

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18760319

研究課題名 (和文) 半正定値計画と双対理論に基づくロバスト制御系の解析と設計に関する研究

研究課題名 (英文) Analysis and Synthesis of Robust Control Systems based on Semidefinite Programming and Duality Theory

研究代表者

蛸原 義雄 (EBIHARA YOSHIO)

京都大学・大学院工学研究科・講師

研究者番号：80346080

研究成果の概要：本研究では、線形システムの解析および制御系設計を行う際に重要な役割を果たす、半正定値計画 (SDP) に関する包括的な研究を遂行した。とくにロバスト SDP と呼ばれる数値的球解が困難な問題に対する SDP 緩和、SDP の双対に基づいた厳密なロバスト性能解析、および SDP に基づくロバスト制御系設計などに関して、理論的に豊富な成果が得られた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	700,000	0	700,000
2007年度	700,000	0	700,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	210,000	2,310,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御系解析・設計, 半正定値計画, 双対理論

1. 研究開始当初の背景

1990年代初頭以降、制御において重要とされる多くの問題が半正定値計画 (SDP) に帰着されることが明らかとなり、解析的な求解が困難であった問題に対しても数値最適化により大域的最適解を求めることが可能となった。このような状況下にあつて、制御系の解析・設計問題を SDP に帰着させるための解析学的・代数的的手法に関する研究が盛んに行われるようになった。本研究を開始した2006年当初の時点で、SDPに関連する制御理論の研究はかなり習熟したもので

あつたといえる。しかしながら、既存の研究の多くが制御の問題の SDP への帰着のみを目的としたものであり、得られた SDP からもとの問題に内在する本質的な構造を明らかにするといったより踏み込んだ形での研究は皆無であつた。このような背景の下、本研究では SDP の双対を考慮することで新たな理論的成果を得ることを試みた。

2. 研究の目的

本研究では、主に以下の3点を目的として研究を遂行した。

(1) 既存研究において SDP に帰着できることが知られている制御問題は数多く存在するが、既存研究の多くが SDP への帰着を主目的としたものであるため、問題の本質的な解明にいたっていないものも多い。このような問題に対して、SDP の双対を考慮することで、達成し得る制御性能の限界を明確にすることや、既存結果に対する簡明な形での解釈や別証を与えることなど、必ずしも数値計算によらない解析的な結果の導出を図る。

(2) 制御系のロバスト性能解析、ロバスト制御系設計に関連する多くの問題が、ロバスト SDP と呼ばれる数理計画問題に帰着される。この問題は、粗くいえば無限個の制約条件を有する最適化問題であり、標準的な SDP とは異なり数値的求解が困難である。このような問題に対して、双対理論、凸解析理論に基づいて研究を進め、効率的な上界値、下界値の計算法の確立などこの問題を扱う上での礎の構築を目指す。

(3) 一般に、着目する制御系がロバスト性能を有するための十分条件を SDP の形で得ることは容易であるが、必要十分条件を求めることは難しい。しかし、いくつかのロバスト性能解析問題に関しては、必要性をも満足することが期待される十分条件が SDP の形で導かれており、これらが真に必要十分条件であるかどうかを判定する問題は未解決となっている。本研究では、双対理論に基づいてこれらの問題の究明に取り組む。また、異なる研究課題として、十分条件的な SDP アプローチによって得られた解の厳密性（最適性）を検証するための手法（解の厳密性検証手法）の確立を目指す。

3. 研究の方法

本研究を円滑に遂行するために、以下に記す具体的な工夫を行った。

(1) 当該分野の近年の研究の進展は著しく、特に国外での研究が盛んであることから、積極的に国際会議に出席して情報収集に努めた。

(2) 研究をより実りあるものとするために、研究代表者がかねてから共同で研究を進めているフランスの数名の著名な研究者と頻りに意見交換を行った。

(3) 研究室に配属される修士課程の学生の研究テーマとして本研究課題に関連するものを希望により選択してもらい、修士論文を高いレベルにおいて完成させることで、各年度で明確な成果を達成するよう試みた。

