

令和 5 年 5 月 21 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18K01546

研究課題名（和文）縮小推定法および関連手法の応用可能性に関する研究

研究課題名（英文）Researches on the applicability of shrinkage estimation methods and related procedures

研究代表者

難波 明生（Namba, Akio）

神戸大学・経済学研究科・教授

研究者番号：60324901

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の主な目的は縮小推定量の応用可能性を探ることであるが、用いるべき説明変数が観測可能でない際に代理変数を用いた場合や、モデルが構造変化を含む可能性がある場合など、縮小推定量が様々な文脈で応用可能であることが明らかとなった。また、縮小推定量を用いる際の一つの問題点は、推定量の分布が複雑であり、かつ未知パラメータに依存することであるが、 m out of n ブートストラップ法と呼ばれる方法を用いる、あるいは予備検定を導入したブートストラップ法を用いることにより、推定量の分布を近似することができることが示された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

縮小推定量が、その優れた特性にも関わらず、実際の応用であまり利用されていない理由の一つとして、推定量の分布が複雑であることが挙げられる。しかしながら、機械学習等で用いられる近代的な手法が、縮小推定法の一つとして解釈できることが明らかになってきた。このため、実際のモデル・データへの応用において縮小推定法の重要性が近年再認識され、新たな研究テーマが多数生み出されている。本研究で得られた成果は、縮小推定量の分布の近似法を提案したこと、及び様々な状況下での縮小推定量の有効性を示しており、推定量の応用可能性を広げたものとして学術的意義がある。

研究成果の概要（英文）：The main purpose of this research is to investigate the availability of shrinkage estimators. Through this research, it became clear that the shrinkage estimators are useful in various situations such as the model with proxy explanatory variables, and the model with a possible structural break. Also, the problem concerned with the application of the shrinkage estimators is that the distributions are complex and dependent on unknown parameters. However, it is proved that the approximations of the distributions of the shrinkage estimators are valid if we use the resampling methods such as m out of n bootstrap or bootstrap which incorporates the pretest.

研究分野：計量経済学

キーワード：縮小推定量 リサンプリング法 ブートストラップ法

1. 研究開始当初の背景

縮小推定の理論は、Stein (1956) により提案されたスタイン型推定量を発端とし、Stein (1956) 以降、数多くの推定量が提案され、その特性について多数の研究が行われてきた。これらの推定量に共通する特徴は、推定量の偏り (バイアス) を許容する代わりに、標準的な推定量 (例えば、最尤推定量や最小自乗推定量) を、推定量の分散を減少させるために縮小し、結果として標準的な推定量よりも小さな平均自乗誤差が得られるようにしているという点である。これらの推定量は、通常の推定量を縮小することにより得られることから、縮小推定量と呼ばれている。標準的な推定量よりも小さな平均自乗誤差を持つということは、標準的な推定量よりも真値の周りに集中した分布を持つということになり、より精度の高い分析を行える可能性があるということの意味している。このような理由から、1970 年代から 1990 年代にかけて縮小推定法に関する研究が非常に盛んに行われた。

縮小推定量が、その優れた特性にも関わらず、実際の応用であまり利用されていない理由の一つとして、推定量の分布が複雑であることが挙げられる。縮小推定量として最も代表的なものであるスタイン型推定量でさえ、Ullah (1982), Phillips (1984) 等で示されているように、その分布は未知パラメータに複雑に依存するものとなっている。このため、標準的な推定量と同様の方法により推定の精度を評価することができず、検定や区間推定などの統計的推測への応用が困難である。したがって、縮小推定量の分布の、未知パラメータの値に依存しない近似法を確立することは、実際の応用において非常に有益なことである。このように、その分布の複雑さのため、縮小推定量の実際のデータへの応用は限定的なものであった。しかし、Hansen (2009), Ullah et. al. (2016) 等で示されているように、Lasso, Model Averaging, Bagging 等の実際のデータへの応用が期待されている近代的な手法が、縮小推定法の一つとして解釈できることが明らかになってきた。また、Hansen (2016, 2017) 等では、より一般的なモデルに対して予備検定を用いた推定量を考えれば、結果として得られる推定量は縮小推定量となり、標準的な推定量より良いパフォーマンスを持ち得ることを示している。

