

令和 5 年 6 月 23 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2018～2021

課題番号：18H01136

研究課題名（和文）曲面上の渦力学：曲面の幾何をもたらす新しい流体運動の数理科学

研究課題名（英文）Vortex dynamics on surfaces exploring new fluid phenomena brought by geometry

研究代表者

坂上 貴之（SAKAJO, TAKASHI）

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：10303603

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 12,800,000円

研究成果の概要（和文）：球面やトーラスなどの曲面上での渦力学の数理解析により、曲率やトポロジーが渦運動に与える影響を調べるため（P1）曲面上の渦力学理論（P2）曲面上の流れの数値解法の開発（P3）曲面上の渦力学の応用の三プロジェクトを設定して研究を推進した。その結果、（P1）トーラス面上の点渦定常解の構成、トーラス面上のLiouville型背景渦をもつ圧縮流の構成、有限長の渦層定常解の構成と安定性解析、二重周期境界を持つ領域での点渦力学。（P2）球面上の調和測度を計算する代用電荷法の開発、トーラス面上のポットダイナミクス为数理解析。（P3）多様体の点渦統計モデルの構成、超流動流体量子渦パターンの構成などの成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまでほとんど知られていなかったトーラス面上の点渦力学に多くの成果を得ることができた。特にLiouville背景渦を持つ流れは超流動乱流のモデルとして、また数学的には二次元閉曲面上のLiouville方程式の解析解としても重要なものであり、学術的に意義があった。またトーラス面や二次元二重周期領域における点渦力学ではグリーン関数の具体的な解析表示を得ることができたことで、スポットダイナミクスなどの多くの問題への応用が実際に可能になった。こうした解析解の表示は今後の閉曲面上の流体方程式のみならず非線型偏微分方程式の数値解析や数値解析に学術的な貢献が期待できる。

研究成果の概要（英文）：We have conducted mathematical and numerical analysis of vortex dynamics on surfaces such as a sphere and a curved torus, investigating the influence of curvature and topology on vortex motion. The project consists of three sub-topics. (P1) Theory of vortex dynamics on surfaces, (P2) Development of numerical methods of flows on surfaces, and (P3) Applications to physical problems. The results are summarized as follows. (P1) Point vortex equilibria on a curved torus, the analytic formula of incompressible flows with Liouville-type background vorticity on a curved torus, finding stationary finite-length vortex sheets and the derivation of point vortex dynamics in a doubly periodic domain. (P2) The method of fundamental solution for calculating harmonic measures on a sphere, analysis of spot dynamics on a curved torus surface. (P3) point-vortex statistics as a turbulent model on surfaces, and construction of quantized point-vortex equilibria on surfaces as a model of superfluids.

研究分野：応用数学（数理流体力学）

キーワード：応用数学 力学系 渦力学 流体力学 微分幾何学 トポロジー 流体方程式

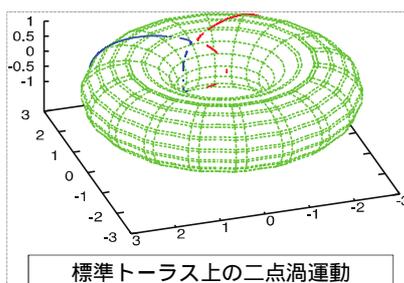
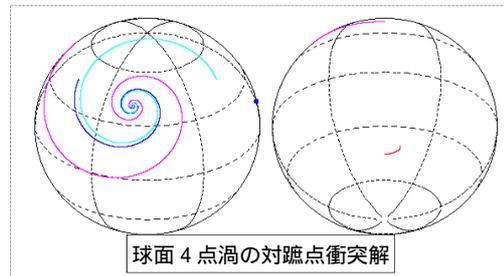
## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

