

令和 4 年 6 月 7 日現在

機関番号：35402

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K01556

研究課題名(和文) 仮想通貨価格の統計的性質及びマルチフラクタル解析による時系列特性の研究

研究課題名(英文) A study of statistical properties of cryptocurrencies and their time series characteristics by multifractal analysis

研究代表者

高石 哲弥 (Takaishi, Tetsuya)

広島経済大学・教養教育部・教授

研究者番号：60299279

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)： ビットコイン価格時系列の統計的性質及びマルチフラクタル性について調べた。特に、長期の高頻度データを用い、それらの性質の時間変動を明らかにした。その結果、ビットコイン価格時系列の性質として次の結果を得た。(1)テイラー効果の存在 (2)収益率ボラティリティ相互相関関数のべき的振舞 (3)ボラティリティ非対称性の時間変動 (4)ボラティリティ変化における反持続性 (5)ハースト指数の時間変動 (6)ハースト指数とマルチフラクタル性との関連 (7)累積収益率分布のべき指数の時間変動

研究成果の学術的意義や社会的意義

ビットコインに代表される暗号資産は、取引所において現在活発に取引が行われている。金融取引においては資産のリスクを十分に把握しておくことが必要である。そのために、その資産の正しい性質を知っておく必要がある。本研究では、代表的な暗号資産であるビットコインの価格時系列の統計的性質やマルチフラクタル性について調べた。その結果、他の金融資産と異なる性質もあることが分かった。従って、暗号資産取引においては異なる性質によるリスクの違いについても考慮する必要があると思われる。

研究成果の概要(英文)： We investigate statistical and multifractal properties of Bitcoin price time series. Especially, using long-term high-frequency data we explore time variation of those properties. We obtain various properties of Bitcoin price time series as follows. (1) existence of Taylor effect (2) power-law in return-volatility cross-correlation (3) time variation of asymmetric volatility (4) anti-persistence in volatility increment (5) time variation of Hurst exponent (6) relationship between Hurst exponent and multifractality (7) time-variation of power-law exponent of cumulative return distributions.

研究分野：金融時系列データ分析

キーワード：マルチフラクタル性 ビットコイン ハースト指数 反持続性時系列 非対称ボラティリティ テイラー効果 暗号資産

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

ビットコインは2008年にサトシ・ナカモトという人物によって投稿された論文に基づき考案された仮想通貨で、2009年から運用が開始された。ビットコインはその決済における低い手数料や国境による制限がない等のメリットから、日本でもビットコインが決済に使える取引が増えている。ビットコインの中核技術であるブロックチェーンは、分散型台帳を確立する金融インフラの技術として注目を集め、FinTechにおける基幹技術として発展を続けている。更に、ブロックチェーン技術を利用したデジタル中央通貨の可能性も各国で議論されており、日本においても2017年10月4日の国際決済銀行の会合での日銀黒田総裁による講演において、具体的計画はないとしながらも関連する新技術の研究を進めるとしている。

ビットコインは多くの暗号資産取引所で活発に取引されるようになってきている。そして、アカデミックな研究もビットコインを中心に広く行われるようになってきている。ビットコイン価格の時系列の性質も調べられるようになってきているが、まだその性質は十分には解明されていない。

2. 研究の目的

本研究ではビットコインの高頻度価格データを利用し、その統計的性質を調べる。多くの金融資産の収益率データは、“Stylized facts”として知られる共通の性質を示す。ビットコイン価格にも“Stylized facts”の性質が現れるかどうかを明らかにする。特に、収益率分布の特性、絶対値収益率の自己相関、ボラティリティクラスティングの性質、収益率とボラティリティの相関、ボラティリティ非対称性、テイラー効果について研究を行う。また、価格時系列の一般化ハースト指数を計算し、時系列のマルチフラクタル性や効率性についても調べる。

3. 研究の方法

ビットコインの高頻度価格データを解析し、ビットコイン価格の統計的性質を調べる。特に、統計的性質の時間変動に注目し、どのような時間変動をしているかを明らかにする。

一般化ハースト指数は2002年にKantelhardtらによって開発されたMultifractal detrended fluctuation analysis (M DFA)法によって求める。この方法は、非定常時系列にも利用でき、従来よりも精度良く一般化ハースト指数を求めることが可能である。そして、求めた一般化ハースト指数から時系列のマルチフラクタル性について議論する。

4. 研究成果

本研究から以下の成果を得ることができた。

(1) ビットコイン収益率時系列におけるテイラー効果の存在[1]

