

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18H01116

研究課題名(和文)大域的原始形式の理論

研究課題名(英文)Global Study of Primitive Forms

研究代表者

齋藤 恭司 (Saito, Kyoji)

京都大学・数理解析研究所・名誉教授

研究者番号：20012445

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,200,000円

研究成果の概要(和文)：当研究計画の課題は原始形式の解析理論を発展させ可積分系への応用を目指す一方、原始形式の周期積分の大域的理論構築のために、一般化ルート系に対する代数的可積分表現論を構築する等である。各々以下の進展があったが当研究計画終了時には完成せず、次期研究計画にて公表の見込である。(1)原始形式の解析理論および付随する可積分系に関する共著の出版の準備、(2)一般化ルート系の符号分解理論の構築とその応用でハイパボリック、カスピダルルート系の理論の完成と最高ウェイト可積分表現理論の建設、(3)楕円リー環と楕円アルティン群の構築とその上への保型作用構築、(4)二次のホモトピー類の構成理論とその楕円周期領域への応用。

研究成果の学術的意義や社会的意義

原始形式の解析理論とその可積分系への応用の一般公開は長く求められていた。楕円リー環とその表現論はカツ・ムーディリー環の枠を超えるもので、新たな幾何学や数理物理への応用が見込まれる。楕円周期領域が高次のホモトピー類を持つと言うことは Deligne による単体的アレンジメント補集合は  $\mathbb{K}(\pi, 1)$ -空間と言う従来の常識を超える新現象である。その事実が今後どのような影響を持つのかは予測し難い。ハイパボリックないしカスピダルルート系の理論の完成はルート系の符号分解理論によるもので、その理論はカツ・ムーディリー環の表現論を大幅に超える最高ウェイト表現論の建設を可能にし、応用研究が待たれる。

研究成果の概要(英文)：The program aims to construct global period map theory for primitive forms and its application to integrable systems. The following progresses were achieved during the planned period, but they were not completed and were succeeded in its following program to be published.

(1) Books on the analytic theory of primitive forms and its application to integrable systems is prepared by a joint work. (2) Theory of sign decomposition for generalized root systems is constructed. As applications, we obtained (i) classification of hyperbolic and cuspidal root systems and (ii) highest weight integrable representations of the algebras associated with the generalized root systems beyond Kac-Moody theory. (3) Construction of elliptic Lie algebras and elliptic Artin groups together with modular group actions on them. (4) General construction of second homotopy classes for non-cancellative monoids, and its application to the elliptic Weyl group regular orbit spaces.

研究分野：complex geometry

キーワード：primitive form elliptic root system elliptic Lie algebra elliptic Artin group elliptic Artin monoid hyperbolic root system integrable representation cuspidal root system

### 1. 研究開始当初の背景

古典的楕円積分論及び、そこから導かれる諸構造は、代数学(整数論)、幾何学、解析学にわたる非常に豊穡な内容を持っており、現在なお進化を続けている。申請者はその理論を高次元に一般化することをめざして原始型式とその周期写像の理論を導入した。その目的を達成するには、原始型式及びその周期写像を大域的に記述して、それに対する Jacobi の逆問題を解く必要がある(より正確には逆問題を解く際に、積分するサイクルの次元の偶奇により不変式理論、あるいは原始保型形式理論が大きく異なってくるのであるが、それは次の別途研究されるべき重要課題であり、研究の初期の段階である当研究課題ではその点には立ち入らない)。

しかし現状では原始型式は解析的かつ局所的に構成されており、その大域的周期写像及びその逆問題が大域的に記述されているのは後述する様に、特別な例外的な(しかし、それ自体非常に豊穡で興味ある)場合のみである。この欠を補って大域理論を構築する共に、原始積分の解析的理論をさらに発展させて、種々(とくに可積分系へ)の応用をはかるのが当研究計画の中心課題である。

### 2. 研究の目的

上記の 1. で述べた課題「原始型式とその周期写像の大域的構成とその可積分系への応用」を達成するのが本研究計画の目的であるが、それに至るには、まだ解決すべき多くの課題がある。当研究計画ではその(一つの)出発点となるべき一般化ルート系理論(特に楕円ルート系理論)の基礎を築くことに集中的テーマ(の一つ)としたい。その理由は、次の様な認識が鍵となる。