4. 研究成果

本研究では、半正定値計画 (SDP) と双対理論に基づいて、制御系のロバスト性能解析と

ロバスト制御系設計のための新たなアプローチを構築すべく様々な研究を行った。

2006 年度は、制御系解析・設計問題の多くがロバスト SDP と呼ばれる数理計画問題として定式化されることに着目し、このロバスト SDP の取り扱いに関する基礎的な研究を行った。ロバスト SDP を厳密に解くことは一般に困難であるが、ロバスト SDP に含まれる不確かなパラメータが単一の場合には、必要十分の形でこのロバスト SDP を数値的求解が可能（標準的な）SDP に帰着できることが明らかとされている。本年度はこの結果を単一の不確かなパラメータを有する線形時不変系のロバスト安定性解析問題に適用し、1990 年代初頭よりその成否が不明であった Prof. Barmish の推論に対して初めて反例を示すことに成功した。さらに本成果を論文としてまとめ、発表した（次項 5. 雑誌論文(7), 学会発表(10)）。一方、ロバスト SDP に含まれる不確かなパラメータが複数の場合には、必要十分の形で SDP を導くことは困難であり、通常十分条件の形で SDP を導くことがなされる。この SDP を解いて得られた解は一般に保守的なものとなるため、もとのロバスト SDP に対する最適性を保証することができない。そこで本研究では、双対 SDP に基づいて議論を進めることで、得られた解が厳密にもとのロバスト SDP の最適解と一致するための判定可能な条件を導き、この結果を適用することで可制御な線形系の「可制御性の強さ」を厳密に計算可能であることを示した（次項 5. 雑誌論文(4), 学会発表(6), (7)）。また、上記の研究とは少し異なる視点から不確かなパラメータ変動を有する連続時間線形時不変系のロバスト性能解析問題に取り組み、得られた成果を論文として発表した（次項 5. 雑誌論文(9)）。本論文の成果により、研究代表者らは 2008 年度計測自動制御学会論文賞を受賞した。

2007 年度は、ロバスト SDP の厳密な取り扱いを目指して研究を遂行した。制御に関連する多くの問題がロバスト SDP に帰着されることは広く認識されており、したがってロバスト SDP の解法を研究することは意義深い。しかしながらこの問題の取り扱いは容易でなく、従来は十分条件的なアプローチ（例えば目的関数を最小化したい場合に、その上界値を最小化するようなアプローチ）がとられてきた。このような難しさを回避して、より厳密な取り扱いを可能とするために、本研究では双対 SDP に基づくアプローチを提案し、とくに制御系のロバスト性能解析に関して得られた

研究成果を国際会議において発表した(次項5. 学会発表(5)). この研究は, 十分条件的なアプローチによって得られた解の厳密性を双対SDPに基づいて検証する方法を与えるものであり, 近年の多項式計画における理論的成果のロバストSDPへの自然な拡張となっている. 類似する研究成果は他の研究者によってもすでに報告されていたが, 提案する厳密性手法はいくつかの既存の厳密性検証手法を包含するより一般的なものとなっており, その意義は大きいものと考えている.

2008年度当初は, 前年からの研究の継続としてロバストSDPの解法, より具体的には, 十分条件的なSDP緩和によって得られた(近似)解の厳密性検証に関する研究を行った. この研究の独創的な点は, 十分条件的なSDPの双対SDPに基づいて議論を展開することであり, 主たる成果として, 解析結果の厳密性を保証し得るような双対解に関する条件を明らかにした. 本成果を論文として投稿したものが, 本年度に掲載を受理された(次項5. 雑誌論文(1)). なお, この論文は Positive Polynomials in Control と題した Special Issue に Regular Paper として掲載を受理されたものであり, 我々の研究成果の重要性が広く認知されたものと考えている. これらの理論的成果を踏まえ, 本年度後半は, より取り扱いが難しいと考えられるロバスト制御系の設計問題に取り組んだ. ロバスト制御系設計問題を扱う上での難しさは, この問題が本質的に非凸の問題であると考えられる点にあり, この非凸性を回避していかにして凸の問題(すなわちロバストSDP)に帰着させるかが重要なポイントとなる. この実現のため, 本研究では, 不確かなパラメータ変動を有する離散時間線形時不変系に対して周期時変メモリ型制御器を設計するという手法を提案した. このアプローチの根幹を成すのは, 本来時不変である制御対象をあたかも周期時変のようにみなし, リフティングと呼ばれる信号処理手法を介して周期時変の制御器を設計することにある. さらに制御器の構造を特別なメモリ型とすると, このタイプのロバスト制御器を設計する問題をより好ましい形で(すなわちより厳密に近い形で)ロバストSDPに帰着できることを明らかにした(次項5. 学会発表(1), (3)). 本成果は, 今日まで明確なアプローチが確立されていない他の多くの制御問題に対しても応用できるものと考えられ, 今後のさらなる研究の進展を強く期待させるものとなっている.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件) すべて査読あり

(1) Y. Ebihara, Y. Onishi and T. Hagiwara, “Robust Performance Analysis of Uncertain LTI Systems: Dual LMI Approach and Verifications for Exactness,” IEEE Transactions on Automatic Control, Special Issue on “Positive Polynomials in Control,” Vol. 54, No. 5, pp. 938–951 (2009).

(2) Y. Ebihara, “On the Exactness Proof of (D,G) Scaling,” SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol. 1, No. 6, pp. 474–478 (2008).