このように、実際のモデル・データへの応用において縮小推定法の重要性が近年再認識され、新たな研究テーマが多数生み出されている。しかし、上記のような近代的な手法も縮小推定法の一つであるため、小標本における分布は未知パラメータに複雑に依存していると考えられる。このため、推定の精度を評価すること、あるいは区間推定・検定などの統計的推測に用いることは容易ではない。このため、縮小推定量とそれに関連する近代的な手法を様々なモデルに応用すること、およびその分布を近似する方法を開発することは、学術的にも実際の応用上にも非常に大きな意味を持つことであると考えられた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、様々なモデルに縮小推定法やそれと関わりの深い手法を応用し、その特性を分析すること、およびその分布を近似する方法を開発することである。これまで行われてきた多くの研究では、縮小推定法およびそれと関わりのある数々の手法は、標準的な方法より優れたパフォーマンスを持つことが知られている。しかし、縮小推定量の分布は複雑に未知パラメータに依存しているため、実際の分析においてどの程度平均自乗誤差を改善することができるのかというように、パフォーマンスの改善の度合いを知ることは困難である。これに対し、推定量の分布を、未知パラメータの値に依存せず近似できるような方法が構築できれば、実際にどの程度パフォーマンスの改善が得られるのかを近似的に求めることができる。さらに、推定量の分布を近似することができれば、その推定量に基づいて検定や区間推定などの統計的推測を行うことができるため、縮小推定量を用いることにより、標準的な推定量に基づく方法よりも精度の高い結果を得られる可能性がある。このように、縮小推定量の分布を、未知パラメータの値に依存しない形で導出、あるいは近似することは実用上非常に有益である。

ある統計量の分布が未知、あるいは複雑である時に分布を近似できる有効な方法として知られているのが、Efron (1979) により提案されたブートストラップ法である。縮小推定量へのブートストラップ法の応用に関する研究はいくつか行われており、Brownstone (1990), Yi (1991), Kazimi and Brownstone (1999)等はコンピュータ・シミュレーションによりブートストラップ法の有効性を示している。他方で、Beran (1997) は、解析的分析により、ブートストラップ法は縮小推定量の分布を近似する方法として有効でないと述べている。そこで、本研究では、ブートストラップ法に代表されるリサンプリング法を利用することにより、縮小推定量の分布を近似することができるのかを理論的に分析する。

それとともに、様々なモデル・手法において縮小推定法を応用し、得られた推定量のパフォーマンスを既存の方法・標準的な方法によって得られる推定量のパフォーマンスと比較することを目的とする。

3. 研究の方法

本研究では、スタイン型推定量と呼ばれる推定量の分布を、ブートストラップ法をはじめとするリサンプリング法を用いることにより近似することを1つ目の目標とする。標本が十分大きい場合については漸近理論を用いて理論的な分析を行い、小標本の場合については、コンピュータ・シミュレーションを用いることにより分析する。

スタイン型推定量の分布は未知パラメータの値に依存するため、未知パラメータの値がどのような値であっても有効であるような方法を構築するために、以下の方法を考える。一つ目は未知パラメータの値について予備検定を行い、その検定結果によって通常のブートストラップ法が有効であると考えられる場合には通常のブートストラップ法を行い、通常のブートストラップ法が無効であると考えられる場合には修正したブートストラップ法に基づいて分布の近似を行うという方法である。もう一つの方法は、上記の方法の予備検定の代わりに、未知パラメータの値によって変化するようなウエイトを計算し、通常のブートストラップ法と修正ブートストラップ法をウエイト付けして用いる方法である。

また、標準的なブートストラップ法ではオリジナルの標本と同じ大きさの標本を再抽出（リサンプリング）するのにに対し、オリジナルの標本よりも小さな標本をリサンプリングする方法（ m out of n ブートストラップと呼ばれる）を用いることにより、未知パラメータの値がどのような値であってもスタイン型推定量の分布を近似できる。しかし、この方法は、通常のブートストラップ法が有効である場合には、通常のブートストラップ法より精度が低い。また、通常のブートストラップ法が有効でない場合にも、修正ブートストラップ法よりも精度が低い。したがって、上に述べた予備検定を用いる方法およびウエイトを用いる方法により、より精度の高い近似が行える可能性がある。そこで、予備検定を用いる方法とウエイトを用いる方法の有効性を漸近理論により示した上で、 m out of n ブートストラップによって得られる結果と比較してどのようなパフォーマンスを持つのかをコンピュータ・シミュレーションにより分析する。

それとともに、通常モデルをより一般化したモデル（例えば構造変化を含む可能性があるモデルや、観測不可能な説明変数を代理変数で置き換えたモデル）に対して縮小推定量を応用することを考え、その場合のパフォーマンスについて分析する。

