2版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　６ 年　６ 月 １６ 日現在

機関番号：１２６０１

研究種目：基盤研究(A)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：１８Ｈ０３６６９

研究課題名（和文）無限次元表現の分岐則と大域解析

研究課題名（英文）Branching problems of infinite-dimensional representations and global analysis

研究代表者

小林　俊行（Kobayashi, Toshiyuki）

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：８０２０１４９０

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　32,800,000円

研究成果の概要（和文）：１．群作用をもつ多様体Ｘ上の大域解析において、従来の微分方程式による手法と異なる新しい手法として、固有作用というトポロジー的性質を「交叉体積の変化」によって数量化する定式化を与え、その解析的な基礎理論を展開した。特に、Ｘの2乗可積分空間上の正則ユニタリ表現が「いつ緩増加になるか？」という基本問題に対し、その幾何的判定条件を証明し、さらにＸが簡約型の場合に緩増加空間の分類を与えた。
２．球面と余次元1の全測地部分多様体の組に対し、それぞれの捻じれ外積束に対する「対称性破れ作用素」の構成・完全な分類を与えたた。
３．無限次元表現の分岐則における重複度の有界性・有限性定理を精密化を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義
空間の線型対称性において、その対称性が減少したときの数学的記述を「表現の分岐則」という。有限次元のテンソル積表現の分解がその古典例であるが、無限次元表現では分岐則の理論は非常に難しく、手法自身を新しく開発する必要がある。本研究では、「対称性破れ作用素」の構成問題という新しい視点を提示し、共形平坦空間の2つの多様体の上の微分形式の空間に対する対称性破れ作用素の完全な分類を行い、この新領域における基盤整備と未来の発展の方向を与えた。また、非可換調和解析においても「緩増加空間」の概念を提起し、微分方程式を用いる従来の手法とは異なる、新手法を開発し、代数・幾何・解析にまたがる新しい基礎理論を構築した。

研究成果の概要（英文）：1. In global analysis on a manifold X endowed with a group action, a novel approach, distinct from conventional differential equation methods, was formulated. This approach quantifies the topological condition of "proper actions" by estimating the "intersection volume." We advanced the foundational theory, particularly providing geometric criteria for determining when regular unitary representations on square-integrable spaces of X become tempered. Furthermore, we accomplished the classification for tempered reductive homogeneous spaces.
2. We provided a complete classification with explicit construction of "symmetry-breaking operators" between twisted exterior cotangent bundles for pairs consisting of a conformally flat manifold and its co-dimension one totally geodesic submanifold.
3. We developed the boundedness theorem and finiteness theorem of multiplicities for branching laws of infinite-dimensional representations by extending and refining our previous results.

研究分野：数学

キーワード：解析学　幾何学　リー群　分岐則　不連続群

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

１．研究開始当初の背景

表現論における分岐則の問題とは、群の表現を部分群に制限した時に、その表現がどのように既約分解するかを解明する問題である。分岐則の決定は表現論の中心課題の一つであり、数学のさまざまな分野の大事な概念と結びついた重要なテーマである。有限次元表現に対しては、分岐則の研究は、組合せ論や代数幾何と結びついた長い歴史がある。しかし、表現が無限次元であり、群が非コンパクト場合には、テータ対応などの特別なケースを除いて分岐則を求める手法は知られていない。

当該研究を開始するに先立って、研究代表者は、より広い観点から「分岐則の問題」を見直し、これまでに得られた知見に基づいて、以下の研究プログラムを提唱した(2015)。