古典的な楕円積分論には Weierstrass 型、Legendre-Jacobi 型、Hesse 型等色々の楕円曲線族に対して構成されるが、それらはちょうどランクが 2 の古典的  $A_2, B_2, G_2$  型のルート系に対応している。より精密に述べると、Weierstrass 型、Legendre-Jacobi 型、Hesse 型等の楕円曲線の二次元の族は  $A_2, B_2, G_2$  型の単純特異点の universal family ともなっている。楕円周期写像はその第一種微分を積分することにより得られるが、その際、積分するサイクルはそれら特異点の消滅サイクル達となる。しかるに、それ等は  $A_2, B_2, G_2$  型のルート系にほかならないのである(より正確には、楕円曲線は 1 次元のためにサイクルの交叉形式は歪対称となる一方、ルート系のキリング形式は対称となるので、Seifert form を用いて両者をつなぐ必要がある)。一方、その際に被積分される第一種微分が原始型式として一般化されたのである。一般に、原始型式は任意の超曲面孤立特異点に対して定義されており、単純特異点はその中でも最もシンプルなクラスであり、その消滅サイクルは対応する古典的有限ルート系で記述される。Brieskorn-Grothendieck により、単純特異点の universal family の大域的な記述は対応する単純リー環の随伴商写像により記述される。その記述を用いるとそれらの場合の原始型式は Kostant-Kirillov form により与えられることがわかる。

以上の認識から、話を次の様に逆転したプログラムを考える。すなわち、まず任意の超曲面孤立特異点に対して、その消滅サイクルの集合を古典ルート系の概念を一般化して一般化ルート系の言葉で捉えよう。すると次の

**作業仮説:** 一般化ルート系に対してリー環またはそれを一般化した代数構造が定まるであろう。その一般化された代数構造上に、ルート系の符号分解理論(4. (d) 参照)により dominant integral weight に対して定まる可積分なベクトル場加群が構築される。それらの場の異なる weights の間の hierarchy 構造(未完成)が確定すれば、その代数構造の積分多様体による軌道分解を考えることにより、随伴商写像及びそれに付随する一般化された Kostant-Kirillov form を考えることができるのでないか。それが求める原始型式の大域的分子データの記述を与えるのでないか?

を考えることができる。

上記の作業仮説を一般化ルート系に適用し、それに付随する諸構造研究は一般的なものであるが、本研究計画では以下の研究方法でのべるように、その一般理論(一般化された最高次可積分表現論(後出))を用いた随伴商写像の構成)の建設を目指す一方、楕円ルート系をはじめとするさらに具体的な個別のルート系の分析とを並行して調べるのが一つ主な目的となる。

以上に述べた、大域的な原始周期写像の研究と並行して、原始型式及びその周期写像の解析的研究も更に進めることにより、種々の可積分系との関係も解明していくのも当研究課題の一つの重要な目的である。

### 3. 研究の方法

上記の 2. で述べた一般化ルート系を研究するにあつては、作業仮説に導かれて導かれて次の様な二つの方向が必要なる。

(1) 一般化したルート系に対するリー環とその可積分表現の構成: この方向では、次項で述べる様に一般ルート系に対する符号分解理論を用いての一般化されたりー環の三角分解理論を

用いた最高ウェイト可積分表現論を建設し、その積分多様体による軌道空間分解が求める随伴肖像を与えるかを検証する必要がある。現在可積分表現の建設(以下の4.(e)参照)まで至っているが軌道空間の建設には至っていない。

(2)一般化ルート系をそのルート束上の Killing 形式の符号により分類して、個別のルート系に対する具体的な研究:この方向は、次に述べる様に、対応する孤立特異点の分類と密接に関連している。単純特異点の消滅サイクルに対応していた古典的ルート系のルート束は正定値(Witt index = 0)であった。他方、単純特異点を变形していくとそのパラメータの境界に最初に現れるのは単純楕円特異点(Saito)であり、それらを更に变形していくとカusp特異点と14個の例外型特異点(Arnold)となる。それらの特異点の消滅サイクルの束の符号  $(\mu_+, \mu_0, \mu_-)$  はそれぞれに (1,2,0), (1,1,1), (1,0,2) となる。すなわちそれらの Witt index は皆 2 となる。そこで、それらに Witt index が 1 となる (1,1,0) affine と (1,0,1) hyperbolic の場合を加えて、Witt index が 2 以下な一般化ルート系の分類とそれらの間のヒラルヒー構造を考える。