二次元非粘性・非圧縮流れの速度場の回転成分として定義される渦度は、流体粒子の軌道に沿って保存され、その時間発展を通じて生成・消滅しないことが Euler 方程式により示される (Helmholtz の渦定理)。この事実に基づいて、初期時刻で渦度が存在する領域だけに注目し、その渦度領域の相互作用として流体の運動を記述する数学的枠組みを渦力学 (Vortex Dynamics) と呼ぶ。一般に、渦力学は数学的・数値的にも扱いやすく、渦構造の運動として流れの時間発展を明確に理解できる利点がある。現実の流体運動を考える上では、非粘性の仮定は理想的すぎるが、その理論的利便性のため、渦力学は流体现象の数値モデルとして広く用いられてきた。例えば、渦度分布を点渦とした「点渦力学」は、19 世紀中盤の Kirchhoff や Thomson 以来 150 年以上の長い研究の歴史を有し、20 世紀初頭には翼理論のモデルとして航空機の誕生に貢献をなした。他にも、渦度が線分布した「渦層」や渦度が有界領域に局在した「渦斑」などの渦分布があり、渦力学は数値流体力学の研究対象として、地球流体、生命流体、工学の諸問題の数値モデルとして数多くの研究成果をもたらしている。また、渦力学は単純な平面上で主に考えられてきたが、流体運動の課題に応じて、例えば、地球流体のモデルとして球面へ、また、工学の流体モデルとして多重連結領域へと渦力学は拡張され、数多くの成果を挙げている。

さて、近年、トーラス (超流動流体) や回転面 (液膜上の流れ) など、曲率やトポロジーが平面と異なる曲面上の流体力学の理論的・数値的研究の応用へのニーズが高まっている。これに対して、曲面の幾何学的構造が流体運動へどう影響するかを理解することは数学的に重要であり、応用面でも様々な問題の流体モデルとして渦力学を、こうした曲面上へ拡張することが望まれる。さらに、曲面上の流体方程式の数値解法として、三次元空間に二次元曲面を埋め込む手法や、方程式の微分形式による表示を用いた Discrete Exterior Calculus に基づく数値解法などが知られているが、曲面の幾何学的性質に起因する種々の問題により、高レイノルズ数流れへの適用は未だ容易でない。そのため、これを解決する一手法として曲面上の渦力学を利用した新たな「曲面上の数値解法」の開発も期待されている。

研究代表者の坂上は、単純な平面とは異なる曲面上の渦力学の研究の中で、曲面の幾何学的性質が生み出す新しい流体運動を見いだしてきた。例えば、球面上の渦力学の研究では、球面のコンパクト性に由来する、平面の場合に存在しない対蹠点への 4 点渦衝突解の存在 (右図) や球面渦層の挙動などを明らかにした。また、標準トーラス上の



の点渦力学の研究では、最も単純な二点渦の場合ですらハンドルの存在によって非自明な解軌道を持つ (左図) ことがわかった。これらの先行研究の成果を踏まえて、様々な曲面上の渦力学理論として、これらを一般化して研究することで、曲面の幾何学的性質と流体運動の関係をより深く数学的に記述し、それを用いて種々の問題に汎用的に利用可能な渦力学モデルが構築できるという着想を得るに至った。

### 2. 研究の目的

球面や標準トーラスと同相な回転曲面 (標準曲面と呼ぶ) 上での渦力学の数学理論を構築し、曲面の曲率やトポロジーなどが渦運動へ及ぼす影響を明らかにする。加えて、自由に与えられた曲面に対して柔軟に適用可能な渦力学モデルの数値的構成や、モデルを記述する方程式の数値計算法を開発し、いくつかの物理学の問題へ応用する。

### 3. 研究の方法

研究目的を達成するため、3 つの研究項目 (P1) - (P3) を設定する。

【(P1) 標準曲面上の渦力学理論】 標準曲面上の渦運動を偏微分方程式論や力学系理論で研究し、曲面の幾何学的性質と流体運動の関係を明らかにする。

【(P2) 曲面上の渦法の開発】 曲面上の流体方程式の数値解法としての渦法を開発を目指す。

【(P3) 曲面上の渦力学の応用】 本課題で得られる曲面上の渦力学を (i) 乱流統計モデル (ii) 地球流体モデル (iii) 量子渦モデルに応用する。

《研究実施体制》 研究代表者を中心とし、研究分担者の米田 (偏微分方程式論) と横山 (力学系理論) は全研究項目 (P1) に関わり、渦力学構築に向けて非粘性・非圧縮流れと微分幾何やトポロジーの影響がどのように現れるかという点に対して数学的な研究を推進する。また Bartosz Protas (McMaster 大学)、Vikas Krishnamurthy (IIT Hyderabad) Christopher Green (Wichita Univ.) との国際共同研究を推進する。