A. 広い意味での分岐則の一般理論　(スペクトラムや重複度の基礎理論)
B. 分岐則の決定　(制限された表現の既約分解)
C. 対称性破れ作用素の構成　(ベクトルの分解)

A は一般には非常に“悪い”振舞をする可能性のある広範囲な分岐則の問題から、より深い研究につながるクラスを抽出するという基盤的役割をもつ。特に、既約分解における重複度の有限性・有界性や無重複性の条件やスペクトラムの様相（たとえば連続スペクトラムが生じるか）を明らかにすることによって、より精密なBやCの深い研究に進むという構想である。
C は B よりも精緻な研究になる。C の中で、微分作用素として表される場合は、保型形式の整数論で最初に現れた Rankin-Cohen brackets や共形幾何における Juhl 作用素(2009)に加え、より一般の対称性破れ微分作用素を構成・分類する新しい道具として、Verma 加群の “ フーリエ変換 ”を用いたF-method という道具が開発された（研究代表者 2016)。これが当該研究の研究開始当初における「分岐則」の理論に関する背景である。

一方、「群作用のある多様体上の大域解析」の問題に関しては、群不変な微分方程式作用素が互いに可換である場合には、その同時固有関数による展開定理(Plancherel 型定理)を求めようという問題が 50 年以上にわたってこの分野の一つの大きな目標になっていた。これに関連して、研究代表者は、超局所解析的手法によって、不変微分作用素環の可換性と関数空間における既約表現の重複度の有界性が同値であることを証明し、さらに、重複度の有限性と同値な幾何的な必要十分条件を与えた（小林-大島 2013)。一方、この枠組みを超えた、より一般の状況においては、従来の微分方程式を用いた展開定理とは全く異なる新しい方向性の大域解析の誕生が待たれていた。この「新しい方向性」の研究として、幾何的群論のアイディアを取り入れた道具を開発し、「緩増加等質空間」というテーマが芽生えてきた頃が、当該研究開始当初の「群作用のある多様体上の大域解析」に関する背景である。

２．研究の目的

群の表現を単独で扱うのではなく、2 つの群から相対的に見るのが分岐則の問題である。
分岐則の問題は表現論の中心課題の一つであると同時に、微分幾何・保型形式の整数論や大域解析など、さまざまな分野と自然に繋がりを持っている重要なテーマである。有限次元表現の場合には、組合せ論や代数幾何等の手法が開発されており分岐則には長年の研究の蓄積がある。一方、表現が無限次元であり、かつ、群が非コンパクト場合には、その分岐則は重要性にもかかわらず、それを求める一般的な手法は知られていない難しい問題である。
　当該研究は上述の無限次元表現の分岐則の問題とそれに関連した大域解析に関して、新しい視点を提起し、道具そのものを新たに開発し、日本が先導する国際的な共同研究を通じて、分岐則の理論を深化させる基盤的研究を行うことを目的とする。

３．研究の方法

研究成果で記載した分岐則の基礎理論(I-A)に関しては、研究代表者が開発した「離散的分岐則の基礎理論」および「複素多様体における可視的作用の理論」に加えて、極小ユニタリ表現の構造

論、微分方程式系の一般論、代数幾何およびシンプレクティック幾何の手法を用いた。

対称性破れ作用素の構成・分類問題(I-C)においては、対称空間よりも広いクラス（研究代表者が real spherical space と命名したクラス）における極小放物型部分群の軌道の有限性に着目し、超関数台の包含関係による帰納法を用いた。超関数台が極大になる、もっとも generic な部分には、表現の連続パラメータを含んだ行列値の不変核超関数の解析接続の存在を証明し、その極を表現論的手法で決定した。帰納法の最後の部分は超関数台が一点になる場合であるが、これは例外的な作用素が突然出現する可能性がある。この場合は、研究代表者が開発した「F-method」という手法を用いて対称性破れ微分作用素の分類に帰着した。

一方、研究成果(1-C-2)のホログラフィック変換の論文では、複素多様体における可視的作用の理論や分岐則の無重複性の理論に加えて、偏微分方程式や再生核の理論や特殊関数も援用した。

研究成果(II)における「等質空間の緩増加性」の判定条件は、体積のずれを評価する力学系のアイディアに加え、同じ群が作用する２つの多様体における不変測度の間に dominance という半順序関係として導入し、その基本的性質を解析的ユニタリ表現の手法を援用して、非可換調和解析の新しい道具を開発した。また、緩増加簡約等質空間の分類は、BK 定数を導入し、半単純リー環の有限次元表現に関連する種々の新しい不等式によって BK 定数の上限および下限を与え、さらに凸多面体の組合せ論を用いるという手法で実行した。