(1, 0, 0) simple

(1,1,0) affine (1,0,1) hyperbolic

(1,2,0) elliptic (1,1,1) cuspidal (1, 0, 2) elliptic-hyperbolic

ここで、(1,0,2) の場合は14個の例外型を含む広いクラスを考えるので(仮に)それらを elliptic-hyperbolic と呼ぶことにする。Witt index > 2 の場合は、さらに wild になると考えられ当座はこれら 2 以下の場合に限定して研究することにする。この中で、simple と affine の場合は古典的に非常によく研究されている。hyperbolic の場合は断片的結果はあるがまとまったものは未だない。ついで、elliptic の場合については、当代表者による研究は始まっているが、多くは未完成である。そこで当研究計画では simple や affine の場合をモデルとしながら、それ以降の hyperbolic、elliptic、cuspidal and elliptic-hyperbolic root systems を主な研究対象とした。

#### 4. 研究成果

以上に述べた諸課題 (1) 原始形式の解析理論のさらなる発展と可積分系への応用、(2) 一般化ルート系構造理論、特に、ハイパボリックおよびカスピダルルート系の理論、(3) 特に楕円ルート系に付随した種々の構造の研究 について、当研究計画において以下に(a)-(j)で述べる様に進展が得られた。それらの成果は種々の研究会、セミナーにおいて口頭発表を行ったが、その多くは当研究計画の期間内に出版するまでには至らなかった。当研究計画を引き継ぐ次期の研究計画において出版される見込みである。

(1) 原始形式の解析理論のさらなる発展と可積分系への応用、

(a) 現在、次の二件の本の出版を準備している。

(i) Analytic theory of primitive forms (単著) 、

(ii) Primitive forms, integrable systems and mirror symmetry (T.Milanov との共著)

(b) 原始型式論に現れる infinite Hodge filtration と Dubrovin による integrable hierarchy との関連を K.Aleshkin との共著論文で解明し、その Part I を出版した。

(c) 古典的楕円積分論を原始型式の立場から読み直した論文を出版した。それは今後の原始積分の周期写像の理解の手掛かりになるものと期待される。

(2) 一般化ルート系構造理論(特に、ハイパボリックおよびカスピダル)の理論、

(d) 現在、一般化ルート系に対して符号分解理論(sign decomposition theory)なる理論を導入することによりすべての hyperbolic root system および cuspidal root system の分類理論が完成した(出版予定)。その符号分解理論は Kac-Moody algebra の理論における一般化したカルタン行列の概念を特別な場合として含みながら遥かに広いクラスの一般化ルートに対し定義されるものとなっており、以下に述べる大きな応用がある。。

(e) 上記の一般化ルート系に対する符号分解理論を用いることにより、一般化されたルート系に付随するリー環(Cartan subalgebra を持ち、それによるルート分解の実ルート系が与えられた一般化ルート系と一致する様な代数)の一般化した三角分解理論を構築した(出版準備中)。それにより、従来の Kac-Moody algebra の理論では扱えなかった楕円ルート系などを含む広範な代数の可積分表現論も構築された。それらを用いてさらには随伴商写像の構成理論は未完成である。それら可積分表現は完全可約ではなく、その実態解明は今後のさらなる研究を待つ。

(3) 特に楕円ルート系に付随した種々の構造の研究

(f) 楕円リー環の建設： 楕円リー環はすでにその部分記述は Saito-Yoshii, Polemann, Yamane, Yoshii などにより知られている。筆者は Lyon 大学の庵原謙治氏とその体系的理解を目指して Polemann による loop algebra の universal central extension を以て楕円代数を構成するアプローチの共同研究を行った。その研究は、次期の科学研究費の研究計画に引き継がれ、完成を目指している。

(g) Formal elliptic group and its Borel-Bruhat decomposition: 上記(f)の Saito-Yoshii において構成された楕円代数について(e)で述べた可積分表現で構成された有限次元群の逆極限で定まる無限次元群を(仮に)を Formal elliptic group と呼ぶことにすると、その群に対しては Borel-Bruhat 分解理論が成立することを示した(未公表)。これは今後の随伴商射像研究に手掛かりを与えるものと期待される。