#### 4. 研究成果

研究実施計画に基づき各サブプロジェクト(P1)-(P3)を進め、以下の研究成果を得た。

##### (P1) 標準曲面上の渦力学理論

本サブプロジェクト各研究成果の内容とその意義は以下の通り。これらはいずれも標準的な曲面上の渦力学理論の基礎として新しい結果を付け加えたものである。

- ・ **トーラス面上の点渦定常解の網羅的構成** トーラス面上の点渦力学の定常配置を網羅的に探索する研究を行った。通常、定常解を見つけるには与えられた点渦の強さに対して方程式のベクトル場のゼロ点を与える点渦位置を求める必要があるが、そのためには無限和で表現される Loxodromic 関数を含む複雑な非線型の代数方程式を解かねばならず、この方法は数値にも非常に困難を伴う。そこで、我々は視点を変えて、点渦定常解を求める問題を「定常点渦解の配置を与えて定まる行列のゼロ特異値を求める」という線型代数の問題へと帰着させることによって、多くのトーラス面上の定常点渦配置を求めることに成功した。この結果は Phil. Trans. Roy. Soc. A(2019)に掲載された。

- ・ **トーラス面上の Liouville 型背景渦を持つ非圧縮流れの解析解** トーラス面上で渦度 が流れ関数 の指数関数  $\omega = ce^{d\psi}$  で与えられるような Liouville 型の背景渦を持つ非圧縮流れを

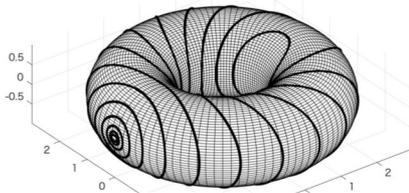


図1 トーラス上の Liouville 型渦の例

構成した。これは平面において滑らかな渦度分布を持つ定常解として知られる Stuart 渦の多様体上への拡張となっている。数学的には古典的な非線型楕円型偏微分方程式である Liouville 方程式の厳密解の拡張でもある。厳密解を構成する上での基本的なアイデアは、二次元の平面で知られた Liouville 方程式の解析解をベースにしてトーラス面に対応する Laplace-Beltrami 作用素の流れ関数への作用と背景渦の影響

の間に釣り合いが取れるように、方程式に補正項を加えることにある。この補正項はトーラス面における曲率に対応していることがわかり、今後一般のリーマン多様体への拡張を考える上で重要な成果となった。非自明な多様体上での Liouville 方程式の厳密解の構成に成功したのは本成果が初めてであり、図1はその例である。本成果は Proc. Roy. Soc. A(2019)に掲載された。

- ・ **新しい有限長渦層定常解の構成** これまで知られていなかった有限長さを持つ定常渦層解の構成に成功した。渦層がその形を変えず一定角速度で回転する相対定常渦層解を求める問題をこの渦層を不連続境界として持つ解析関数を求める Riemann-Hilbert 問題に帰着させる。この RH 問題を解析的に解くことで定常解を求めることに成功した。その結果、非自明な定常解として、原点と多角形の頂点を結ぶスポークのような複数の線分渦からなる渦層が相対定常解となることを証明した。図2はその例である。このような複雑な形状をした渦層定常解が見つかったのは初めてのことであり、本成果は Physica D(2020)に掲載された。