株価等の金融資産について、絶対値収益率の d 乗の自己相関についてどの値の d で最大値を取るかが調べられており、 $d=2$ ではなく、 d が1のあたりで最大になることが知られている。このことについて理論的な説明はまだなく、この現象のことをテイラー効果と呼ぶ。このテイラー効果がビットコイン収益率時系列に存在するかどうかを調べた。

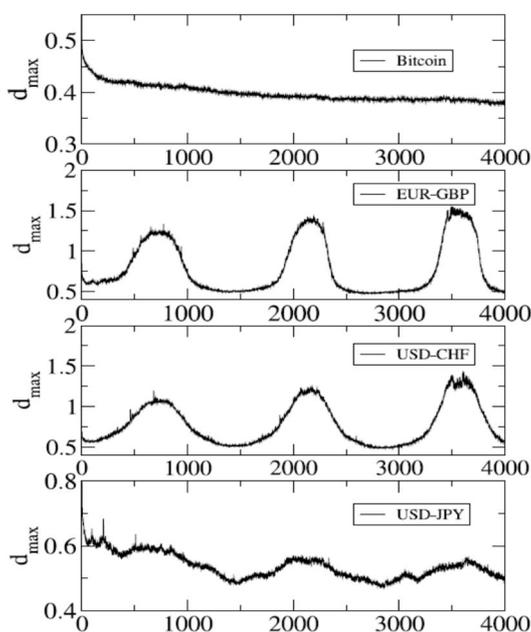


図1：ラグごとのべき指数 d

図1の一番上の図は、横軸に自己相関のラグを取り、そのラグで自己相関が最大になるべき乗 d をプロットしたものである。 d はラグの値によって違っているが、すべてのラグで0.5以下となっている。このことは、自己相関が最大になるのは $d=2$ でなく、テイラー効果が存在することを示している。

図1の2番目以降の図は、為替レートの収益率データに対して自己相関が最大となる d を表示したものである。為替レートの場合、ビットコインと違って周期的な変動が見られる。そして、この周期は1日となっていることが分かった。為替レートの場合、取引が1つの地域で一日中継続的に行われていないので、1日毎の周期が現れているものと思われる。一方、ビッ

トコインやその他暗号資産の取引はネットを通じ 24 時間継続して行われており、1 日の周期的な変動が見られなかったと思われる。

(2) ビットコイン収益率時系列の効率性[2]

ビットコインの収益率時系列のハースト指数を調べた研究から初期の時系列はハースト指数 $h(2)$ が 0.5 以下の反持続性となっていることが指摘されている。本研究では、時系列のハースト指数が時間的にどのように変動しているかを調べた。時間変動を調べるために 1 年のデータ期間をずらしながら解析を行った。図 2 は日次収益率時系列についてハースト指数を求めたものである。複数の線はデータソースの違いを表しているが、どのソースデータも似た変動を示している。ハースト指数は 2012 年～2013 年ごろにおいて、0.5 以下を取り、反持続性を示していることが分かった。その後は、0.5 前後の値をとり、時系列の性質としては、効率性が改善していることが分かった。流動性指数 (Amihud) について解析したところ、初期の流動性は低いことが分かった。従って、初期の系列において見られた反持続性は流動性の低さと関連している可能性がある。

一般化ハースト指数からマルチフラクタル性の大きさ h を測定し、それとハースト指数 $h(2)$ との関連を表したのが図 3 である。2012 年～2013 年は h が大きく、また $h(2)$ が 0.5 以下のデータ領域に対応していることが分かる。一方、2014 年～2018 年は h が小さく、 $h(2)$ が 0.5 付近の領域のデータとなっている。この結果は、 h と $h(2)$ の関連性を表しているが、単純な線形関係ではないことを示している。