これらの研究課題は表現論だけではなく、数学の多くの分野と関わるテーマである。それぞれの研究課題に対して、国際共同研究チームを作り、研究を推進した。

４．研究成果

研究代表者は当該研究期間に 21 本の査読付き論文と一冊の研究書（査読付き）を含む 1000 ページを超える論文によって、以下の研究成果を発表した。研究分野を「I 分岐則」と「II 群作用の大域解析」の大きく 2 つに分けて概要を記す。

I．分岐則の理論

(I-A)　分岐則の一般理論（プログラム A）として、研究代表者は当該期間中に次の３点の成果を得た。

(I-A-1)（分岐則のスペクトラムの離散性に関する基礎理論）

無限次元の既約ユニタリ表現を非コンパクトな簡約部分群に制限すると、その分解には連続スペクトラムが現れる場合もあり、また離散的になる場合もある。離散的になるためには、admissible restriction という概念が鍵となるが、それを判定するという重要な問いに関して、超局所解析の手法で証明した研究代表者の主定理（Annals of Mathematics 1998)の逆が成り立つことを代数的手法で証明した　（研究代表者 単著論文[1])。

(I-A-2)（分岐則の重複度に関する基礎理論）

G を単連結な簡約リー群、(G,H) を対称対としたとき、G の既約な無限次元表現πを部分群 H に制限したときに現れる H の既約表現の重複度に着目する。H がコンパクトでπがユニタリ表現ならば制限の重複度は常に有限（Harish-Chandra の admissibility theorem）であるが、H がコンパクトでない場合には一般には重複度は無限になりうる(有限性をもつ対称対の分類理論は 研究代表者と松木敏彦の共著 Transformation Groups　2015)。当該研究では、これらの従前の結果は表現πにどのように依存するかに触れない粗いものだったので、それを精密化・一般化する種々の定理を与えた。特に、H のコンパクト性を仮定せずに「制限 π|_H の重複度が一様有界になるような既約無限次元表現πが必ず存在する」という定理を、明示的にπを与える形で証明した(研究代表者　単著[26,28])。

(I-B)　以下の (1-C-1)の応用としていくつかの分岐則の明示式を証明した（研究代表者　共著[2,9 他])。また、軌道法(orbit method)と分岐則の関係に関する論文を出版した（研究代表者　共著 [21])。

(I-C-1)（共形幾何における対称性破れ作用素の構成と分類理論）一般に、リーマン多様体 M 上の微分形式全体には、共形変換群 G=Conf(M)が作用しており、その作用を変形することによって、3 個のパラメータ（複素パラメータ、符号、微分形式の次数）をもつ表現の族が定義される。さらに部分多様体 N が与えられた時、M の共形変換で部分多様体 N を保つ変換を考える。このような変換の全体 H=Conf(M;N)は共形変換群 G の部分群をなす。以下に述べる共形幾何の未解決問題は、表現の分岐則の問題として次のように述べられる。

「M 上の微分形式の空間から N 上の微分形式の空間への対称性破れ作用素を構成・決定せよ」

この問題を共形幾何のモデル空間(M,N)=(S^n, S^{n-1})に対して完全に決定した。すなわち、零でない対称性破れ作用素が存在するための 3+3=6 個のパラメータの必要十分条件を決定し、さらに、具体的にこの作用素を構成し、分類を完成させた。これは、研究代表者および久保,Pevzner, Speh による以前の共同研究と、当該研究期間中に執筆した Speh 教授との約 340 頁の共著論文の査読が完了し、完全な分類の証明が完成したものである(研究代表者 図書[1])。この結果の整数論への応用を論文[2]で著した。