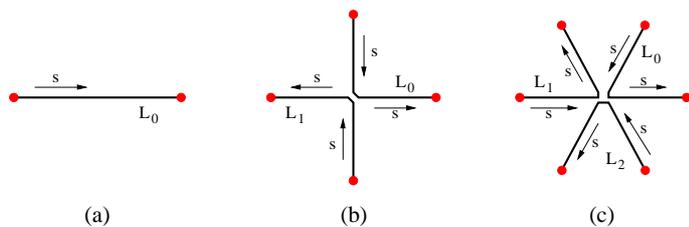


図2: スポーク型の有限長渦層定常解

- ・ **有限長線分渦層定常解の安定性解析と非線型時間発展** 平面渦層においてよく知られている有限長の長さを持つ線分渦層定常解の安定性解析を S. Llewellyn-Smith 教授および B. Protas 教授と共同研究により行った。この定常渦層の存在は古典的によく知られていたが、その線型安定性については、全く知られていなかった。我々は二つの渦層上の渦度(循環)分布を考えた。一つは線分渦層定常解には端点での循環がゼロになる滑らかな分布であり、もう一つは端点で循環が発散するような特異な分布である。双方とも微小な摂動に対して線型不安定であるということには変わりないが、滑らかな循環分布の場合は渦層に現れる不安定性としてよく知られる Kelvin-Helmholtz 不安定を見せるのに対して、端点に特異な循環分布を持つ渦層については、それよりも弱い不安定が得られることがわかった。加えて、滑らかな循環分布を持つ渦層が、その線分形状を常に変えないという仮定のもとでの長時間発展について力学系理論に基づいた運動の分類を調べた。このような渦層は Kida 渦として知られる楕円形をした定常渦斑解の短軸ゼロ極限の場合に対応しており、非自明な周期解の存在を数多く求めることにつながった。本成果は Journal of Fluid Mechanics(2021)に掲載された。

- 二重周期境界条件を持つ平面内の点渦力学** 二重周期境界条件を持つ領域での点渦方程式を Vikas Krishnamurthy 博士とともに導出した。これまで二重周期境界条件を持つ点渦力学は、ワイエルストラスの楕円関数を出発点として回転系で点渦の強さの総和がゼロになるという条件下で多く研究されていたが、今回我々は数理流体力学的に厳密な議論に基づく流体力学的グリーン関数の解析的構成から自然な形で点渦力学の方程式を導出することに成功した。その結果、従来の方法では扱えなかった非回転系での点渦力学や点渦の強さの総和がゼロでない場合を扱うことができ、二重周期境界条件の領域における定常点渦(格子点渦)を網羅的に求めることに成功した。図3は、内部に欠損を持つ格子点渦定常解の例である。このような定常解は本研究で初めて見つかったものである。また、ここで得られた流体力学的グリーン関数の解析表示は様々な二重周期境界を持つ微分方程式の基本解として幅広い応用を持ちうる発見である。本成果は最終年度中に投稿され、2023年度4月に Physica D に掲載されている。

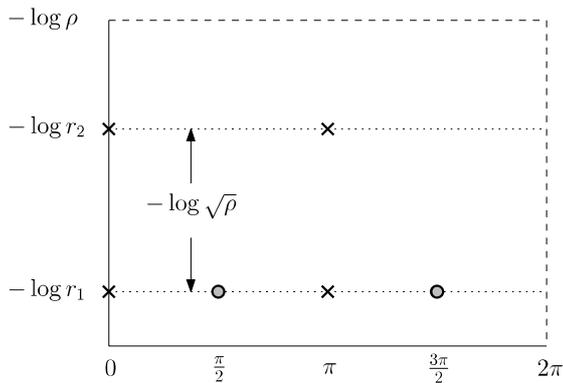


図3 二重周期領域の格子点欠損付き渦定常解の例[30]

に成功した。その結果、従来の方法では扱えなかった非回転系での点渦力学や点渦の強さの総和がゼロでない場合を扱うことができ、二重周期境界条件の領域における定常点渦(格子点渦)を網羅的に求めることに成功した。図3は、内部に欠損を持つ格子点渦定常解の例である。このような定常解は本研究で初めて見つかったものである。また、ここで得られた流体力学的グリーン関数の解析表示は様々な二重周期境界を持つ微分方程式の基本解として幅広い応用を持ちうる発見である。本成果は最終年度中に投稿され、2023年度4月に Physica D に掲載されている。

研究分担者である横山と米田は本研究計画において、非粘性・非圧縮流体運動の数学研究において以下の成果を得た。いずれの成果も幾何学的な観点から渦運動の数学的記述の発展に貢献する成果である。

#### 横山の研究成果

- 双曲型の曲面流の定義の条件の一つである非遊走集合の特徴づけに関して、位相幾何学的な観点から行った。この特徴づけは、曲面上の勾配流の一般的な遷移や一般の曲面流の遷移を考える基礎となることが明らかになった。
- 時間平均は存在しない軌道をたくさん持つ例として知られている Bowen ' s eye という曲面流の軌道の長さ平均を考察し、曲面流の軌道の長さ平均と時間平均はかなり異なる性質であることを明らかにした。
- 一般的な2次元ハミルトン流のトポロジカルな遷移距離の下限を調べる手法を構成した。さらに、遷移規則の列挙を用いて、極大語による分類による遷移グラフを帰納的に生成するアルゴリズムを構成した。
- 位相幾何学的な視点で曲面上の Hamilton 流の Reeb グラフ閉多様体上の Morse 流の特異点の安定多様体のなす CW 分割を統合する位相不変量の構成に成功した。