(h) 楕円アルティン群： 古典的な有限ワイル群の正規軌道空間の基本群はアルティン群と呼ばれ詳しく研究されている(Brieskorn-Saito)。同様に楕円ワイル群の正規軌道空間の基本群を楕円アルティン群と呼ぶことにして、その共同研究を立教大学の斎藤義久氏と行なった。その群はすでに、Looijenga-van der Lek による記述があるが、斎藤義久氏の楕円ヘッケ環の研究に導かれた斉次表現と同値であることが示される。さらに古典有限ルート系と異なり楕円ルート系はモジュラー群による外部自己同型がありその群により楕円アルティン群は拡張されることが示され、今後多くの応用が見込まれる(出版準備中)。

(i) 楕円アルティンモノイド： 上記(h)の結果の斉次表示を用いることにより、モノイドを定義され楕円アルティンモノイドと呼ぶことにする。古典的アルティンモノイドはアルティン群の中で束構造を持ち、そのことが有限ワイル群の正規軌道空間は Eilenberg-MacLane 空間いなるという Deligne の結果を保証していた。しかし楕円アルティンモノイドは非キャンセラティブであり、楕円アルティン群に埋め込めないことが示された。現在楕円 chambers の理論が建設されてその解明が進められている。

(j) 二次のホモトピー類： 上記(i)に導かれて、双子の非キャンセラティブ組を持つ様なモノイド表示を与える基本群の基本関係式を持つ空間に対しては、対応した二次のホモトピー類が構成されることを示した。特に服部昭夫により研究された二次のホモトピー類が構築される(公表準備中)。戻って、この理論を上記(i)に適用する研究を続行している

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計23件（うち査読付論文 23件 / うち国際共著 20件 / うちオープンアクセス 22件）