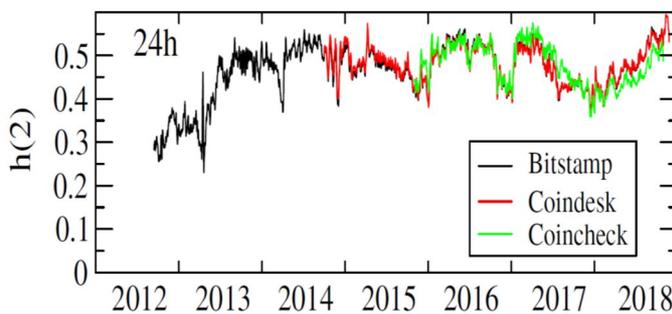


図 2：ハースト指数 $h(2)$ の時間変動

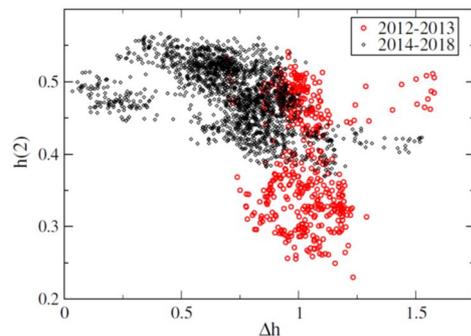


図 3：ハースト指数 $h(2)$ とマルチフラクタル性の大きさ h との関係

(3) 収益率とボラティリティの相互相関[3]

収益率とボラティリティ (絶対値収益率) との相互相関について調べた研究から、株価においては相互相関が指数関数的に振舞うことが知られている。そこで、ビットコインにおいて相互相関関数がどのように振舞うかを調べた。図 4 はビットコインの収益率-ボラティリティ相互相関関数を表示している。両対数グラフ上で相互相関のデータは直線で良く表される。これは、ビットコインの相互相関がべき関数で表されることを示している。この結果は、これまでに株価で知られている指数関数的振る舞いとは違う結果となっている。

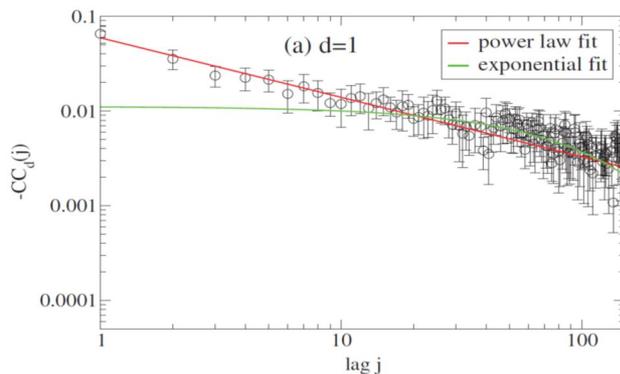


図 4：収益率とボラティリティの相互相関関数

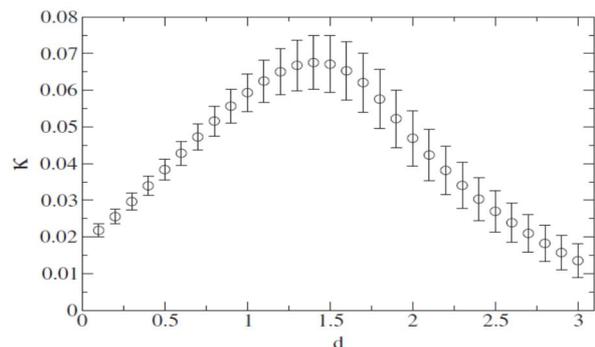


図 5：相互相関の大きさ κ とべき指数 d との関係

本研究では、収益率とボラティリティの相互相関の定義を拡張し、収益率とボラティリティの d 乗の相互相関についても調べた。従来の相互相関は $d=1$ に対応する。図 5 はラグ 1 での相互相関の大きさを κ とし、 d の関数で表示したものである。この図から、相互相関が最大となるのは $d=1.5$ 付近であることが分かった。

(4) 反持続性時系列[4]

先行研究において、株価の実現ボラティリティの対数変化の時系列を調べたところ、ハース

ト指数が 0.5 以下の反持続性時系列となっており、また一般化ハースト指数が定数のモノフラクタルとなっている結果が報告されている。ビットコイン時系列においても反持続性が現れるかどうかについて解析を行った。図 6 の破線が一般化ハースト指数の結果であるが、全領域にて、0.5 以下となっており、反持続性となっていることが確認された。しかし、その一方で一般化ハースト指数は一定ではなく、マルチフラクタルの性質を示すことが確認された。この結果は先行研究とは違う結果となっている。

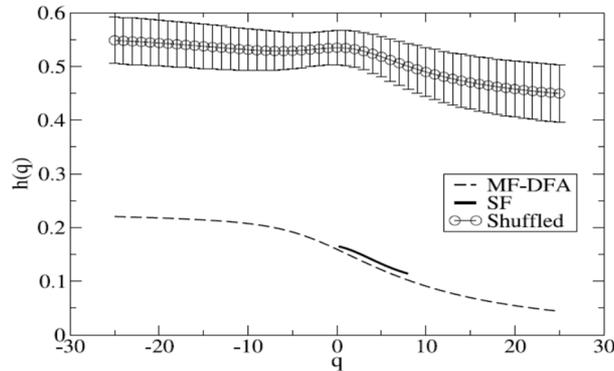


図 6：一般化ハースト指数 $h(q)$

(5) 収益率時系列における非対称性ボラティリティ [5]

