

研究種目：若手研究(B)
 研究期間： 2006～2008
 課題番号：18740082
 研究課題名（和文）グレーディングを持つ作用素環を用いた量子統計力学，量子情報理論の数理
 研究課題名（英文）Quantum statistical mechanics in graded operator algebras

研究代表者
 守屋 創 (MORIYA HAJIME)
 芝浦工業大学・工学部・講師
 研究者番号：20399794

研究成果の概要： グレーディングを持つ作用素環で表される量子系の研究を行う。グレーディングとはボーズ-フェルミオン系においては，ボーズ状態およびフェルミオン状態を区分し，フェルミオン系ではフェルミオン数の偶奇の状態を区分する。格子フェルミオン系の平衡状態(温度状態)においては，超選択則を破る病的な例が排除されることが，局所変分原理から保障される。CAR 系における独立性の概念を考察した。グレーディングで捉じれた微分のヒルベルト空間での生成子としての実現を作用素代数の手法を用いて解析した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	600,000	0	600,000
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,000,000	210,000	2,210,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学 大域解析学

キーワード： 数理物理

1. 研究開始当初の背景

- (1) 平衡状態の特徴付けや状態の相関を量子系で研究することは，局所可換な量子スピ系では非常によく調べられていた。しかしながら局所可換ではないフェルミオン系，およびフェルミオン-ボーズ系での研究はあまり詳しくなされていなかった。
- (2) これまでの研究と他の研究者との交流から，フェルミオン系を Jordan-Wigner 変

換をすれば量子スピ系にうつるという議論では，無限次元の場合には数学的な意味をなさないことが明らかになった。

- (3) 超選択側，その中でもユニバレンス超選択則は全く疑いのない規則であり，物理としては自明に成立する。しかし Canonical Anticommutation Relations を満たすフェルミオン代数の漸近自由状態で反例がつくれ，数学的には検討する意味がある。

2. 研究の目的

- (1) フェルミオン系のユニバレンス選択についてその構造, 特に作用素環の(フォンノイマン環)の因子分解とクラスター性の関連がグレーディングによってどのように変わるかを研究する. この問題は古くはロビンソンによってグレーディングが無い量子スピン系の場合の拡張として, 一般論が構築されているが, そこには具体的にグレーディングが関わってくる場合は提示されていない. ゆえに物理的な状態(基底状態や熱平衡状態)において実際にグレーディングが不都合な状況を起こすのかは定かではなくこれを厳密に調べる必要がある.
- (2) (1)の点について非物理的であるが, 漸近自由の反例が存在することは指摘した. この具体例から何がグレーディングの破れの原因になっているかを明らかにする.
- (3) 上記の対称性の破れの構造を明らかにし, 通常の(物理的な)自発的対称性の破れといかに異なるかを明らかにする.
- (4) さらに漸近自由に限らず一般の状態, あるいは格子模型の状態について検討する.
- (5) 筆者がこれまで調べてきた格子フェルミオン系の熱平衡状態の様々な特徴付けとグレーディングの関連を調べる. Kubo-Martin-Schwinger (KMS)条件, 相関不等式を用いた特徴付け, 全系に対する示強熱力学量を用いた熱力学変分原理, さらに局所的に定義された熱力学関数を用いた局所変分原理についてこの観点から見直す.
- (6) より普遍的な問題として, 数々の超選択則が知られる中で, 時空と関連させる超選択則とそうでないものの違いなどを検討する. 4次元時空についてはボーズフェルミオン超選択則として粒子の統計性が出てくる. ユニバレンス超選択則は物理としては自明すぎて, くだらない問題ではあるが, 平行移動不変性などとい外

からの都合の良い条件を仮定することなしに, 数学の問題として検討する. また将来フェルミオン対称性(超対称)の数学的研究に有用な情報を得る目的がある.

3. 研究の方法

(1) C^* 環とその上のダイナミクスを出発点にする, モデルに依らない公理的なアプローチ.

(2) GNS空間で実現される作用素(フェルミオン作用素)についての作用素論的な方法の展開.

(3) ブラットリー, ロビンソンによってまとめられた作用素代数を用いた量子統計力学の数学的手法全般の適用.

