

【基盤研究(S)】

大区分B



研究課題名 新しい対称性による数論幾何的単数の創出に向けた戦略的研究

慶應義塾大学・理工学部・教授

ばんない けんいち
坂内 健一

研究課題番号：18H05233 研究者番号：90343201

キーワード：数論、数論幾何学

【研究の背景・目的】

Beilinson 予想、玉河数予想、岩澤主予想など、代数体上定義された代数多様体の Hasse-Weil L 関数の特殊値に関する様々な予想は、米国のクレイ研究所主催のミレニアム懸賞問題の 1 つである Birch and Swinnerton-Dyer 予想 (BSD 予想) を特別な場合として含むことなどからも分かるように、現代数学、特に数論幾何の分野において中心的な問題として位置付けられている。

代数多様体が「乗法群」と呼ばれる最も基本的な場合には、対応する Hasse-Weil L 関数が古典的な Riemann ゼータ関数となり、上記予想は様々な研究者の努力により、円分元 (円単数) と呼ばれる motivic な単数を用いて証明されている。これらの予想が乗法群など限られた代数多様体の場合にしか証明されていない最大の理由は、「L 関数の特殊値」と「数論的な量」双方の情報を内在している motivic な単数が、実施的 1 次元の場合にしか構成されていないことに起因している。

本研究の目的は、将来的に新しい motivic な単数を創出することを視野に入れて、乗法群、楕円曲線や高次元のアーベル多様体など、様々な代数多様体に対して組織的に構成されている【ポリログ】と呼ばれる motivic な対象を研究することである。具体的な目標としては、「代数トーラス」と呼ばれる高次元の代数多様体のポリログを研究し、このポリログの Hodge 実現を具体的に決定し、総実代数体の L 関数の特殊値と関係付けることを目指す。また、以上と並行して、この場合のポリログの motive の構成方法や、 p 進実現、étale 実現を具体的に決定する方法なども合わせて検討する。

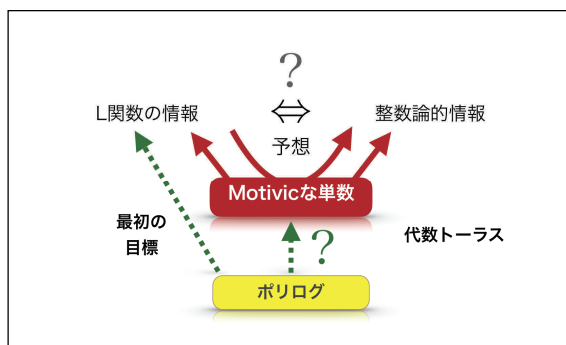


図1 研究の概念図

【研究の方法】

本研究では、整数論の専門家である山本修司氏、安田正大氏、岩澤理論の小林真一氏、motive の理論の寺杣友秀氏、 p 進理論の志甫淳氏、作用素環論の勝良健史氏など、関連する分野の専門家と共に、研究を組織的に進めて行く予定である。特に、研究代表者が今まで培ってきた高次元のポリログの Hodge 実現を具体的に記述する方法を、代数トーラスのポリログに適用して計算を進める。高次元のポリログの Hodge 実現から正しく L 関数の値を取り出すためには、Nekovář と Scholl によって提唱されたプレクティックと呼ばれる対称性の理論を展開する必要があり、まずは Hodge 実現、その後並行して motive、 p 進や étale 実現の場合にプレクティックの理論を構築して行く。

【期待される成果と意義】

代数トーラスのポリログの Hodge 実現を具体的に決定して新しく構築したプレクティック構造の理論を用いてうまく値を取り出せることができれば、この場合のポリログと総実代数体の L 関数の特殊値との具体的な関係を証明できると期待される。このような成果が得られれば、代数トーラスの場合に、ポリログから予想の証明に適用可能な motivic な単数の構成の可能性を示唆する結果となる。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- J. Nekovář and A. J. Scholl, *Introduction to plectic cohomology*, Advances in the theory of automorphic forms and their L-functions, Contemp. Math., vol. 664, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2016, pp. 321–337.
- K. Bannai, K. Hagihara, S. Kobayashi, K. Yamada, S. Yamamoto, and S. Yasuda, *Category of mixed plectic Hodge structures* (2017), arXiv:1705.05522[math.AG].

【研究期間と研究経費】

平成 30 年度—平成 34 年度
91,900 千円

【ホームページ等】

<http://www.math.keio.ac.jp/~bannai/>
bannai@math.keio.ac.jp