(3) Y. Ebihara, Y. Hirai and T. Hagiwara, “On H-infinity Model Reduction for Discrete-Time LTI Systems Using LMIs,” Asian Journal of Control, Vol. 10, No. 3, pp. 291–300 (2008).

(4) Y. Ebihara, “Computing the Distance to Uncontrollability via LMIs: Lower Bound Computation with Exactness Verification,” Systems and Control Letters, Vol. 57, No. 9, pp. 763–771 (2008).

(5) Y. Ebihara, K. Maeda and T. Hagiwara, “Generalized S-procedure for Inequality Conditions on One-Vector-Lossless Sets and Linear System Analysis,” SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 47, No. 3, pp. 1547–1555 (2008).

(6) Y. Ebihara, Y. Ito and T. Hagiwara, “Exact Stability Analysis of 2-D Systems Using LMIs,” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 51, No. 9, pp. 1509–1513 (2006).

(7) Y. Ebihara and T. Hagiwara, “On the Degree of Polynomial Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Robust Stability of Single Parameter-Dependent LTI Systems: A Counter-example to Barmish’s Conjecture,” Automatica, Vol. 42, No. 9, pp. 1599–1603 (2006).

(8) 川田昌克, 蛭原義雄, 陳幹, “ H_∞ 状態フィードバック設計のための冗長なディスクリプタアプローチ: 伸張型 LMI に基づく既存結果の拡張,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 7, pp. 750–757 (2006).

(9) 平井義人, 蛭原義雄, 萩原朋道, “多項式型パラメータ依存 Lyapunov 関数を用いた不確かな線形時不変系のロバスト H_∞ 性能解析,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 6, pp. 618–627 (2006).

〔学会発表〕（計 11 件）下線が発表者

(1) Y. Ebihara, D. Peaucelle and D. Arzelier, “Periodically Time-Varying Dynamical Controller Synthesis for Polytopic-Type Uncertain Discrete-Time Linear Systems,” Proc. of the 47th IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico, pp. 5438--5443 (December 11, 2008).

(2) Y. Onishi, Y. Ebihara and T. Hagiwara, “Extracting Worst Case Perturbations for Robustness Analysis of Parameter-Dependent LTI Systems,” Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 11379--11384 (July 10, 2008).

(3) Y. Ebihara, D. Peaucelle and D. Arzelier, “LMI-based Periodically Time-Varying Dynamical Controller Synthesis for Discrete-Time Uncertain Linear Systems,” Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 1354--1359 (July 7, 2008).

(4) D. Peaucelle, Y. Ebihara and D. Arzelier, “Robust H_2 Performance of Discrete-Time Periodic Systems: LMIs with Reduced Dimensions,” Proc. of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 1348--1353 (July 7, 2008).

(5) Y. Ebihara, Y. Onishi and T. Hagiwara, “Robust Performance Analysis of Uncertain LTI Systems: Dual LMI Approach and Verifications for Exactness,” Proc. of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, pp. 6304--6309 (December 14, 2007).

(6) Y. Ebihara and T. Hagiwara, “Further Results on Computing the Distance to Uncontrollability via LMIs,” Proc. of the American Control Conference, New York, USA, pp. 6157--6162 (July 13, 2007).

(7) Y. Ebihara and T. Hagiwara, “Computing the Distance to Uncontrollability via LMIs: Lower and Upper Bounds Computation and Exactness Verification,” Proc. of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, USA, pp. 5772--5777 (December 15, 2006).

(8) D. Peaucelle, Y. Ebihara, D. Arzelier and T. Hagiwara, “General Polynomial Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Polytopic Uncertain Systems,” Proc. of the 17th

International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS2006), Kyoto, Japan, pp. 2238--2242 (July 27, 2006).

(9) Y. Ebihara, Y. Hirai and T. Hagiwara, “On H-infinity Model Reduction for Discrete-Time LTI Systems Using LMIs,” Proc. of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS2006), Kyoto, Japan, pp. 262--267 (July 24, 2006).

(10) Y. Ebihara and T. Hagiwara, “On the Degree of Polynomial Parameter-Dependent Lyapunov Functions for Robust Stability of Single Parameter-Dependent LTI Systems: A Counter-example to Barmish’s Conjecture,” Proc. of the 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS2006), Kyoto, Japan, pp. 2763--2767 (July 28, 2006).

(11) Y. Ebihara, D. Peaucelle, D. Arzelier and T. Hagiwara, “Robust H_2 Performance Analysis of Uncertain LTI Systems via Polynomially Parameter-Dependent Lyapunov Functions,” Proc. of IFAC Robust Control Design (ROCOND 2006), Toulouse, France (July 7, 2006).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

蛸原 義雄 (EBIHARA YOSHIO)

京都大学・大学院工学研究科・講師

研究者番号：80346030

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし