

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 5 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18H01132

研究課題名(和文)非線形消散波動方程式の解がもつ波動的性質の解明

研究課題名(英文)Breakthrough on the wave-like property of solutions of nonlinear damped wave equations

研究代表者

高村 博之(Hiroyuki, Takamura)

東北大学・理学研究科・教授

研究者番号：40241781

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,430,000円

研究成果の概要(和文)：今まで半線形消散波動方程式の解は、いかなる状況でも半線形熱方程式の解と同じような振る舞いをすると思われて来た。しかし本研究の成果によって、消散項の時間減衰に閾値があり、減衰が強い場合には消散項が全く効かない状態で、半線形波動方程式と同等であることがわかった。また、その臨界状態の場合には、小さい初期値に対する時間大域解の存在と非存在を分ける臨界冪が半線形熱方程式のそれであっても、解の最大存在時間を調べると半線形波動方程式と同じ構造を持つことが判明した。この結果は消散項の係数が特別な場合に得られたもので、特に波動的な特徴が強く出る空間1次元、または空間2次元かつ低い冪の場合に現れるものである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究成果は、長い間信じられて来た非線形消散波動方程式に関する予想を完全に覆すものとなった。その後、本研究に影響されて、解の時間大域存在と非存在を分ける冪型非線形項の臨界指数を見て、熱方程式に近い波動方程式に近いのか、と言う議論が流布したが、これもそれでは不十分であると完全に否定する結果を得た。今後は、消散効果のある方程式を解析する場合には、臨界指数を指標に分類するだけでは不十分で、解の最大存在時間、いわゆるライフスパン、の評価の形によって分類することが必要になった。これはより、実際の現象に近い熱と波動が混合している状態を表す、非線形双曲型偏微分方程式の今後の解析に非常に大きな影響を与えた。

研究成果の概要(英文)：It has been considered that the solutions of semilinear damped wave equations behave like those of semilinear heat equations in any case according to its time decay estimates. But this research provides us the threshold of the time decay in the damping term which divides the situation into two cases. One is heat-like domain in which the critical exponent of the semilinear terms of unknown function itself is the so-called Fujita exponent for semilinear heat equations. On contrast, the other is new, wave-like domain in which the critical exponent is the so-called Strauss exponent for semilinear wave equations. Moreover, in the threshold case, we obtain the remarkable results that the lifespan, the maximal existence time, of the solution has the wave-like estimates in the sense that all the estimates are classified by the total integral of the initial speed. This wave-like phenomenon can be observed in one space dimension, or two space dimensions with the semilinear terms of low powers.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：非線形消散波動方程式 非線形消散形波動方程式 時間減衰消散項 スケール不変 リュービル変換 エネルギー解 古典解 ライフスパン

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

本研究の前身である基盤研究(C)「高次元波動方程式の基本解に含まれる微分損失が非線形問題に与える影響の解析」(研究代表者:高村博之、課題番号:15K04964)は、30年近く不明だった非線形波動方程式の一般論の最適性を保証する、空間4次元で未知関数自身の2次の非線形項を持つ場合の小さな初期値に対する古典解の最適時刻での爆発を証明したことが出発点であった。その現象に高次元特有の基本解に含まれる微分損失がどのように関わっているかを解明し、微分損失を人工的に取り除いた場合には、線形解の減衰評価が良くなり、解の時間大域存在と有限時間爆発を分ける臨界指数が下がる、つまり上記の2次の非線形項は時間大域存在を生み出すことを示した。その過程で、微分損失を取り除いた時に出現する微分積分方程式に、消散項の形に近いものが含まれることがわかった。しかしながら、その方程式は非線形項の定数の違いも許されない特殊なもので、その本質が何か全くわからない状況であった。そこで、本研究では、非線形消散波動方程式、特に非線形項が未知関数自身の冪で消散項に時間減衰がある半線形消散波動方程式を研究対象とするようになった。

2. 研究の目的

非線形消散波動方程式の解析は1980年代から長い歴史があるが、いかなる場合にも熱方程式のそれと同様に解が振る舞うことが、ルベーク空間での解の時間減衰評価から予想されていた。そのため、未知関数自身の冪が非線形項の場合、小さな初期値に対するエネルギークラスの解が時間大域存在する指数と有限時間爆発する指数を分ける臨界指数は、半線形熱方程式のそれと同じ藤田指数であると思われて来た。本研究は、その予想は正しくなく、時間減衰が強い場合には消散項がない非線形波動方程式の臨界指数と同じ Strauss 指数になることを示すことが目標である。それと同時に、時間減衰が弱く臨界指数が藤田指数になっている状況はどこまでか、その境目では何が臨界指数になるのか、解明することも目的としている。また、可能であれば、半線形消散波動方程式が半線形熱方程式に近い状態、つまり熱的であるか、半線形波動方程式に近い状態、つまり波動的であるか、判定するための正確な指標を提示することも視野に入れている。

3. 研究の方法

上記の藤田指数は Strauss 指数より小さいため、まずは消散項の時間減衰が強い場合に、藤田指数より大きな指数でのエネルギー解の有限時間爆発を示すことが最初の目標になる。これは、既存の非線形波動方程式の解析方法である汎関数法、つまり、未知関数の全空間積分量に着目して得られる爆発型の常微分不等式に帰着される。その段階でも消散項が残っていることになるが、時間減衰が強いとこれを消す積分因子が有界になるため、爆発時刻が消散項に影響を受けないことが本質的な解決方法になる。

解の存在定理に関しては、時間減衰が強い場合には、時間がある程度経てば消散項を非線形項のようにして扱えば良いので、その時刻までの時間局所解の存在を証明することが鍵となる。この部分は、従来から非線形消散波動方程式の解析で使われて来た重み付きエネルギー法を用いることになる。消散項が臨界時間減衰を持っている場合の解析が難しいが、リュービル変換を用いると質量項に時間減衰がある Klein-Gordon 型方程式と同値になることを用いて突破口を見出すことができる。特に、その変換後の消散項の係数が特別な場合には、非線形項に時間減衰が付いた波動方程式になるので、既存の非線形波動方程式に対する解析方法がすべて適用可能となる。少なくともそのような特殊な状況では、解の性質を完全に解明することが期待できるので、それを突破口として一般の場合に拡張する。

また、並行して、消散項の時間減衰が遅い熱的である過去の結果達の再検証を行い、特に有限時間爆発定理で見落としがないか確認する。これは、解の最大存在時間の上からの評価では、特殊な初期値に対してしか証明されていないため、条件を変えると波動的になる可能性が残されているからである。もし、見落としがあれば、存在定理を再分類する必要があるため、この方向は本研究では副次的なものではあるが、本研究の最適性を補足する重要な課題の一つである。

これらの解析にはマンパワーが必要なため、すべて研究分担者達と共同研究として行い、その研究成果は国内外の研究集会で、非線形波動方程式、非線形消散波動方程式、非線形熱方程式の各分野の専門家達からレビューを受けつつ遂行する。

4. 研究成果

まずは、最初の目標である消散項の時間減衰が強い場合、正確には時間変数に関して1次より速い減衰がある場合には、消散項が全く効いていない状態と同じ条件でエネルギー解の有限時間爆発が起きることを示した。また、解の最大存在時間、いわゆるライフスパン、の上からの評価は、非線形波動方程式のそれと一致することも、空間2次元で2次の場合を除いて証明した。この未解決部分は、その後本研究分担者である池田正弘氏と若狭恭平氏を含む日本の若手研究者達によって発展した各種偏微分方程式の弱解の爆発を一般的に扱うことができる試験関数法

(この名称は固定されてしまったようであるが、弱解の爆発を証明するのであれば何らかの特別な試験関数を選択せざるを得ないので、汎関数法と呼ぶべきものと思われる)では、現在までのところ証明できないようである。さらに、非線形波動方程式のライフスパン評価で非常に重要である初期速度の積分量がゼロの場合に対しても試験関数法は弱く、本研究ではこの解析方法を採用しなかった。上記の結果は未知関数の時間微分の冪を加えた時に起きる特異な現象、いわゆる combined effect、が観察されることにも応用することができた。基本的な道具は非線形波動方程式の分野では良く知られた常微分不等式の解の爆発定理である加藤の補題であるが、それと John による逐次代入法を組み合わせることによって、より広範な重み関数に対応することも発見できた。これらの成果は、中国の Ning-An Lai 氏(中国・麗水学院)と Nico Michele Schiavone 氏(イタリア・ピサ大学およびローマ大学)との国際共同研究の成果である。残念なことに、対応する存在定理に関しては、競合する中国・浙江大学やドイツ・フラベルグ工科大学の研究グループに先を越されてしまったが、発表論文の引用件数がそれらによって飛躍的に多くなった。また、これら単独方程式に関する結果を系に焼き直した結果もすべての場合に考察し、この方面で先駆的な成果を導出した。この部分は、Alessandro Palmieri 氏(イタリア・バーリ大学)との国際共同研究による。

次に、消散項の時間減衰がちょうど1次、いわゆるスケール不変、であるとき、リュービル変換で時間減衰がある非線形波動方程式に変換できる特別な係数に対してのみであるが、臨界指数は消散項がない場合より小さくなることと、ライフスパン評価を上下から最適な量で評価することができた。それによって、いかなる場合でも波動に近い評価が成立することを証明した。得られた結果は空間1次元と2次元におけるもので、有限時間爆発の場合は波動のように初期速度の全空間積分量によって分類が必要である。これらがいかに重要な結果であるかは、本研究の成果に強く影響を受けた他の様々な周辺の結果達から次のようにしてわかる。一般の係数の場合には、その係数の大きさによって Strauss 型の臨界指数が動く。係数が大きくなればなるほど、消散効果が効いて解が存在しやすくなり、その臨界指数が下がる。そして、ある値を境に半線形熱方程式の臨界指数である藤田指数の方が大きくなり、そこから先は藤田指数が支配的になる。驚くべきことに、空間1次元の結果は藤田指数のときのもので、空間2次元の結果はその境目である臨界係数のときである。つまり、今までの臨界指数だけで熱的か波動的かで分類していたが、それだけでは完全に不十分で、空間次元が1か空間次元が2で指数が2以下の場合には、ライフスパン評価が初期速度の全空間積分量によって分類されるという、非線形波動方程式の大きな特徴によって判断すべきであることを示している。これらの先駆的な結果は、加藤正和氏(室蘭工業大学)と研究分担者の若狭恭平氏、および今井啄人氏(公立はこだて未来大学大学院)との共同研究による。

最後に、消散項の時間減衰が1次より遅い場合の過去の結果達の検証であるが、研究分担者の若杉勇太氏が新しい見方で展開した存在定理の結果を導出しつつ精力的に調査したが、現在までのところ期待される見落としは発見されていない。

以上のように、今までの非線形消散波動方程式の分野へのアンチテーゼ、「波動的であるか熱的であるかを判定する指標は、臨界指数が藤田指数か否かだけでは不十分で、ライフスパン評価まで調べる必要がある」という主張を提示した本研究課題の成果達は、学術的に十分インパクトがあった。また、それらの被引用データを見るに、日本はもとよりイタリア、ドイツ、中国などの若手を中心とした研究者達に多数の論文の題材を提供したことになった。しかしながら、応用できる非線形双曲型偏微分方程式がまだまだあるにも関わらず、解析手法は本研究成果からほとんど進化していないため、本質的に新しい展開をもたらしていない。そこで、本研究における解析手法の拡張を含めて、基盤研究(A)「非線形消散波動方程式の一般論の構築と宇宙論および流体力学への応用」(研究代表者:高村博之、課題番号:22H00097)に新展開の取り掛かりを引き継ぐことになった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計38件（うち査読付論文 38件 / うち国際共著 12件 / うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Shunsuke Kitamura, Katsuaki Morisawa, Hiroyuki Takamura	4. 巻 307
2. 論文標題 The lifespan of classical solutions of semilinear wave equations with spatial weights and compactly supported data in one space dimension	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 486-516
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2021.10.062	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Masahiro Ikeda, Motohiro Sobajima	4. 巻 64
2. 論文標題 Life-span of blowup solutions to semilinear wave equation with space-dependent critical damping	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Funkcial. Ekvac.	6. 最初と最後の頁 137-162
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Akihiro Umeda, Yuta Wakasugi, Shuji Yoshikawa	4. 巻 171
2. 論文標題 Energy-conserving finite difference schemes for nonlinear wave equations with dynamic boundary conditions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Applied Numerical Mathematics	6. 最初と最後の頁 1-22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apnum.2021.08.0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kimitoshi Tsutaya, Yuta Wakasugi	4. 巻 2021
2. 論文標題 On Glassey's conjecture for semilinear wave equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetime	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Boundary Value Problems	6. 最初と最後の頁 94 (2021)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1186/s13661-021-01571-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kimitoshi Tsutaya, Yuta Wakasugi	4. 巻 500
2. 論文標題 On heatlike lifespan of solutions of semilinear wave equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetime.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 125133
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2021.125133	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ning-An Lai, Mengyun Liu, Kyouhei Wakasa, Chengbo Wang	4. 巻 281
2. 論文標題 Lifespan estimates for 2-dimensional semilinear wave equations in asymptotically Euclidean exterior domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 109253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2021.109253	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tomoyuki Tanaka, Kyouhei Wakasa	4. 巻 41
2. 論文標題 On the critical decay for the wave equation with a cubic convolution in 3D	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete Contin. Dyn. Syst.	6. 最初と最後の頁 4545-4566
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2021048	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ning-An Lai, Nico Michele Schiavone, Hiroyuki Takamura	4. 巻 269
2. 論文標題 Heat-like and wave-like lifespan estimates for solutions of semilinear damped wave equations via a Kato's type lemma	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 11575-11620
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.08.020	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Ning-An Lai, Nico Michele Schiavone, Hiroyuki Takamura	4. 巻 85
2. 論文標題 Short time blow-up by negative mass term for semilinear wave equations with small data and scattering damping	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 391-405
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Alessandro Palmieri, Hiroyuki Takamura	4. 巻 27
2. 論文標題 Nonexistence of global solutions for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations in the scattering case with mixed nonlinear terms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 1-39
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-020-00662-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Takuto Imai, Masakazu Kato, Hiroyuki Takamura, Kyouhei Wakasa	4. 巻 269
2. 論文標題 The lifespan of solutions of semilinear wave equations with the scale-invariant damping in two space dimensions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 8387-8424
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.06.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Tomoyuki Tanaka, Kyouhei Wakasa	4. 巻 270
2. 論文標題 Critical exponent for the wave equation with a time-dependent scale invariant damping and a cubic convolution	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 916-946
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.08.047	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda	4. 巻 85
2. 論文標題 Blow-up of solutions to semilinear wave equations with a scaling invariant critical damping	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 163-170
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Tomoyuki Tanaka, Kouhei Wakasa	4. 巻 200
2. 論文標題 Small data blow-up for the wave equation with a time-dependent scale invariant damping and a cubic convolution for slowly decaying initial data	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Anal.	6. 最初と最後の頁 112057
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2020.112057	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kimitoshi Tsutaya, Yuta Wakasugi	4. 巻 61
2. 論文標題 Blow up of solutions of semilinear wave equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetime.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 91503
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5139301	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Motohiro Sobajima, Kyouhei Wakasa	4. 巻 484
2. 論文標題 Finite time blowup of solutions to semilinear wave equation in an exterior domain	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 123667
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2019.123667	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Alessandro Palmieri, Hiroyuki Takamura	4. 巻 17(13)
2. 論文標題 Nonexistence of global solutions for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations of derivative type in the scattering case	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mediterranean J. of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00009-019-1445-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takuto Imai, Masakazu Kato, Hiroyuki Takamura, Kyouhei Wakasa	4. 巻 81
2. 論文標題 The sharp lower bound of the lifespan of solutions to semilinear wave equations with low powers in two space dimensions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 K.Kato & T.Ogawa & T.Ozawa ed. "Asymptotic Analysis for Nonlinear Dispersive and Wave Equations", Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 31-53
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masakazu Kato, Hiroyuki Takamura, Kyouhei Wakasa	4. 巻 32(11-12)
2. 論文標題 The lifespan of solutions of semilinear wave equations with the scale-invariant damping in one space dimension	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Differential Integral Equations	6. 最初と最後の頁 659-678
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Alessandro Palmieri, Hiroyuki Takamura	4. 巻 187
2. 論文標題 Blow-up for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations in the scattering case with power nonlinearities	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis, TMA	6. 最初と最後の頁 467-492
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2019.06.016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ning-an Lai, Nico Michele Schiavone, Hiroyuki Takamura	4. 巻 -
2. 論文標題 Wave-like blow-up for semilinear wave equations with scattering damping and negative mass term	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Trends in Mathematics, M.D'Abbicco, M.Ebert, V.Georgiev, T.Ozawa ed., "New Tools for Nonlinear PDEs and Application", Birkhauser, Cham	6. 最初と最後の頁 217-240
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-10937-0_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Yuta Wakasugi	4. 巻 148
2. 論文標題 Global well-posedness for the semilinear wave equation with time dependent damping in the overdamping case	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 157-172
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14297	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Motohiro Sobajima, Yuta Wakasugi	4. 巻 16(3)
2. 論文標題 Sharp lifespan estimates of blowup solutions to semi-linear wave equations with time-dependent effective damping	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Hyperbolic Differ. Equ.	6. 最初と最後の頁 495-517
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219891619500176	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahiro Ikeda, Motohiro Sobajima, Kyouhei Wakasa	4. 巻 267(9)
2. 論文標題 Blow-up phenomena of semilinear wave equations and their weakly coupled systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5165-5201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.05.029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazumasa Fujiwara, Masahiro Ikeda, Yuta Wakasugi	4. 巻 62(2)
2. 論文標題 Estimates of lifespan and blow-up rates for the wave equation with a time-dependent damping and a power-type nonlinearity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Funkcial. Ekvac.	6. 最初と最後の頁 157-189
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Motohiro Sobajima, Yuta Wakasugi	4. 巻 21(5)
2. 論文標題 Weighted energy estimates for wave equation with space-dependent damping term for slowly decaying initial data	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Commun. Contemp. Math.	6. 最初と最後の頁 1850035
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219199718500359	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Vladimir Georgiev, Hideo Kubo, Kyouhei Wakasa	4. 巻 267(5)
2. 論文標題 Critical exponent for nonlinear damped wave equations with non-negative potential in 3D	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 3271-3288
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.04.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kyouhei Wakasa, Borislav Yordanov	4. 巻 266(9)
2. 論文標題 Blow-up of solutions to critical semilinear wave equations with variable coefficients	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5360-5376
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.10.028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 N.-A.Lai and H.Takamura	4. 巻 45
2. 論文標題 Nonexistence of global solutions of wave equations with weak time-dependent damping and combined nonlinearity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis, RW	6. 最初と最後の頁 83-96
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.nonrwa.2018.06.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 N.-A.Lai and H.Takamura	4. 巻 32(1-2)
2. 論文標題 Nonexistence of global solutions of nonlinear wave equations with weak time-dependent damping related to Glassey's conjecture	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Differential and Integral Equations	6. 最初と最後の頁 37-48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M.Ikeda and M.Sobajima	4. 巻 182
2. 論文標題 Sharp upper bound for lifespan of solutions to some critical semilinear parabolic, dispersive and hyperbolic equations via a test function method	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis, TMA	6. 最初と最後の頁 57-74
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2018.12.009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M.Ikeda, T.Inui, M.Okamoto and Y. Wakasugi	4. 巻 18
2. 論文標題 L^p - L^q estimates for the damped wave equation and the critical exponent for the nonlinear problem with slowly decaying data	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications on Pure and Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 1967-2009
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/cpaa.2019090	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ikeda and M. Sobajima	4. 巻 470
2. 論文標題 Remark on upper bound for lifespan of solutions to semilinear evolution equations in a two-dimensional exterior domain	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 318-326
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ikeda and T. Inui	4. 巻 32
2. 論文標題 The sharp estimate of the lifespan for semilinear wave equation with time-dependent damping	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Differential and Integral Equations	6. 最初と最後の頁 1-36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Sobajima and Y. Wakasugi	4. 巻 23
2. 論文標題 Diffusion phenomena for the wave equation with space-dependent damping term growing at infinity	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Differential Equations	6. 最初と最後の頁 581-614
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Nishihara, M. Sobajima and Y. Wakasugi	4. 巻 25
2. 論文標題 Critical exponent for the semilinear wave equations with a damping increasing in the far field	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl.	6. 最初と最後の頁 25-55
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K.Wakasa and B.Yordanov	4. 巻 180
2. 論文標題 On the nonexistence of global solutions for critical semilinear wave equations with damping in the scattering case	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis, TMA	6. 最初と最後の頁 67-74
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2018.09.012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 高村博之	4. 巻 70
2. 論文標題 単独非線形波動方程式の一般論とその最適性を支えるモデル方程式	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 日本数学会編『数学』	6. 最初と最後の頁 375-378
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計65件 (うち招待講演 49件 / うち国際学会 19件)