1. 著者名 Aleshin, Konstantin; Saito, Kyoji	4. 巻 103.1
2. 論文標題 Primitive forms without higher residue structure and integrable hierarchies (I).	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proc. Sympos. Pure Math., 103.1, Amer. Math. Soc., Providence, RI, c2021	6. 最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/pspum/103.1/01830	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Aoki, Hiroki; Saito, Kyoji	4. 巻 16
2. 論文標題 Modular forms from the Weierstrass functions.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Pure Appl. Math. Q.	6. 最初と最後の頁 967-980
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/PAMQ.2020.v16.n4.a2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Saito, Kyoji	4. 巻 16
2. 論文標題 A view on elliptic integrals from primitive forms (period integrals of type A2, B2 and G2).	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Pure Appl. Math. Q.	6. 最初と最後の頁 907-966
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/PAMQ.2020.v16.n4.a1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 D'Agnolo, Andrea; Kashiwara, Masaki	4. 巻 8
2. 論文標題 n a topological counterpart of regularization for holonomic D-modules.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Ec. polytech. Math.	6. 最初と最後の頁 27--55.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/jep.140	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara, Masaki; Kim, Myungho; Oh, Se-jin; Park, Euiyong	4. 巻 97
2. 論文標題 Braid group action on the module category of quantum affine algebras	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.	6. 最初と最後の頁 13-18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3792/pjaa.97.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara, Masaki; Schapira, Pierre	4. 巻 3
2. 論文標題 A finiteness theorem for holonomic DQ-modules on Poisson manifolds	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tunis. J. Math.	6. 最初と最後の頁 571-588
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/tunis.2021.3.571	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Basalaev, Alexey; Takahashi, Atsushi	4. 巻 14
2. 論文標題 Hochschild cohomology and orbifold Jacobian algebras associated to invertible polynomials.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Noncommut. Geom.	6. 最初と最後の頁 861-877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/JNCG/370	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kikuta, Kohei; Ouchi, Genki; Takahashi, Atsushi	4. 巻 299
2. 論文標題 Serre dimension and stability conditions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Math. Z.	6. 最初と最後の頁 997-1013
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-021-02718-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ebeling, Wolfgang; Takahashi, Atsushi	4. 巻 7
2. 論文標題 Strange Duality Between the Quadrangle Complete Intersection Singularities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Arnold Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 519-540
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40598-021-00181-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ikeda, Akishi	4. 巻 244
2. 論文標題 MASS GROWTH OF OBJECTS AND CATEGORICAL ENTROPY	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Nagoya mathematical journal	6. 最初と最後の頁 136-157
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/nmj.2020.9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kuwagaki, Tatsuki	4. 巻 169
2. 論文標題 The nonequivariant coherent-constructible correspondence for toric stacks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Duke mathematical journal	6. 最初と最後の頁 2125-2197
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1215/00127094-2020-0011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kuwagaki, Tatsuki	4. 巻 16
2. 論文標題 Categorification of Legendrian knots	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Pure and Applied Mathematics Quarterly	6. 最初と最後の頁 421-437
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/PAMQ.2020.v16.n3.a4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Donovan, W.; Kuwagaki, T.	4. 巻 381
2. 論文標題 Mirror symmetry for perverse sheaves from birational geometry	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Comm. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 453-490
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-020-03916-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara, Masaki and Kim, Myungho	4. 巻 155
2. 論文標題 Laurent phenomenon and simple modules of quiver Hecke algebras	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Compos. Math.	6. 最初と最後の頁 2263-2295
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/S0010437X19007565	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara, Masaki and Oh, Se-jin	4. 巻 49
2. 論文標題 Categorical relations between Langlands dual quantum affine algebras: doubly laced types	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Algebraic Combin.	6. 最初と最後の頁 401-435
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10801-018-0829-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 D'Agnolo, Andrea and Kashiwara, Masaki	4. 巻 751
2. 論文標題 Enhanced perversities	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Reine Angew. Math.	6. 最初と最後の頁 185-241
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2016-0062	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara, Masaki, Kim, Myungho and Oh, Se-jin	4. 巻 118
2. 論文標題 MoMonoidal categories of modules over quantum affine algebras of type A and B	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proc. Lond. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 43-77
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/plms.12160	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishibashi, Yoshihisa; Shiraishi, Yuuki; Takahashi, Atsushi	4. 巻 71
2. 論文標題 Primitive forms for affine cusp polynomials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Tohoku Math. J.	6. 最初と最後の頁 437-463
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj/1568772180	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kashiwara Masaki, Schapira Pierre	4. 巻 2
2. 論文標題 Persistent homology and microlocal sheaf theory	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Applied and Computational Topology	6. 最初と最後の頁 83 ~ 113
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41468-018-0019-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 D'Agnolo Andrea, Kashiwara Masaki	4. 巻 339
2. 論文標題 A microlocal approach to the enhanced Fourier-Sato transform in dimension one	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 1 ~ 59
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2018.09.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kashiwara Masaki, Kim Myungho, Oh Se-jin, Park Euiyong	4. 巻 328
2. 論文標題 Monoidal categories associated with strata of flag manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 959 ~ 1009
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2018.02.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 BASALAEV ALEXEY, TAKAHASHI ATSUSHI	4. 巻 14(3)
2. 論文標題 Hochschild cohomology and orbifold Jacobian algebras associated to invertible polynomials	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Noncommutative Geometry	6. 最初と最後の頁 861-877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/jncg/370	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 TAKAHASHI ATSUSHI	4. 巻 83
2. 論文標題 From Calabi-Yau dg Categories to Frobenius manifolds via Primitive Forms	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Advanced Studies of Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 389-415
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計24件 (うち招待講演 24件 / うち国際学会 19件)

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic discriminant and $K(\pi, 1)$ -conjecture
3. 学会等名 Colloquim, Pisa university, November 2021 (招待講演)
4. 発表年 2021年 ~ 2022年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Second homotopy classes for elliptic regular orbit spaces
3. 学会等名 Seminar at Max Plack Institute for mathematics, Bonn, September-December 2021 (招待講演)
4. 発表年 2021年 ~ 2022年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic Artin monoid and second homotopy classes
3. 学会等名 Combinatorics, geometry and commutative algebra of hyperplane arrangements January 16-20, 2023 Kyushu University, Fukuoka, Japan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年 ~ 2023年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic Reflection Arrangements and Elliptic Artin groups
3. 学会等名 Logarithmic Vector Fields and Freeness of Divisors and Arrangements: New perspectives and applications (Jan24-30, 2021), MFO (Germany) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年 ~ 2021年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Higher homotopy classes of Elliptic Period Domain
3. 学会等名 Quantum math, Singularities and applications (Feb8-12, 2021), OIST (Okinawa) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年 ~ 2021年