また、また上述の結果を不定符号の場合に一般化する場合は、共形変換群の実ランクが高階になるため困難が増す。研究代表者はさらに上述の結果を不定符号の場合への拡張をテーマに国際共同研究をし[19,22,23,25]で出版した。

(I-C-2) （ホログラフィック変換の導入）
　研究代表者が導入した「対称性破れ微分作用素」の随伴作用素として、Pevzner 教授と協力して「ホログラフィック作用素」の概念を導入し、いくつかの基礎的なケースでホログラフィック作用素の積分公式を明示的に与え、元の関数の復元公式を証明した(研究代表者 共著論文[5])

(I-C-3) （高ランクの群の分岐則）　定曲率をもつ符号(p,q)の擬リーマン多様体においてラプラシアンの二乗可積分な固有関数のなす空間には不定値直交群 G＝O(p,q)が既約ユニタリ表現として作用する。このユニタリ表現を半単純対称対(G,H)に制限したときの既約分解の離散部ペクトラムを完全に決定し、さらに、その構成を与えるホログラフィック作用素を明示的に与えた(研究代表者　単著 Adv Math 2021 [29])。

　以上の研究成果 I のいくつかの部分については、その背景とともに、日本数学会７０周年特別企画での招待講演を元に書き下ろした概説論文（研究代表者　単著[11]）として著した。

II 群作用のある多様体上の大域解析の理論
(II-A) （緩増加等質空間）
等質空間 G/H に不変測度が存在するとき、L^2(G/H)に定義された自然なユニタリ表現を考える。このユニタリ表現が緩増加となるような等質空間 G/H を緩増加等質空間という。研究代表者は Benoist 教授との共同研究で、G/H が緩増加等質空間となるような簡約リー群の組 G⊃H の分類理論を完成させ、長編の論文として出版した(研究代表者 共著論文[3])。

さらに、部分群 H が簡約であるという仮定をはずし、簡約代数群が実代数多様体に作用しているときに、その関数空間に定義される自然なユニタリ表現がいつ緩増加になるか、という問題に対して幾何的な必要十分条件を発見しそれを論証した。その証明は、研究代表者と Benois 教授が簡約等質空間の場合に開発した非可換力学系の手法(J Euro Math Soc 2015)に加えて、２つの群作用を持つ測度空間に dominance という半順序を導入し、そこに無限次元表現の解析的理論を用いて dominance という概念を研究の基本道具にするという新しいアイディアによるものである(研究代表者 共著論文[27])。また、以上の結果の概要を日本語で解説した（研究代表者　関数解析分科会特別講演[10]）

（II-B）（隠れた対称性をもつ球等質空間の微分作用素環の構造定理）隠れた対称性を援用した大域解析に関する研究代表者の結果(単著 Progr Math 2017)　を推し進め、コンパクト群 L の球等質空間 X に単純リー群 G が隠れた対称性として作用しているとき、
　(a) X 上の G 不変微分作用素のなす環,
　(b) L のリー代数の普遍包絡環の中心が誘導する X の微分作用素環,
　(c) 幾何 X のある L 同変なファイブレーションから得られる微分作用素環
の 3 つの微分作用素環を考え、3 つの環の任意の 2 つが残りの 1 つの環を生成することを証明し、環の生成元の関係式を完全に決定し、長編の論文(研究代表者と Kassel 氏との共著論文[12])として出版した。とりわけ、無限次元表現の分岐則への応用を見込んだ基礎的概念として、上記の幾何構造から、「transfer 写像」を一般的に定義し、明示式を与えた。

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計29件（うち査読付論文　21件／うち国際共著　13件／うちオープンアクセス　10件）

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 17
２．論文標題 Admissible restrictions of irreducible representations of reductive Lie groups: symplectic geometry and discrete decomposability	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Pure and Applied Mathematics Quarterly	６．最初と最後の頁 1321～1343
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4310/PAMQ.2021.v17.n4.a5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Speh Birgit	４．巻 NA
２．論文標題 Distinguished Representations of SO(n+1, 1)×SO(n, 1), Periods and Branching Laws	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Relative Trace Formulas, Simons Symposia,	６．最初と最後の頁 291～320
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-68506-5_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