株価時系列では、株価が上がった日より株価が下がった日の次の日のボラティリティが上がるとする非対称性が知られている。このことを、Leverage 効果と呼ぶことがある。ビットコイン価格についてボラティリティの変動を調べた先行研究はいくつかあるが、Leverage 効果と逆の効果（株価が上がった日の次の日のボラティリティが大きくなる）が現れるという結果や Leverage 効果がないという結果の報告などがあり、ビットコインの Leverage 効果についてはまだよくわかっていない。本研究では、非対称 GARCH モデルを利用して、ボラティリティの非対称性の時間変動を調べた。図 7 の γ はボラティリティの非対称性を表すパラメータの時間変動を表している。 γ が負のとき Leverage 効果があることに対応する。図 7 から、2015 年以前と 2016 年～2018 年の間は γ が負となっており、Leverage 効果があることが分かる。一方、2015 年～2016 年は γ が正となっており、また 2019 年以降は γ が小さくなってほとんどゼロとなっている。これらのことから、ボラティリティの非対称性の性質は時間変動しており、調べるデータ区間によって結果が違ってくることが結論付けられる。よって、これまでの先行研究で結果が違っていたのは、研究ごとに使用されているデータ区間が違っていたことによると考えられる。

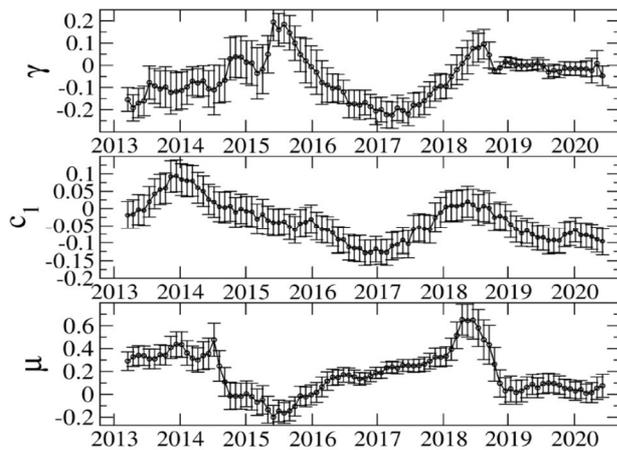


図 7：非対称性パラメータの時間変動

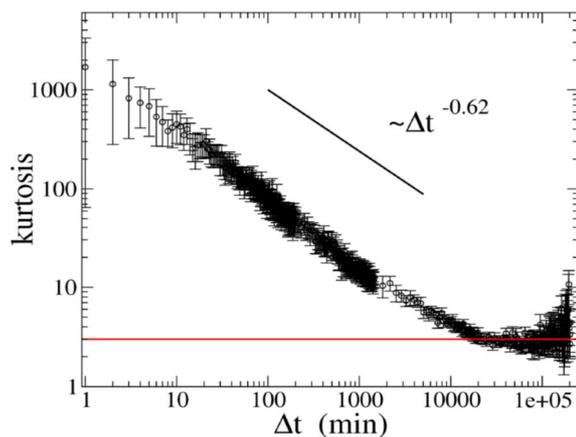


図 8：尖度とサンプリング間隔 t

図 8 は収益率のサンプリング間隔 t ごとに収益率の尖度を表したものである。 t が小さいときは大きな尖度となっている。これは、収益率分布形がガウス分布よりも裾野の厚いファットテイルになっていることと対応している。 t が大きくなるとガウス分布に近づくことが期待されるが、図 8 はその様子を示しており、またガウス分布への近づき方がべき的になっていることを表している。 t が 2000min=約 2 週間になると、尖度がガウス分布の 3 となっている。従って、 t が 2 週間以上の大きさになると、収益率分布がガウス分布になると期待される。

図 9 は尖度と非対称パラメータの関係を表した図である。 γ が負のとき尖度は大きくなっている。一方、 γ がゼロに近いときは尖度が小さくなり、ガウス分布の尖度 3 により近くなっている。これらの結果は、ボラティリティに非対称性があるときは、尖度が大きく収益率分布がより裾野の厚いファットテイルとなっていることを示している。