#### 米田の研究成果

- 非圧縮 Euler 方程式を使って平面上の大スケール・小スケールの渦の相互作用の考察を進め、乱流を特徴づける修正版の zeroth-law を達成する渦分布が構成できた。
- 大スケールと小スケールの渦の非線形相互作用と曲面形状との関係解明の研究を進め、回転楕円面という幾何学的構造が帯状流(無限次元多様体上の測地線、Euler 方程式の定常解に沿うヤコビ場)に対して共役点を生成させやすいメカニズムを有することを示した。
- 体積保存する微分同相写像群の中心拡大から導かれるコリオリ力付き非圧縮オイラー流に対する断面曲率・Misiolek 曲率を考えた。より具体的には、コリオリ項の幾何学的構造が、帯状流(無限次元多様体上の測地線、コリオリ力付き Euler 方程式の定常解)における断面曲率・Misiolek 曲率を正値へ誘導する作用を有することを示した。

### (P2) 曲面上の渦法の開発

当初計画では渦法の開発を念頭に研究を開始したが、点渦の相互作用を記述する方程式が非常に複雑であり、 $N$  点渦の  $O(N^2)$  の多体問題の相互作用を計算するコストが膨大になるため実用的なアルゴリズムの実現は難しいことが判明した。そこで、我々は多様体上における様々な数値計算を実現する数値アルゴリズムの構成に絞り研究を推進した。

- 球面上の調和測度の代用電荷法による数値解法の開発** 代表者(坂上)は Chris Green 博士、榊原航也博士との共同研究により、球面上に複雑境界を持つ領域に対する調和速度を解析的・数値的に構成することに成功した。本成果は、論文としてまとめて近く学術誌に投稿予定である。このような調和関数は、この与えられた点から出発するブラウン運動の粒子が境界に到達する確率を与えるものでもあり、確率論としても重要な研究対象である。

解析解の構成は球面から複素平面の立体射影 (Stereographic projection, 等角写像) を用いて特別な境界配置の場合に厳密に求めた. また, 一般の境界配置に対しては基本解解法を用いることで近似解が構成できた. この成果は曲面上における調和測度の解析的・数値的構成という新しい課題への解法を今後提供するものである.

- トーラス面上の反応拡散方程式のスポットダイナミクスの数理解析** ドレスデン工科大学の Axel 教授のグループと王鵬皓博士との連携により, 曲面上の偏微分方程式の数値解法である Surface Finite Element 法の研究を進めて, トーラス面上の反応拡散系方程式へ適用を行った. その結果, 開発した反応拡散系のスポットダイナミクスを記述する方程式を使って定常スポット解の存在やその安定性だけでなく, これらのスポット解の長時間発展やグローバルアトラクタの形成に関するスポットダイナミクスの存在と安定性解析で多くの成果を得た. 図 4 は今回発見された安定なスポット解のパターンである. なお, このスポットダイナミクスの漸近解析を行う際には (P1) で得られた流体力学的グリーン関数の解析表示が有効な働きをした. 本成果は SIAM J. Appl. Dyn. Sys. (2021) に掲載された. これに続いて非線形シュレーディンガーの数値計算コードを開発し, 量子渦の問題に取り組みを開始しており, 今後の展開が期待される.

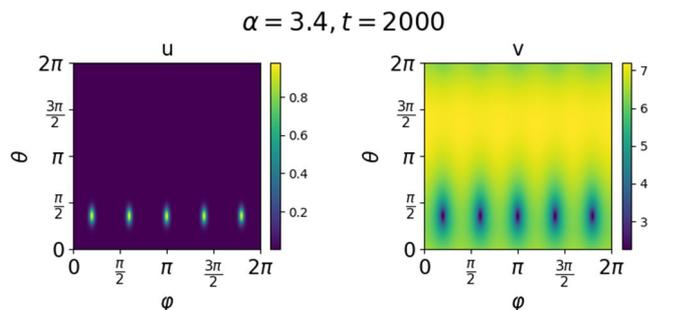


図 4 トーラス上の反応拡散方程式に現れる安定なスポット解

### (P3) 曲面上の渦力学の応用

渦力学の応用として当初三つの課題を掲げたが (P1) や (P2) の進行に合わせて, 特にその成果を活かすことができる (i) 乱流統計モデルと (iii) 量子渦モデルの二つに絞り込んで応用研究を推進して以下のような成果を得た.