4. 研究成果

本研究を通じて、以下のような結果が得られた。これらは、実際に様々な文脈において縮小推定量が応用可能であることを示しており、縮小推定量の応用分野を広げる可能性を含んでいると考えられる。

- (1) 通常の回帰分析においては、本来モデルに用いるべき説明変数が観測できないことがしばしばある。このような場合には、観測できない変数の代わりに、代理変数が用いられることになるが、代理変数を用いた場合モデルは正しく定式化されたとは言えない。しかし、観測できない変数の代わりに代理変数を用いた場合でも、正值型の縮小推定量が通常の縮小推定量を優越する平均自乗誤差特性を持つことを示した。このことは、正值型縮小推定量がより一般的なモデルで優れた性質を持つことを意味する。
- (2) 縮小推定量を用いる際の一つの問題点は、推定量の分布が複雑であり、かつ未知パラメータに依存することであるが、 m out of n ブートストラップ法と呼ばれる方法を用いる、予備検定を導入したブートストラップ法を用いる、あるいはウエイトを用いたブートストラップ法を用いることにより、推定量の分布を近似することができることが理論的に示された。さらに、これらの方法によって得られた未知パラメータの信頼区間は、伝統的な最尤法により得られる信頼区間よりも短くなるのがコンピュータ・シミュレーションの結果から示唆された。これらの結果は、実際に縮小推定量を用いる際に大きな利点となると考えられる。また、多くの分析において、ブートストラップ法による分布の近似は、漸近理論に基づく分布の近似より高い精度を持つが、スタイン型推定量の分布については、ブートストラップ法よりも漸近分布に基づく近似の精度の方が高い場合があることが、コンピュータ・シミュレーションの結果から分かった。
- (3) (2)の方法は、標本が十分大きければ、均一分散の場合のみならず一般的な分散共分散行列を持つ場合や、平均ベクトルの一部の要素が0であるような場合にも有効であることが理論的に示された。また、コンピュータ・シミュレーションにより、標本がそれほど大きくない場合でも、これらの一般化の影響はあまり小さくなく、一般的な分散共分散行列の場合にも対応できるような修正を行えば、(2)で用いた手法が有効であることが示された。これらのシミュレーション結果は、分散共分散行列が未知な場合や、一部のデータが有意な影響を持たないような場合でも、適切なブートストラップ法を用いることでスタイン型推定量の分布近似を行うことができる事を表している。
- (4) 縮小推定量に関する分析の多くは、平均や回帰係数を推定する場合のものであるが、分散の縮小推定量であるスタイン型分散推定量についても、ブートストラップ法により分布近似を行うことを考察した。結果として、平均に対するスタイン型推定量の分布は単

純なブートストラップ法では近似できないものの、スタイン型分散推定量の分布は単純なブートストラップ法で近似可能であることが示された。また、コンピュータ・シミュレーションの結果から、ブートストラップ法によるスタイン型分散推定量の分布の近似精度は良好であることが示された。

- (5) 構造変化を持つ可能性がある回帰モデルを分析対象とし、「構造変化が無い」という仮説の方向に縮小を行う推定量の性質を分析した。この推定量は「構造変化が無い」という情報を組み込まれているため、実際に構造変化がなければ高い推定精度が期待できる一方、実際には構造変化があった場合には推定のバイアスを持つと予想される。本研究の分析では、実際には構造変化が無い場合でも、構造変化が存在する可能性を考慮した縮小推定量を用いた方が予測のパフォーマンスが高くなる可能性があることを示した。

得られた結果の多くは既に学術専門誌で公表済みであるが、未公表のものは今後専門誌に投稿予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Namba Akio	4. 巻 19
2. 論文標題 Bootstrapping the Stein-Rule Estimators	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Quantitative Economics	6. 最初と最後の頁 219 ~ 237
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s40953-021-00269-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 難波明生	4. 巻 224
2. 論文標題 スタイン分散推定量へのブートストラップ法の応用に関する一考察	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 国民経済雑誌	6. 最初と最後の頁 33 ~ 44
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 難波明生	4. 巻 221
2. 論文標題 漸近分布およびブートストラップ法によるスタイン型推定量の分布近似に関するシミュレーション分析	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 国民経済雑誌	6. 最初と最後の頁 73-84
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Akio Namba & Haifeng Xu	4. 巻 88:15
2. 論文標題 PMSE dominance of the positive-part shrinkage estimator in a regression model with proxy variables	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Computation and Simulation	6. 最初と最後の頁 2893-2908
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/00949655.2018.1491576	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	Xiamen University			