１．著者名 Yves Benoist, Toshiyuki Kobayashi	４．巻 31
２．論文標題 Tempered homogeneous spaces III	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Journal of Lie Theory	６．最初と最後の頁 833-869
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 98
２．論文標題 Multiplicity in restricting small representations	５．発行年 2022年
３．雑誌名 Proceedings of the Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences	６．最初と最後の頁 19-24
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3792/pjaa.98.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Pevzner Michael	4．巻 70
2．論文標題 Inversion of Rankin-Cohen operators via Holographic Transform	5．発行年 2021年
3．雑誌名 Annales de l'Institut Fourier	6．最初と最後の頁 2131～2190
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.5802/aif.3386	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1．著者名 Toshiyuki Kobayashi	4．巻 2139
2．論文標題 Global analysis on manifolds and representation theory of reductive groups	5．発行年 2020年
3．雑誌名 RIMS Kokyuroku	6．最初と最後の頁 1-20
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kassel Fanny、Kobayashi Toshiyuki	4．巻 96
2．論文標題 Spectral analysis on pseudo-Riemannian locally symmetric spaces	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Proceedings of the Japan Academy, Series A, Mathematical Sciences	6．最初と最後の頁 69-74
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3792/pjaa.96.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 335
2．論文標題 Topics on Global Analysis of Manifolds and Representation Theory of Reductive Groups	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6．最初と最後の頁 3～13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-15-7775-8_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Speh Birgit	４．巻 335
２．論文標題 A Hidden Symmetry of a Branching Law	５．発行年 2020年
３．雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	６．最初と最後の頁 15～28
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-15-7775-8_2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

１．著者名 Toshiyuki Kobayashi	４．巻 NA
２．論文標題 緩増加な等質空間	５．発行年 2021年
３．雑誌名 日本数学会年会函数解析学分科会	６．最初と最後の頁 1-14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 小林俊行	４．巻 74
２．論文標題 表現の分岐則の最近の進展--日本数学会70周年記念特別企画	５．発行年 2019年
３．雑誌名 数学	６．最初と最後の頁 388-416
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Fanny Kassel and Toshiyuki Kobayashi	４．巻 29
２．論文標題 Invariant differential operators on spherical homogeneous spaces with overgroups	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Journal of Lie Theory	６．最初と最後の頁 663-754
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 小林俊行	４．巻 2139
２．論文標題 多様体上の大域解析と簡約群の表現論	５．発行年 2019年
３．雑誌名 数理解析研究所講究録	６．最初と最後の頁 1－10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 NA
２．論文標題 Conformal Symmetry Breaking on Differential Forms and Some Applications	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Trends in Mathematics	６．最初と最後の頁 289～308
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-01156-7_32	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 714
２．論文標題 Residue formula for regular symmetry breaking operators	５．発行年 2018年
３．雑誌名 Contemporary Mathematics, Amer. Math. Soc.	６．最初と最後の頁 175～197
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/conm/714/14380	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Speh Birgit	４．巻 -
２．論文標題 Symmetry Breaking for Orthogonal Groups and a Conjecture by B. Gross and D. Prasad	５．発行年 2018年
３．雑誌名 Simons Symposium on the Trace Formula, Springer	６．最初と最後の頁 245～266
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-319-94833-1_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 -
2．論文標題 Global geometry and analysis of locally symmetric spaces with indefinite metric	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Proceedings of the 65th Geometry Symmposium（幾何学シンポジウム）	6．最初と最後の頁 1～10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 ―

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Leontiev Alex	4．巻 30
2．論文標題 Double Gegenbauer expansion of |s-t|^α	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Integral Transforms and Special Functions	6．最初と最後の頁 512～525
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/10652469.2019.1585433	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Leontiev Alex	4．巻 263
2．論文標題 Image of Conformally Covariant Symmetry Breaking Operators for R^{p,q}	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics and Statistics	6．最初と最後の頁 3～35
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-13-2715-5_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 -
2．論文標題 Global geometry and analysis on pseudo-Riemannian locally symmetric spaces	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Proceedings of the Symposium on Representation Theory	6．最初と最後の頁 89～98
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 ―