- 多様体の点渦乱流統計モデルの研究** 点渦方程式はハミルトン力学系として記述されるので, 多数の点渦系が作る乱流統計を考える上ではこのハミルトニアンから構成される Gibbs 測度に従って点渦をサンプリングし, その empirical な分布から祖測度場や渦度など様々な統計物理量を計算することが有効である. そこで我々はマルコフ過程モンテカルロ法の一つであるハミルトニアンモンテカルロ法を二次元閉リーマン多様体の上で与えられた分布に従ってサンプリングを行う手法を開発しその数学解析によりこのサンプリング分布が与えられた分布に収束することを示した. この手法を球面上の点渦力学に応用し, 球面上の点渦統計の平衡状態を数値計算に成功した. その結果, 地球流体力学でもよく知られている, zonal な帯状のジェット気流を持つような状態が平均として得られることを明らかにした. 点渦統計を多様体の上で考える研究はこれまでにほとんど知られておらず, 本成果はこの研究に新しい手法と方向付けを与えたものである. 本成果は現在学術雑誌に投稿中である.
- 超流動流体モデルとしての定常量子渦パターンの構成** (P1) で得られたトーラス面上の Liouville 型の滑らかな背景渦をもつ流れの解析解を用いて, トーラス面上の超流動流体の作る量子化された渦パターンを理解するため, V. Krishnamurthy 博士とともに量子化された循環を持つ点渦定常配置を多数求めることに成功した. 図 5 は, 今回見いだされた量子化点渦定常配置の例である. これらはすべて物理的に妥当な量子化渦解であり, トーラスの持つ様々な幾何学的性質が定常解におよぼす影響などを明らかにした. 本成果は J. Math. Phys. (2022) に掲載された.