1. 発表者名 北村駿介, 高村博之, 若狭恭平
2. 発表標題 特性方向の重みを持つ一次元半線形波動方程式の古典解のlifespan 評価
3. 学会等名 日本数学会2022年度年度年会函数方程式論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高村博之, 佐々木多希子, 森澤功暁
2. 発表標題 非線形波動方程式の一般論を超える空間1次元のcombined effect
3. 学会等名 日本数学会2022年度年度年会函数方程式論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高村博之, 北村駿介, 森澤功暁
2. 発表標題 空間1次元における空間変数による重み付き微分型半線形波動方程式の古典解
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会函数方程式論分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hiroyuki Takamura
2. 発表標題 The lifespan estimates of classical solutions of 1D semilinear wave equations with spatial weights
3. 学会等名 The 18th Linear and Nonlinear Waves (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroyuki Takamura
2. 発表標題 A new classification of semilinear damped wave equations by lifespan estimates
3. 学会等名 The 13th ISAAC Congress, Session 12: Partial differential equations on curved space-times (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Decay property of solutions to the semilinear wave equation with space-dependent damping and absorbing nonlinearity
3. 学会等名 第11回室蘭非線形解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 空間変数に依存する摩擦項をもつ波動方程式の解のエネルギー減衰
3. 学会等名 大阪市立大学談話会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Decay property of solutions to the semilinear wave equation with space-dependent damping and absorbing nonlinearity
3. 学会等名 熊本大学応用解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Global existence and asymptotic behavior for nonlinear damped wave equations on measure spaces
3. 学会等名 Recent Advances in Nonlinear Evolution Equations（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Global existence and asymptotic behavior for nonlinear damped wave equations on measure spaces
3. 学会等名 香川における偏微分方程式研究会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Blow up of solutions of semilinear wave equations in de Sitter spacetime
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 吸収型非線形項と空間変数に依存する摩擦項をもつ波動方程式のエネルギー減衰について
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Decay property of solutions to the semilinear wave equation with space-dependent damping and absorbing nonlinearity
3. 学会等名 第2回大同大学若手微分方程式セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 ハートリー型の非線形項をもつ 波動方程式について
3. 学会等名 半田山偏微分方程式研究集会（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 On the critical decay for the wave equation with a cubic convolution in 3D
3. 学会等名 第248回広島数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 半線形消散波動方程式の解のlifespanによる分類
3. 学会等名 Critical Exponent and NLPDE（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 半線形消散波動方程式の新しい分類
3. 学会等名 第36回松山キャンプ
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroyuki Takamura
2. 発表標題 Heat or wave? A classification of semilinear damped wave equations with time-dependent coefficients
3. 学会等名 The 45th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 津田谷公利, 若杉勇太
2. 発表標題 On heatlike lifespan of solutions of semilinear wave equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetime
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Weighted energy estimates for solutions to the wave equation with space-dependent damping
3. 学会等名 第36回松山キャンプ
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Blow-up of solutions of semilinear wave equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetime
3. 学会等名 Webinar on Evolution Models, Critical exponent versus blow-up in evolution models (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 田中智之, 若狭恭平
2. 発表標題 On the critical decay for the wave equation with a cubic convolution in 3D
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会函数方程式論分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 若狭 恭平
2. 発表標題 On the critical decay for the wave equation with a cubic convolution in 3D
3. 学会等名 研究会「微分方程式の総合的研究」(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 On the critical decay for the wave equation with a cubic convolution in 3D
3. 学会等名 北海道大学偏微分方程式セミナー(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高村 博之