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Nasrin Salma	４．巻 21
２．論文標題 Geometry of Coadjoint Orbits and Multiplicity-one Branching Laws for Symmetric Pairs	５．発行年 2018年
３．雑誌名 Algebras and Representation Theory	６．最初と最後の頁 1023～1036
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10468-018-9810-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Kubo Toshihisa、Pevzner Michael	４．巻 -
２．論文標題 Conformal Symmetry Breaking Operators for Anti-de Sitter Spaces	５．発行年 2018年
３．雑誌名 Trends in Mathematics	６．最初と最後の頁 69～85
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-319-63594-1_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki、Leontiev Alex	４．巻 2077
２．論文標題 A certain integral formula containing two Gegenbauer polynoimals	５．発行年 2018年
３．雑誌名 数理解析研究所講究録 (RIMS Kokyuroku)	６．最初と最後の頁 22-35
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 -
２．論文標題 解説：リー群の表現論における最近の進展	５．発行年 2018年
３．雑誌名 『ユニタリ表現入門』	６．最初と最後の頁 214-242
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 14
2．論文標題 Symmetry breaking operators for orthogonal groups O(n,1)	5．発行年 2018年
3．雑誌名 Oberwolfach Reports	6．最初と最後の頁 1572～1575
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 396
2．論文標題 Multiplicity in Restricting Minimal Representations	5．発行年 2022年
3．雑誌名 Springer Proceedings Mathematics Statistics	6．最初と最後の頁 3～20
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-19-4751-3_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Benoist Yves, Kobayashi Toshiyuki	4．巻 -
2．論文標題 Tempered Homogeneous Spaces II	5．発行年 2022年
3．雑誌名 University of Chicago Press	6．最初と最後の頁 213-245
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1．著者名 Kobayashi Toshiyuki	4．巻 32
2．論文標題 Bounded Multiplicity Theorems for Induction and Restriction	5．発行年 2022年
3．雑誌名 Journal of Lie Theory	6．最初と最後の頁 197-238
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki	４．巻 388
２．論文標題 Branching laws of unitary representations associated to minimal elliptic orbits for indefinite orthogonal group O(p,q)	５．発行年 2021年
３．雑誌名 Advances in Mathematics	６．最初と最後の頁 38 pages
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.aim.2021.107862	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

〔学会発表〕　計45件（うち招待講演　42件／うち国際学会　30件）

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 On the Crossroads of Global Analysis and Representation Theory
３．学会等名 Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie Groups（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名 Toshiyui Kobayashi
２．発表標題 Properness Criterion: Proper Actions and Representation Theory I.
３．学会等名 Distinguished Lecture Series at Satelite Conference of ICM2022（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Discontinuous Groups, Weil's Local Rigidity, and Deformations: Proper Actions and Representation Theory II.
３．学会等名 Distinguished Lecture Series at Satelite Conference of ICM2022（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Tempered Subgroups and Tempered Homogeneous Spaces: Proper Actions and Representation Theory III.

３．学会等名
Distinguished Lecture Series at Satelite Conference of ICM2022（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Harish-Chandra's admissibility theorem and beyond

３．学会等名
Satelite Conference of ICM2022: Representations and Characters（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Tempered Homogeneous Spaces

３．学会等名
Symmetry in Geometry and Analysis, France（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Schrodinger Model of Minimal Representations and Branching Problems