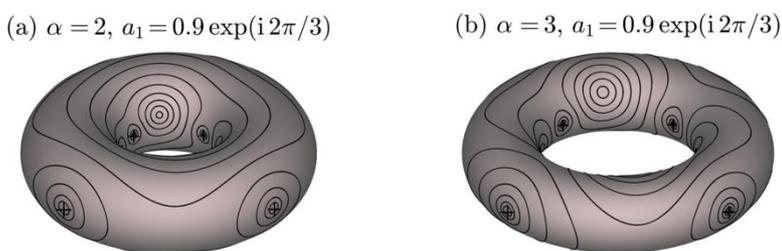


図 5 トーラス上の Liouville 背景渦に埋め込まれた量子化点渦定常配置の例

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 6件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Sakajo Takashi, Wang Penghao	4. 巻 20
2. 論文標題 Spot Dynamics of a Reaction-Diffusion System on the Surface of a Torus	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Applied Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 1053 ~ 1089
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/20M1380636	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Sakajo Takashi, Krishnamurthy Vikas S.	4. 巻 63
2. 論文標題 Quantized point vortex equilibria in a one-way interaction model with a Liouville-type background vorticity on a curved torus	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 063101 ~ 063101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0062659	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Krishnamurthy Vikas S., Sakajo Takashi	4. 巻 448
2. 論文標題 The vortex problem in a doubly periodic rectangular domain with constant background vorticity	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physica D: Nonlinear Phenomena	6. 最初と最後の頁 133728 ~ 133728
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physd.2023.133728	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Yokoyama Tomoo	4. 巻 42
2. 論文標題 Refinements of topological invariants of flows	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 2295-2295
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2021191	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Drivas Theodore D., Misiolek Gerard, Shi Bin, Yoneda Tsuyoshi	4. 巻 46
2. 論文標題 Conjugate and cut points in ideal fluid motion	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annales mathematiques du Quebec	6. 最初と最後の頁 207 ~ 225
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40316-021-00176-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tsuchi Taito, Yoneda Tsuyoshi	4. 巻 199
2. 論文標題 Arnold stability and Misiolek curvature	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Monatshefte for Mathematik	6. 最初と最後の頁 411 ~ 429
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00605-022-01711-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Matharu Pritpal, Protas Bartosz, Yoneda Tsuyoshi	4. 巻 441
2. 論文標題 On maximum enstrophy dissipation in 2D Navier-Stokes flows in the limit of vanishing viscosity	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physica D: Nonlinear Phenomena	6. 最初と最後の頁 133517 ~ 133517
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physd.2022.133517	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Protas Bartosz, Sakajo Takashi	4. 巻 403
2. 論文標題 Rotating equilibria of vortex sheets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physica D: Nonlinear Phenomena	6. 最初と最後の頁 132286
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physd.2019.132286	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yokoyama Tetsuo, Yokoyama Tomoo	4. 巻 13
2. 論文標題 Complete transition diagrams of generic Hamiltonian flows with a few heteroclinic orbits	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics, Algorithms and Applications	6. 最初と最後の頁 2150023
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S1793830921500233	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tauchi Taito, Yoneda Tsuyoshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Positivity for the curvature of the diffeomorphism group corresponding to the incompressible Euler equation with Coriolis force	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptab043	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sakajo Takashi	4. 巻 377
2. 論文標題 Vortex crystals on the surface of a torus	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences	6. 最初と最後の頁 2158
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1098/rsta.2018.0344	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 坂上 貴之	4. 巻 71
2. 論文標題 乱流の数理をめぐる流体方程式の特異解	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学	6. 最初と最後の頁 178--200
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakano Yushi, Yokoyama Tomoo	4. 巻 372
2. 論文標題 Existence and Non-existence of Length Averages for Foliations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 367 ~ 383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-019-03490-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sakajo Takashi	4. 巻 475
2. 論文標題 Exact solution to a Liouville equation with Stuart vortex distribution on the surface of a torus	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences	6. 最初と最後の頁 1 ~ 16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1098/rspa.2018.0666	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Protas Bartosz, Sakajo Takashi	4. 巻 852
2. 論文標題 Harnessing the Kelvin-Helmholtz instability: feedback stabilization of an inviscid vortex sheet	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 146 ~ 177
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jfm.2018.523	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Gotoda Takeshi, Sakajo Takashi	4. 巻 78
2. 論文標題 Universality of the Anomalous Enstrophy Dissipation at the Collapse of Three Point Vortices on Euler--Poincare Models	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 2105 ~ 2128
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/17M1127855	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計37件（うち招待講演 10件 / うち国際学会 11件）

