは、十分ではない。従って、無限次元の時変係数自己回帰モデルをあてはめて、局所最小自乗推定量を用いた検定統計量を構成した。

(2) 実際の統計解析ではモデルの次数を決定する必要がある。独立標本の場合の最も良く知られている次数の決定法として赤池情報量基準がある。モデルを評価するために、通常、確率過程の構造がある関数によって記述されると仮定する。そのような関数の例としては、独立標本の場合の確率密度関数、回帰モデルのトレンド関数、定常過程のスペクトル密度関数、等が挙げられる。時系列解析の理論は、定常性の仮定の下で発展してきた。しかしながら、定常時系列モデルは、実際の時系列データを記述するのに十分でない。近年、重要な非定常過程のクラスの一つである局所定常過程が提案された。局所定常過程の構造は、時変スペクトル密度関数によって記述される。また、局所定常過程における様々な重要な量は、多くの場合、時変スペクトル密度関数の汎関数によって記述される。線形な汎関数については、自然な推定量が未知の時変スペクトル密度関数を局所ペリオドグラムで置き換えることで得ることが出来る。

しかしながら、興味のある汎関数は、いつでも線形であるとは限らない。例えば、多変量局所定常過程間の因果関係は時変スペクトル密度関数行列の非線形汎関数で表わされる。そのような場合には、非一致性を避けるために、局所ペリオドグラムの代わりに、ノンパラメトリックなカーネル型時変スペクトル密度関数推定量を用いる必要がある。本研究では、赤池情報量基準を特別な場合として含む、より一般的な、時変スペクトル密度関数の非線形汎関数に基づく局所定常過程についてのモデル選択基準を提案した。また、この一般化情報量基準を経済指標 S&P500の時系列データに適用し、選択されるモデルが時間変化する様子を明らかにした。

(3) 幾つかの金融時系列データを多変量時系列とみなして、時系列間の構造を解析することは興味深く有用である。多変量時系列解析には様々な手法があるが、とくに有用なものとして、判別解析やクラスタリング、主成分分析や独立成分分析、因果性解析等が挙げられる。これらの手法をヘッジファンドのデータに応用することを試みている。金融危機により多くのヘッジファンドが消滅すると言われている。判別解析やクラスタリングにより、ヘッジファンドのデータを幾つかの消滅するグループと生き残るグループに分類することができれば、それら消滅または生き残ったヘッジファンドのグループの特徴を知ることができる。また、それぞれのグループ内で、主成分分析や独立成分分析を行えば、それぞれのグループが消滅または生き残った主な要因を知ることができる。さらに、消滅したグループ内やグループ間で因果性解析を行えば、ヘッジファンドが消滅していく連鎖の特徴を掴むことができる。通常時系列解析においては、多くの場合定常性を仮定する。しかしながら、金融危機を挟んだ長期間の金融時系列データにおいては、構造変化が起こっていると考える方が自然であり、定常性の条件はきつ過ぎる仮定となる。従って、時と共に構造変化が起こっているという条件を許す局所定常時系列モデルを用いて解析を行っている。しかしながら、ヘッジファンドのデータは月次データであり長期間でありながらも局所定常過程における正則条件を満たすだけのデータ数が存在しない。このデータ数の問題を解決することが今後の課題である。

##### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

1. Hirukawa, J.: On the asymptotic inference for locally stationary

- processes. RIMS 共同研究報告集「種々のモデルの統計的解析」, 査読無, 1603, 2008, 80-93.
- Hirukawa, J., Solvang Kato, H., Tamaki, K. and Taniguchi, M.: Generalized information criteria in model selection for locally stationary processes., J. Japan Statist. Soc., 査読有, 38, 2008, 157--171.

〔学会発表〕(計 12 件)

- Hirukawa, J.: Independent component analysis for locally stationary processes. Recent Developments in Statistics and Econometrics ~In Honor of Hirotugu Akaike~ 2008 年 11 月 於 京都大学
- 蛭川 潤一: On the asymptotic inference for locally stationary processes. 「日本統計学会春季集会 2008」2008 年 3 月 於 成城大学
- 蛭川 潤一: On the asymptotic inference for locally stationary processes. 数理解析研究所・RIMS 共同研究による研究集会「Statistical Analysis of Various Models」研究会 2008 年 3 月 於 京都大学数理解析研究所
- 蛭川 潤一: Generalized information criteria in model selection for locally stationary processes. 「計量経済学セミナー」2007 年 12 月 於 京都大学
- 蛭川 潤一: Generalized information criteria in model selection for locally stationary processes. 科学研究費シンポジウム「統計科学における数理的手法の理論と応用」2007 年 12 月 於 北海道大学
- 蛭川 潤一: Asymptotic inference for locally stationary processes. 「日本数学会 2007 年度秋期総合分科会(特別講演)」2007 年 9 月 於 東北大学
- 蛭川 潤一: Generalised information criteria in model selection for locally stationary processes. 「日本統計学会 2007 年度 統計関連学会連合大会」2007 年 9 月 於 神戸大学
- Hirukawa, J.: Generalised information criteria in model selection for locally stationary processes. 56th Session of the International Statistical Institute (August 2007) 於 Lisboa, Portugal
- 蛭川 潤一: LAN Theorem for Non-Gaussian Locally Stationary

- Processes and Their Discriminant and Cluster Analyses. 「統計数学セミナー」2006 年 11 月 於 東京大学
- 蛭川 潤一: Large deviation results for discriminant statistics of Gaussian locally stationary processes. 「日本数学会 2006 年度秋期総合分科会」於 大阪市立大学 2006 年 9 月
  - 蛭川 潤一: The asymptotic properties of the multivariate time varying autoregressive spectral estimates. 「日本統計学会 2006 年度 統計関連学会連合大会」於 東北大学 2006 年 9 月
  - Hirukawa, J.: Discriminant and Cluster Analysis for Multivariate Non-Gaussian Locally Stationary Processes. Fourth World Congress of the Bachelier Finance Society (August 2006) 於 Tokyo, Japan

〔図書〕(計 1 件)

- Taniguchi, M., Hirukawa, J. and Tamaki, K.: Chapman & Hall, Optimal statistical inference in financial engineering, 2008, xii+366.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

蛭川 潤一 (HIRUKAWA JUNICHI)  
所属 新潟大学・自然科学系・准教授  
研究者番号: 10386617