３．学会等名
Miimal Representations and Theta Correspondence: In honor of Gordan Savin for his 60th Birghday, ESI, Austria（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 "Visible Actions" and "Only One"
3．学会等名 The 30th Anniversay Ceremony of the Foundation of the Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo（招待講演）
4．発表年 2022年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Proper Actions and Representation Theory I
3．学会等名 Representation Theory and Noncommutative Geometry, AIM, USA（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2022年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Proper Actions and Representation Theory II
3．学会等名 Representation Theory and Noncommutative Geometry, AIM, USA（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2022年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Proper Actions and Representation Theory III
3．学会等名 Representation Theory and Noncommutative Geometry, AIM, USA（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Proper Actions and Representation Theory IV

３．学会等名
Representation Theory and Noncommutative Geometry, AIM, USA（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Basic Questions in Group Theoretic Analysis on Manifolds

３．学会等名
Math-IMS Joint Pure Mathematics Colloquium Series, The Chinese University of Hong Kong（招待講演）

４．発表年
2022年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Limit algebras and tempered representations

３．学会等名
Representation Theory & Noncommutative Geometry. AIM Research Community（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2021年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Limit algebras and tempered representation

３．学会等名
Lie Groups and Representation Theory Seminar. The University of Tokyo

４．発表年
2021年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Limit Algebras and Tempered Representations
３．学会等名 XIV. International Workshop: Lie Theory and Its Applications in Physics. Bulgaria（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2021年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Sound of an anti-de Sitter manifold.
３．学会等名 Inaugural Day of the French-Kazakhstan school of Mathematics, Kazakhstan（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2021年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Limit Algebras and Tempered Representations
３．学会等名 RIMS Workshop: Lie Theory, Representation Theory and Related Areas（招待講演）
４．発表年 2021年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric
３．学会等名 Colloquium, National University of Singapore, Singapore（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2021年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Holographic Transform
3．学会等名 Workshop on Actions of Reductive Groups and Global Analysis
4．発表年 2021年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Tempered Representations and Limit Algebras
3．学会等名 Research Workshop: Seminar in Representation Theory, Denmark（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2021年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 Bounded Multiplicity in the Branching Problems of ''small” Infinite-dimensional Representations
3．学会等名 Lie Groups and Representation Theory Seminar at the University of Tokyo
4．発表年 2021年

1．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
2．発表標題 A Foundation of Group-theoretic Analysis on Manifolds.
3．学会等名 Colloquium di dipartimento. Dipartimento di Matematica, Universita di Roma ''Tor Vergata”（招待講演）（国際学会）
4．発表年 2021年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Tempered Homogeneous Spaces

３．学会等名
日本数学会　関数解析分科会 特別講演（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric

３．学会等名
Colloquium. Yale University（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Branching Problems and Symmetry Breaking Operators.

３．学会等名
Geometry, Symmetry and Physics. Yale University（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite metric

３．学会等名
Colloquium. Oklahoma State University（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Regular Representations on Homogeneous Spaces
３．学会等名 Dynamics of Group Actions: a conference in honor of Yves Benoist（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Global Analysis of Locally Symmetric Spaces with Indefinite Metric
３．学会等名 Seminar. University of Padova（招待講演）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Regular Representations on Homogeneous Spaces (opening plenary lecture)
３．学会等名 Lie Theory and Its Applications in Physics (LT-13). Bulgaria（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名 Toshiyuki Kobayashi
２．発表標題 Symmetry Breaking Operators: General Theory and Concrete Construction for Reductive Groups. (opening lecture).
３．学会等名 Representation Theory of Lie Groups, Mathematical Physics, and Dynamical Systems. France（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2019年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Regular Representations on Homogeneous Spaces. (opening lecture)

３．学会等名
Developments in Representation Theory and Related Topics, Japan（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Introduction to Representation Theory of Real Reductive Lie Groups and Branching Problems. (opening lecture).