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Exact solution to a Liouville equation on a curved torus and quantized point vortex equilibria,
3. 学会等名 Forschungsseminar at Technische Universität Dresden
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 トーラス面上の反応拡散方程式のスポットダイナミクス
3. 学会等名 日本数学会2021秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 端点を持つ有限長渦層の線形安定性と回転運動
3. 学会等名 日本数学会2021秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 流体方程式に現れる有限時間爆発解
3. 学会等名 第4回「有限時間特異性」勉強会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 Quantized point vortex equilibria with a Liouville-type background vorticity on a curved torus
3. 学会等名 日本数学会2022秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Topological invariants for flows on surfaces and metric spaces
3. 学会等名 The 2nd POSTECH MINDS Workshop on Topological Data Analysis and Machine Learning (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Topological flow data analysis
3. 学会等名 セミナーシリーズ「データ科学と計算科学の融合」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Topological invariants of 2D and 3D flows and their applications
3. 学会等名 RIMS Workshop, Mathematical methods for the studies of flow, shape, and dynamics
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Space-time topology behind formation of micro-macro magneto-vortical structure manifested by Nambu mechanics
3. 学会等名 OCAMI, Osaka-City Univ. Osaka
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 トーラス面上の定常渦
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 On "quantized" vortex crystals on closed surfaces
3. 学会等名 量子渦と非線形波動(OCAMIワークショップ)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 ある渦層の相対定常解の族について
3. 学会等名 日本数学会年会2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Hamiltonian flows on punctured surfaces
3. 学会等名 2020 年度冬の力学系研究集会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Topological characterizations of 2D gradient flows and 2D Morse-Smale flows and their generic intermediate flows
3. 学会等名 Seminar cathedral on Monday, Moscow State University, Moscow, Russia
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Mathematical models of cascading phenomena in turbulence
3. 学会等名 Workshop on Scientific Computing Across Scales: Extreme Events and Criticality in Fluid Mechanics, The Fields Institute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Linear feedback stabilization of point vortex equilibria near a Kasper Wing
3. 学会等名 International Congress of Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Vortex dynamics on the surface of a torus
3. 学会等名 Complex analysis in mathematical physics and applications, Isaac Newton Institute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Vortex dynamics on the surface of a torus
3. 学会等名 Analysis Seminar, the University of Reading
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Vortex Dynamics on Sphere - a survey
3. 学会等名 Workshop on "Mathematical Aspects of Geophysical Flows, Erwin Schrodinger Insitute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 非粘性渦層におけるKelvin-Helmholtz不安定のフィードバック制御
3. 学会等名 第65回理論応用力学講演会・第22回土木学会応用力学シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Vortex Dynamics on the surface of a torus
3. 学会等名 数理研究集会 ``流体と気体の数学解析''
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 米田剛
2. 発表標題 Zeroth-lawからみる瞬間的な渦伸長と或る定常流について
3. 学会等名 日本流体力学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 米田剛
2. 発表標題 全測地的部分多様体による共役点の特徴づけ、及び非粘性流体への応用
3. 学会等名 日本流体力学会、
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Yoneda
2. 発表標題 Instantaneous vortex stretching and energy cascade on the incompressible 3D Euler equations
3. 学会等名 National Chiao Tung University
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Yoneda
2. 発表標題 Recent topics on well-posedness and stability of incompressible fluid and related topics
3. 学会等名 Summer Graduate School, Mathematical Sciences Research Institute (MSRI)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Yoneda
2. 発表標題 瞬間的な渦伸長を生成する3次元Euler流・それに関連するzeroth lawについて
3. 学会等名 京都大学応用数学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Topological characterization of gradient flows and Morse-Smale flows on compact surfaces and their transition graphs
3. 学会等名 2019年度 冬の力学系研究集会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Characterization of finiteness and countability of non-wandering sets of surface flows
3. 学会等名 力学系 - 新たな理論と応用に向けて, 数理解析研究所
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Control of vortex dominated flows through vortex dynamics
3. 学会等名 Taiwan-Japan Joint Workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Control of vortex dominated flows through vortex dynamics
3. 学会等名 KIAS workshop, Mathematics of Fluid Motion II: Theory and Computation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Sakajo
2. 発表標題 Vortex dynamics on the surface of a torus
3. 学会等名 Applied Interdisciplinary Mathematics (AIM) Seminar (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 複翼まわりの定常点渦の安定化を実現する線型フィードバック制御
3. 学会等名 ODE-JP 2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 坂上貴之
2. 発表標題 非粘性渦層における Kelvin-Helmholtz 不安定のフィードバック制御
3. 学会等名 日本数学会年会 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tsuyoshi Yoneda
2. 発表標題 Instantaneous vortex stretching and energy cascade on the incompressible 3D Euler equations
3. 学会等名 KIAS workshop, Mathematics of Fluid Motion II: Theory and Computation (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tsuyoshi Yoneda
2. 発表標題 Instantaneous vortex-stretching and anomalous dissipation on the 3D Euler equations
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tsuyoshi Yoneda
2. 発表標題 Instantaneous vortex-stretching and anomalous dissipation on the 3D Euler equations
3. 学会等名 2018 International Conference on Mathematical Fluid Dynamics School of Mathematics and Information Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomoo Yokoyama
2. 発表標題 Decompositions of surfaces flows and their applications
3. 学会等名 International Conference “ Integrable Systems and Nonlinear Dynamics ” ( 国際学会 )
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	横山 知郎 (YOKOYAMA TOMOO)  (30613179)	岐阜大学・工学部・准教授  (13701)	
研究分担者	米田 剛 (YONEDA TSUYOSHI)  (30619086)	一橋大学・大学院経済学研究科・教授  (12613)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	榭原 航也 (SAKAKIBARA KOYA)  (30807772)	金沢大学・数物科学系・准教授  (13301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 ICIAM2019	開催年 2019年～2019年
---------------------	--------------------

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------