1. 発表者名 Takahashi, Atsushi
2. 発表標題 A Brief Introduction to Frobenius Manifolds,
3. 学会等名 Dept. Math., College of Science, Sultan Qaboos University (OMAN) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Takahashi, Atsushi
2. 発表標題 Maximally-graded matrix factorizations and the Gamma integral structure for an invertible polynomial of chain type,
3. 学会等名 Tata Institute of Fundamental Research (INDIA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Ikeda, Akishi
2. 発表標題 Arcs on surfaces vs modules over algebras
3. 学会等名 Infinite Analysis 21 Workshop ``Around Cluster Algebras'' (招待講演)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Kuwagaki, Tatsuki
2. 発表標題 Exact WKB analysis and Riemann--Hilbert correspondence
3. 学会等名 Exact WKB Analysis, Microlocal Analysis, Painleve Equations and Related Topics, RIMS (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Kuwagaki, Tatsuki
2. 発表標題 Exact WKB analysis and sheaf quantization
3. 学会等名 Around D-modules nowadays, University of Lisbon (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Kuwagaki, Tatsuki
2. 発表標題 Cluster coordinates from sheaf quantization of spectral curve
3. 学会等名 Conference on Legendrian, cluster algebras, and mirror symmetry, IBS-CGP (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Shamoto, Yota
2. 発表標題 Stokes filtered quasi-local systems and equivariant analogue of gamma conjecture
3. 学会等名 Toda equations, parabolic Higgs bundles, and related topics (Oct.5,2021), Waseda univ. (招待講演)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Integrable hierarchy associated with primitive forms without higher residue structure
3. 学会等名 A Franco-Japanese conference, Institut de Mathematiques de Bourgogne Dijon, France 2019/4/29-5/3 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic Artin groups
3. 学会等名 Sanya (representation theory) 2019/10/7-11 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Saito, Koji
2. 発表標題 Primitive forms without higher residue pairings
3. 学会等名 Sanya (singulariteis) 2019/12/9-13 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Saito, Kyoji and Aleshkin, Konstantin
2. 発表標題 Integrable hierarchies arising from primitive forms (I), (II)
3. 学会等名 Silver workshop III (Flat structure and Singularities) OIST 2020/3/6 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年 ~ 2020年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Primitive forms without metric structure (j.w. K. Aleshkin)
3. 学会等名 2nd Silver Workshop: Complex Geometry and Non-Commutative Geometry (Feb28-Mar1,2019,OIST) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tatsuki Kuwagaki
2. 発表標題 Irregular Riemann--Hilbert correspondence, irregular perverse sheaves, and Fukaya category
3. 学会等名 Hayama symposium, Kanagawa, Japan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuki Kuwagaki
2. 発表標題 Riemann--Hilbert correspondence and Fukaya category
3. 学会等名 UC Berkeley, Math Department colloquium, California, USA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic Artin groups
3. 学会等名 1st Silver Workshop:Complex geometry and related topics, university of Tokyo 2018/7/27 , University of Tokyo) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Undifferentiated elliptic flat structure
3. 学会等名 Quantum Mathematics, Singularities and Applications, OIST 2021/2/8-12 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Higher homotopy classes of elliptic regular orbit spaces
3. 学会等名 Various Guises of Reflection Arrangements, ICMS, Edinburg 2023/3/12-17 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Elliptic rootsy stems, elliptic Artin groups and elliptic Artin monoids, j.w. with Yoshihisa Saito
3. 学会等名 Silver workshop V, Complex geometry and related topics, TSVP, OIST 2022/11/9-11 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年～2023年

1. 発表者名 Saito, Kyoji
2. 発表標題 Platon's symmetry
3. 学会等名 TSVP Colloquium, OIST, 2022/10/6 (招待講演)
4. 発表年 2022年～2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	柏原 正樹  (Kashiwara Masaki)  (60027381)	京都大学・高等研究院・特定教授    (14301)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	高橋 篤史 (Takahashi Atsushi)  (50314290)	大阪大学・理学研究科・教授  (14401)	
研究分担者	池田 暁志 (Ikeda Akishi)  (40755162)	城西大学・理学部・准教授  (32403)	
研究分担者	桑垣 樹 (Kuwagaki Tatsuki)  (60814621)	京都大学・理学研究科・准教授  (14301)	
研究分担者	社本 陽太 (Shamoto Yota)  (50823647)	早稲田大学・高等研究所・講師（任期付）  (32689)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Categorical and analytic invariants of algebraic variety	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 The 6th Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities FJV2018	開催年 2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ロシア連邦	MIPT			
フランス	Lion university			
米国	Columbia university			