2. 発表標題 時間依存係数をもつ半線形消散波動方程式の分類
3. 学会等名 第17回浜松偏微分方程式研究会(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroyuki Takamura
2. 発表標題 The lifespan of solutions of semilinear wave equations with the scale-invariant damping in two space dimensions
3. 学会等名 2019 Workshop on Geometry and Nonlinear Partial Differential Equations(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiro Ikeda
2. 発表標題 Test function method for blow-up phenomena of semilinear wave equations and their weakly coupled system
3. 学会等名 2019 Workshop on Geometry and Nonlinear Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiro Ikeda
2. 発表標題 Blow-up phenomena of semilinear wave equations and their weakly coupled system
3. 学会等名 Fall Southeastern Sectional Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahiro Ikeda
2. 発表標題 Blow-up phenomena of semilinear wave equations and their weakly coupled system
3. 学会等名 12th ISAAC Congress (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 池田 正弘, 田中 智之, 若狭 恭平
2. 発表標題 Global well-posedness for the wave equation with a time-dependent scale invariant damping and a cubic convolution
3. 学会等名 日本数学会・2020年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉 勇太
2. 発表標題 Endpoint Strichartz estimates for the damped wave equation
3. 学会等名 第35回松山キャンプ（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 若杉 勇太
2. 発表標題 空間変数に依存する摩擦項をもつ波動方程式の解の漸近挙動について
3. 学会等名 広島数理解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉 勇太
2. 発表標題 Asymptotic behavior of solutions to the wave equation with space-dependent damping and slowly decaying data
3. 学会等名 京都大学NLPDEセミナー（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉 勇太
2. 発表標題 Endpoint Strichartz estimates for the damped wave equation
3. 学会等名 三重偏微分方程式研究集会～西原健二先生の古希を記念して～（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuta Wakasugi
2. 発表標題 Lp-Lq estimates for the damped wave equation and the critical exponent for the nonlinear problem with slowly decaying data
3. 学会等名 12th International ISAAC Congress (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉 勇太
2. 発表標題 Endpoint Strichartz estimate for the damped wave equation and its application
3. 学会等名 Workshop on nonlinear PDE in Numazu (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若狭 恭平
2. 発表標題 Blow-up of solutions to critical semilinear wave equations with variable coefficients
3. 学会等名 大同大学第1回若手微分方程式セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H.Takamura
2. 発表標題 Lifespan estimates of solutions of semilinear wave equations with the scale invariant damping in one space dimension
3. 学会等名 第36回 九州における偏微分方程式研究集会, 九州大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H.Takamura
2. 発表標題 Lifespan estimates of solutions of semilinear wave equations with the scale invariant damping in one space dimension
3. 学会等名 東北復旦交流事業, 復旦大学(中国)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 スケール不変な消散項付き1次元半線形波動方程式の解の最大存在時間評価
3. 学会等名 大阪大学微分方程式セミナー(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 非線形消散波動方程式の最近の発展
3. 学会等名 第1回はこだて数理解析研究集会, 公立はこだて未来大学(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H.Takamura
2. 発表標題 Lifespan estimates of solutions of semilinear wave equations with the scale invariant damping in one space dimension
3. 学会等名 Seminario di Matematica, パーリ大学(イタリア)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 強い時間減衰を伴う消散項付き非線形波動方程式に対する解の波動的な 爆発とlifespan評価
3. 学会等名 三重における非線形波動方程式研究集会, 三重大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之・頼宇安
2. 発表標題 強い時間減衰を伴う消散項付き非線形波動方程式に対する解の波動的な 爆発とlifespan評価
3. 学会等名 2018日本数学会秋季総合分科会函数方程式論分科会, 岡山大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 スケール不変な消散項をもつ1次元半線形波動方程式の解のライフスパン
3. 学会等名 八戸における偏微分方程式論集中ワークショップ 第九回北海道-東北コンソーシアムセミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H.Takamura
2. 発表標題 Multipliers on the wave-like blow-up for nonlinear damped wave equations
3. 学会等名 The 11th Mathematical Society of Japan (MSJ) Seasonal Institute (SI) The Role of Metrics in the Theory of Partial Differential Equations, 北海道大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 Wave-like blow-up for semilinear damped wave equation