図 10 は尖度とハースト指数 $h(2)$ の関係を表している。ハースト指数が 0.5 以下の反持続性の

場合、総じて尖度は大きくなっているが、ハースト指数が0.5もしくは0.5以上の場合は小さくなっている。ハースト指数が0.5はランダムな時系列に対応することから、ランダムな時系列に近づくと、尖度が小さくよりガウス分布に近づいていることが示唆される。

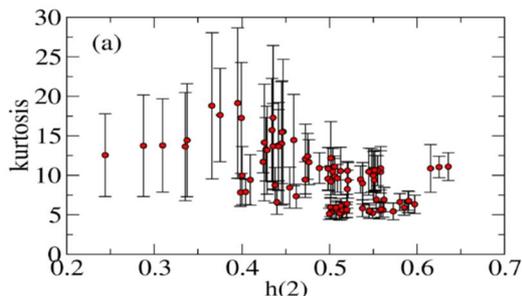


図 9：尖度と非対称性パラメータ との関係

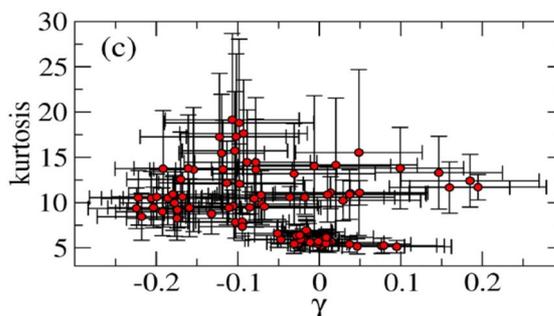


図 10：尖度とハースト指数

(6) 収益率分布のべき指数[6]

金融資産の収益率分布は裾野の厚いファットテイル分布になり、累積収益率分布のすそ野のべき指数は-3に近くなることが知られている。図11はビットコインの累積収益率分布を解析したデータ区間ごとに表したものである。裾野はべき的に振舞っておりファットテイル分布となっている。べき指数の値はデータ区間で違っており、2011年~2013年は約-2であるが、2015年~2020年は約-3となっていることが分かった。このことは、ビットコインの市場の初期では、べき指数が他の金融資産価格で観測される-3とは違っているが、2015年以降の市場では-3となっており、ビットコインの市場が成熟してきていることを示していると思われる。

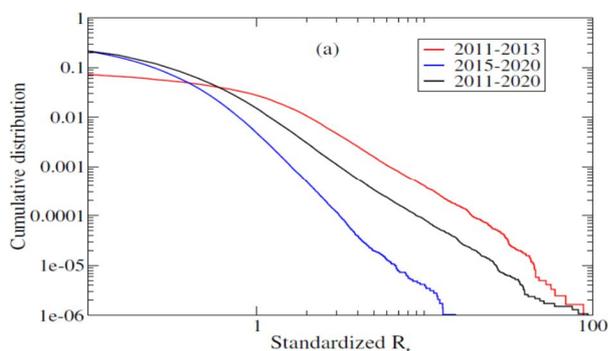


図 11：累積収益率分布

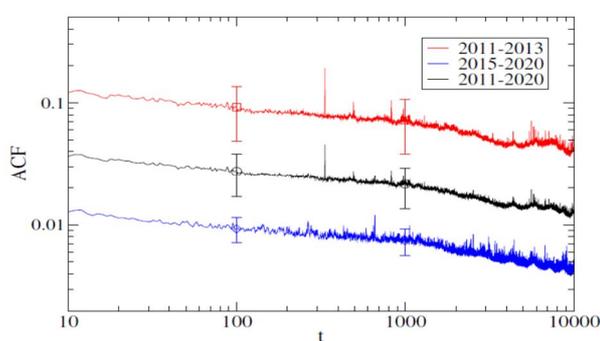


図 12：絶対値収益率時系列の自己相関

図12は絶対値収益率の自己相関を表示したものである。自己相関はべき的に振舞っており、絶対値収益率時系列には長期の相関があることを示している。他の金融資産価格も絶対値収益率時系列の自己相関はべき的になることが知られているので、ビットコインも絶対値収益率の自己相関において同じ性質を示すことが分かった。一方、 $t=1000\text{min}$ 付近で自己相関のべき指数が変化していることが観測されたが、このべき指数の変化について理由は判明していない。