３．学会等名
The 2nd International Undergraduate Mathematics Summer School（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2019年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
A Program for Branching Problems in the Representationtheory of Real Reductive Groups: Classification Problem of Symmetry Breaking Operators

３．学会等名
Representation Theory inspired by the Langlands Conjectures, USA（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Toshiyuki Kobayashi

２．発表標題
Regular Representations on Homogeneous Spaces

３．学会等名
Representation Theory of Reductive Groups from Geometric and Analytic Methods（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2020年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Branching Problems and Symmetry Breaking Operators

３．学会等名
Representation theory, geometry, and quantization: the mathematical legacy of Bertram Kostant. MIT, USA（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric

３．学会等名
Glances at Manifolds: Conference in celebration of Aleksy Tralle for his 60th birthday. the Jagiellonian University, Krakow, Poland（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Branching Problems and Symmetry Breaking Operators

３．学会等名
the 32nd International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (Group32), Czech Republic（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Branching Problems and Symmetry Breaking

３．学会等名
Conference in honor of Joachim Hilgert. Paderborn, Germany,（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric

３．学会等名
第65回幾何学シンポジウム（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric

３．学会等名
“Geometric Quantization and Applications”, CIRM Fance（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
From Local to Global-Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces with Indefinite-metric

３．学会等名
Colloquium. Hiroshima University, Japan（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Global Geometry and Analysis on Pseudo-Riemannian Locally Symmetric Spaces

３．学会等名
Symposium on Representation Theory 2018. Tottori, Japan, 13-16 November 2018.（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Semisimple Symmetric Spaces and Discontinuous Groups: What I Learned from Professor Toshio Oshima

３．学会等名
Conference in honour of Professor Toshio Oshima's 70th birthday. Josai University, Tokyo, Japan,（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
Kobayashi Toshiyuki

２．発表標題
Homomorphisms between Verma Modules and Symmetry Breaking Operators. Representation Theory of Reductive Lie Groups and Algebras

３．学会等名
Representation Theory of Reductive Lie Groups and Algebras: in honor of Hisayosi Matumoto on the occasion of his 60th birthday. the University of Tokyo, Japan, 27-29 March 2019.（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2019年

〔図書〕　計2件

１．著者名 Kobayashi Toshiyuki, Birgit Speh	４．発行年 2018年
２．出版社 Springer-Nature	５．総ページ数 342
３．書名 Symmetry Breaking for Representations of Rank One Orthogonal Groups II	

１．著者名 佐野 茂、小林 俊行、杉浦 光夫	４．発行年 2018年
２．出版社 東京図書	５．総ページ数 272
３．書名 杉浦光夫ユニタリ表現入門	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Home Page of Toshiyuki Kobayashi
https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~toshi/index.html

Kavli IPMU カブリ数物連携宇宙研究機構
https://www.ipmu.jp/en/publication/2018

Universite de Reims
https://www.univ-reims.fr/vie-des-campus/agenda/remise-du-doctorat-honoris-causa-au-professeur-toshiyuki-kobayashi,8795,18253.html?&args=PH3Uj5tlH_tEs05Hc0PjFXNnxc_vrXA4LZr2I0Gq1A701fN1E3Cpzo_VU3B9DQ0nLRxE_WzPCDSNkQrawM%2AG5T%2APRqrcttz_jhgKHikx%2Am%2AD0Y_YcoevgI1r5vC0N05V%3Cbr%3E

日本数学会：小林俊行先生へのランス大学名誉博士号授与に寄せて
https://www.mathsoc.jp/assets/file/publications/tushin/2703/kobayashi-oshima.pdf

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	関口　英子 (Sekiguchi Hideko) (50281134)	東京大学・大学院数理科学研究科・准教授 (12601)	

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計7件

国際研究集会	開催年
Geometry, Analysis, and Representation Theory of Lie Groups	2022年～2022年
第23回高木レクチャー	2019年～2019年
第24回高木レクチャー	2019年～2019年
Representation Theory of Reductive Groups from Geometric and Analytic Methods	2020年～2020年
第21回高木レクチャー	2018年～2018年
表現論シンポジウム	2018年～2018年
第22回高木レクチャー	2018年～2018年

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	IHES	Paris Sud University	Reims University	
米国	Cornell University	Yale University	Rutgers Univerity	
バングラデシュ	Dhaka University			
デンマーク	Aarhus University			