3. 学会等名 名古屋微分方程式セミナー, 名古屋大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H.Takamura
2. 発表標題 The “wave-like” blow-up for nonlinear wave equations with the scattering damping
3. 学会等名 Eighth Euro-Japanese Workshop on Blow-up, 東北大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 非線形消散波動方程式の波動的な解の爆発
3. 学会等名 応用解析研究会, 早稲田大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 非線形消散波動方程式の波動的な解の爆発
3. 学会等名 東北大学大学院理学研究科談話会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高村博之
2. 発表標題 非線形波動方程式の解析から非線形消散波動方程式の解析へ
3. 学会等名 東北大学応用数学セミナー（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Ikeda
2. 発表標題 Sharp estimate of lifespan to semi linear damped wave equation with an effective time-dependent damping
3. 学会等名 International Workshop on "Fundamental Problems in Mathematical and Theoretical Physics", Waseda University, (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Ikeda
2. 発表標題 Blow-up of solutions to semi linear wave equation with a scaling invariant critical damping
3. 学会等名 MSJ-SI "The Role of Metrics in the Theory of Partial Differential Equations", Hokkaido University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 池田正弘, 側島基宏, 若狭恭平
2. 発表標題 On blowup solutions of semi linear wave equation and their weakly coupled system
3. 学会等名 日本数学会・2019年度年会, 東京工業大学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 池田正弘
2. 発表標題 空間変数に依存するスケール臨界な摩擦項を持つ非線形波動方程式の小さな初期値に対する解の爆発
3. 学会等名 南大阪セミナー, 大阪市立大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 池田正弘, 側島基宏
2. 発表標題 On a test function method for blowup of solutions to semi linear damped wave equations
3. 学会等名 2018年日本数学会秋季総合分科会, 岡山大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y.Wakasugi
2. 発表標題 Weighted energy estimates for wave equation with space-dependent damping term for slowly decaying initial data
3. 学会等名 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, SS102: Asymptotics for Nonlinear Diffusion Equations and Related Topics, National Taiwan University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Critical exponent for the semilinear wave equations with a damping increasing in the far field
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会, 東京工業大学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 時間変数係数をもつ消散型波動方程式の解の2次漸近形について
3. 学会等名 第34回松山キャンプ, 山口大学 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 Critical exponent for the semilinear wave equation with a damping term depending on time and space variable
3. 学会等名 名古屋偏微分方程式研究集会, 名古屋工業大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若杉勇太
2. 発表標題 L^p - L^q estimates for the damped wave equation and the critical exponent for the nonlinear problem with slowly decaying data
3. 学会等名 名古屋微分方程式セミナー, 名古屋大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 On the blow-up theorem for critical semilinear wave equations
3. 学会等名 MZセミナー, 宮崎大学 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 K.Wakasa
2. 発表標題 On the blow-up theorem for critical semilinear wave equations
3. 学会等名 16th Linear and Nonlinear Waves, 滋賀県立県民交流センター（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 On the blow-up theorem for critical semilinear wave equations
3. 学会等名 名古屋偏微分方程式研究集会, 名古屋工業大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 若狭恭平
2. 発表標題 On the blow-up theorem for critical semilinear wave equations
3. 学会等名 三重における非線形波動方程式研究集会, 三重大学（招待講演）
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	池田 正弘 (Ikeda Masahiro) (00749690)	国立研究開発法人理化学研究所・革新知能統合研究センター・研究員 (82401)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	若杉 勇太 (Wakasugi Yuta) (20771140)	広島大学・先進理工系科学研究科(工)・准教授 (15401)	
研究分担者	若狭 恭平 (Wakasa Kyouhei) (60783404)	釧路工業高等専門学校・創造工学科・講師 (50103)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 第20回北東数学解析研究会，東北大学	開催年 2019年～2019年
------------------------------	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	麗水学院			
イタリア	パース大学	ピサ大学	ローマ大学	