参考文献

- [1] Tetsuya Takaishi, Takanori Adachi, Taylor effect in Bitcoin time series, Economics Letters 172 (2018) 5-7.
- [2] Tetsuya Takaishi, Takanori Adachi, Market Efficiency, Liquidity, and Multifractality of Bitcoin: A Dynamic Study, Asia-Pacific Financial Markets 27 (2020) 145-154.
- [3] Tetsuya Takaishi, Power-law return-volatility cross-correlations of Bitcoin, EPL, 129 (2020) 28001.
- [4] Tetsuya Takaishi, Rough volatility of Bitcoin, Finance Research Letters 32 (2020) 101379.
- [5] Tetsuya Takaishi, Time-varying properties of asymmetric volatility and multifractality in Bitcoin, PLoS ONE 16(1): (2021) e0246209.
- [6] Tetsuya Takaishi, Recent scaling properties of Bitcoin price returns, Journal of Physics: Conference Series 1730 (2021) 012124.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Takaishi Tetsuya	4. 巻 16
2. 論文標題 Time-varying properties of asymmetric volatility and multifractality in Bitcoin	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 PLOS ONE	6. 最初と最後の頁 e0246209
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1371/journal.pone.0246209	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takaishi T	4. 巻 1730
2. 論文標題 Recent scaling properties of Bitcoin price returns	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Physics: Conference Series	6. 最初と最後の頁 012124 - 012124
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1742-6596/1730/1/012124	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takaishi Tetsuya, Adachi Takanori	4. 巻 27
2. 論文標題 Market Efficiency, Liquidity, and Multifractality of Bitcoin: A Dynamic Study	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Asia-Pacific Financial Markets	6. 最初と最後の頁 145 - 154
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10690-019-09286-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takaishi Tetsuya	4. 巻 32
2. 論文標題 Rough volatility of Bitcoin	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Finance Research Letters	6. 最初と最後の頁 101379
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.frl.2019.101379	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Takaishi Tetsuya	4. 巻 129
2. 論文標題 Power-law return-volatility cross-correlations of Bitcoin	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 EPL (Europhysics Letters)	6. 最初と最後の頁 28001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1209/0295-5075/129/28001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takaishi Tetsuya	4. 巻 9
2. 論文標題 Hybrid Monte Carlo estimation of Bitcoin volatility through stochastic volatility model	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Journal of Engineering Research and Applications	6. 最初と最後の頁 54-60
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takaishi Tetsuya, Adachi Takanori	4. 巻 172
2. 論文標題 Taylor effect in Bitcoin time series	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Economics Letters	6. 最初と最後の頁 5~7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.econlet.2018.07.046	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takaishi Tetsuya	4. 巻 15
2. 論文標題 Time Evolution of Market Efficiency and Multifractality of the Japanese Stock Market	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Risk and Financial Management	6. 最初と最後の頁 31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/jrfm15010031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコイン収益率とボラティリティの相互相関におけるべき法則
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会、2020年度夏季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 実現確率的ボラティリティ変動モデルにおけるバイアスの測定
3. 学会等名 2020FIT 第19回情報科学技術フォーラム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコインボラティリティにおける非対称性
3. 学会等名 2020年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥、足立高德
2. 発表標題 ビットコイン時系列におけるマルチフラクタル相互相関
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会 第51回JAFEE大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 収益率とボラティリティ間の相互相関におけるべき乗則
3. 学会等名 2019年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコインにおける反持続性ボラティリティ
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会 第52回JAFEE大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコインボラティリティの実現確率的ボラティリティ変動モデルによるベイズ推定：ハミルトニアンモンテカルロ法によるアプローチ
3. 学会等名 情報処理学会第82回全国大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 機械学習による金融時系列モデルのパラメータ推定
3. 学会等名 人工知能学会第24回金融情報学研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコイン価格時系列の統計的性質
3. 学会等名 第21回 人工知能学会 金融情報学研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 ビットコインにおけるラフボラティリティとラフ取引高
3. 学会等名 第22回 人工知能学会 金融情報学研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高石 哲弥、 足立 高德
2. 発表標題 ビットコイン時系列におけるテイラー効果
3. 学会等名 2018年度夏季JAFEE大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高石 哲弥、足立 高德
2. 発表標題 ビットコイン価格の市場効率性と流動性
3. 学会等名 2018年度冬季JAFEE大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 マルチフラクタル解析による日本株式市場効率性の時間変動の研究
3. 学会等名 日本物理学会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高石 哲弥
2. 発表標題 日本株式市場における効率性の長期時間変動
3. 学会等名 日本金融・証券計量・工学学会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関