4. 研究成果

(1) 有限次元では代数的には Jordan-Klein変換により同型であるパウリ代数とフェルミオン代数が無限次元では異なる統計力学的性質を持つことを明らかにした. グレーディングが状態の部分系に対していかなる制限を加えるかを明らかにし, フェルミオングレーディングには本質的な自発的対称性の破れが存在しないことを示した.

これゆえ XY モデルなどではグレーディングが破れるのに, (表面的に)対応するフェルミオン系では破れない一般的な根拠が得られたように思える.

(2)

大域的な意味では局所性を保つ状態しか存在することできない(グレーディングを破る状態の拡張が可能が不可能)ことを示した.

(3)

グレーディングを保つ状態が選択されるといよりは, そもそもグレーディングの破れがマクロに見える状態が数学的にすら存在することが許されない. また病的な漸近自由状態は, 荒く言えばたった一自由度の破れが non-factor でない表現を生んでいる. しかしこれは本来与えられたフェルミオン系の局所構造を尊重しておらず, 予想通り

非物理的で取るに足らない例である。

発表した雑誌論文①について以前から寄せられていた質問を考察し、超選択則についての詳しい内容をアーカイブ版につけ加えた。

- (4) 平行移動不変性など漸近可換性の仮定を置かないで、局所変分原理だけからフェルミオングレーディングが保たれることを格子系で示した。より詳しく言えば局所変分原理は部分系に対するものであるが、全体の系の情報を考慮した条件であり、仮に超選択則が破れると、エネルギーに関する量は安定であるが、開いた系に対するエントロピーが真に大きな値をとり熱力学的に不安定になる。Jordan-Klein でねじった局所熱力学量では自由エネルギーは最小になるので見分けがつかなくなる。ゆえにフェルミオン局所構造を尊重することが本質的であると結論できる。
- (5) 格子フェルミオン系で三体系での独立性の概念について研し J. Math. Phys. (47)2006 を上記(2)の内容との関連を明確にして九州大学の研究集会で発表した。フェルミオン代数とパウリ代数を比較すると、マルコフ状態の集合は一対一に対応するが、フェルミオンマルコフ状態にはテンソル系にはない特質があることを解説した。これは論文②で得たフェルミオン系の独立性とも関係している。なお論文②はフェルミオン系の相関を題材にした Phys. Rev. A の論文(2007, 2008)で海外の物理の研究者から引用された。
- (6) 後半は超対称性に重点を移し、研究を立ち上げることに力を注いだ。途中までの成果を数理物理学若手セミナー研究集会(摂南大学)で発表した。
- (7) フェルミオン対称性の生成子(チャージ)のヒルベルト空間の作用素としての意味を c^* 環の表現として研究した。ここでもユニバレンス超選択則が証明の技術で活かせることが分かった。
- (8) 隠れた超対称性を持つ格子フェルミオン系の一般論を研究した。一般には c^* 系において超対称性変換を定める superderivation を数学的に定義することは難問として知られている。(たとえばブッホルツ, グルンディリングの

最近の研究。)

- (9) しかし格子系の場合は非可換幾何の quantum algebra に似た条件が成り立ち、 C^* 環の稠密な部分で superderivation を二回以上繰り返し作用させることができる。それゆえ超対称の時間発展の生成子を一意に特定でき、超対称性状態の GNS 表現について的一般論を展開するに至った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① H. Moriya On fermion grading symmetry for quasi-local systems

Comm. Math. Phys. 264. 2006, 411-426.

査読有

- ② H. Moriya On separable states for composite systems of distinguishable fermions

J.Phys.A:Math.Gen.14.2006, 3753-3762.

査読有

[学会発表] (計 2 件)

- ① 守屋創 グレーディングを持つ格子系のマルコフ性.

国際研究集会厳密統計力学と数学的場の量子論の現在(九州大学) 2006年9月

- ② 守屋創 フェルミオンチャージの GNS 空間での実現.

数理物理学若手セミナー研究集会(摂南大学)

2009年2月

6. 研究組織

(1) 研究代表者

守屋 創 (MORIYA HAJIME)

芝浦工業大学工学部 講師

研究者番号 : 20399794