

令和 3 年 4 月 7 日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K02584

研究課題名(和文)記号論に基づいた数学の対象とその特徴に関する理論的・実証的研究

研究課題名(英文)Theoretical and empirical research on subjects in mathematics and their characteristics based on semiotics

研究代表者

和田 信哉 (Wada, Shinya)

鹿児島大学・法文教育学域教育学系・准教授

研究者番号：60372471

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、数学の考察対象が記号として存在していると仮定したときの数学の特徴について、理論的及び実証的に明らかにすることを目的とした。理論的には、数学における考察対象を記号として捉える視点やそれによって考察対象の存在論的様相を記述することができることなどを明らかにした。また、記号論と構成主義を相補的に検討することによって、その研究方法論も構築した。実証的には、数学者Eulerの活動をこの枠組みから記述するとともに平方根の授業も記述し、それらを対比することによって数学の授業に固有な様相の変動を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の意義は、次の点にある。(1)考察対象をどのように知なのかという認識論的側面から考察対象の本性や存在条件は何かという存在論的側面へと主眼を転換したこと。つまり、学習者が対象を創り出すのではなく対象に則って行為する、という観点から授業を見直すことができた。(2)その研究方法論として、これまで個人の認識に焦点を当てた方法論が主だったが、教室集団の考察対象の本性に焦点を当てた方法論を構築できた。(3)このような研究方法論に則り、本来ならば同じ土俵で語ることができない数学者の活動と数学の授業を対比することができ、それによって数学授業に固有な特徴を明らかにすることができた。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research was to theoretically and empirically clarify the characteristics of mathematics when the subject in mathematics is assumed to exist as a sign. Theoretically, it was clarified that the subject in mathematics can be regarded as a sign, that the ontological status of the subjects of consideration can be described by it, and so on. I also clarified the research methodology of semiotics and constructivism by examining them in a complementary manner. Empirically, we described the activities of the mathematician Euler from this framework, and also described a lesson on the introduction of square roots, and by contrasting them, we clarified the changes in the statuses unique to mathematics lessons.

研究分野：数学教育学

キーワード：記号論 構成主義 身体論 存在論 考察対象

## 1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の背景には次のようなものがあった。その当時から現在に至るまで、「主体的・対話的で深い学び」の視点からの授業改善が叫ばれている。数学教育研究では、深い理解のためには数学のよさを感じることが重要とされ(古藤, 1995), 数学のよさを感じれば自ずと主体性等も育まれと期待される。その数学のよさの一つとして「抽象性」がよく挙げられるが、それによって算数・数学学習に困難を示したり忌避したりしている児童・生徒も少なくない。しかし、近年、数学の考察対象を「知覚可能な記号」とみなす研究がある(影山・和田ら, 2016)。このような立場に立てば、数学的活動は、私たちが知覚可能な記号に働きかけることから始まるということになるので、数学の考察対象は抽象的なものとして存在しているわけではないということになる。また、数学教育研究における主要な認識論として急進的構成主義や社会・文化主義が挙げられ、これらの統合を目指す研究もあるが、それらを場面によって使い分けるといった観点でなされている(山口・中原ら, 2014)。しかし、記号論的観点からは、どちらも知覚可能なものによって認識がはじまるとみなすことができる。

このように、数学の考察対象を記号とみなせば、抽象性とは異なる特徴(よさ)が見いだされることになり、それを明らかにすることは主要な認識論の統合にもつながりうる。さらには、数学の抽象性によって困難を示す児童・生徒に対する指導への示唆を得ることにもなるので、わが国の算数・数学教育における喫緊の課題である「学習意欲の改善」にもつながりうる。以上のことから、算数・数学教育において、数学の考察対象を記号とみなす視点やそれによる理論的基盤の構築、またそのような理論に基づく研究方法論の構築及びそれに基づく実証的な研究が必要であると考えた。

## 2. 研究の目的

上記のような背景・課題意識から、本研究は、数学の考察対象が記号として存在していると仮定したときのその特徴について、理論的及び実証的に明らかにすることを目的とした。

## 3. 研究の方法

このような目的を達成するために、次の三つの研究内容を設定した。

- (1) 数学における考察対象を記号とみなしたときの理論的基盤を構築すること
- (2) そのような理論的基盤に基づいた研究方法論を構築すること
- (3) 上記の理論的基盤及び研究方法論に基づいて数学の授業を分析し、授業における考察対象の特徴を明らかにすること

数学的活動の対象を「考察対象」と捉えるならば、それは具体的な教具から抽象的な数学的对象まで幅広いものであるから、それらを網羅しうる Peirce の記号論を観点として考察対象を存在論的に捉えるための理論的基盤を構築していった。また、現在の数学教育研究は構成主義に代表されるように、学習者個人が考察対象をどのように知るようになるか、という個人の認識論的側面に注意が向いているが、本研究は、教室の学習集団にとっての考察対象の本性や存在条件という集団の存在論的側面に興味を持っている。そのため、新たな研究方法論を構築する必要があるため、構成主義の方法論と記号論を協応させた新たな研究方法論を構築した。そして、これらの理論的基盤と研究方法論に基づき、数学者の活動や数学の授業を分析し、その記述性を実証的に検証していった。

## 4. 研究成果

ここでは、上記の三点に即して研究成果を述べていく。

### (1) 数学における考察対象

算数・数学の授業における数学的活動の対象である考察対象は、具体的な教具から抽象的な数学的对象まで幅広いものである。したがって、本研究における考察対象は、数学的对象に限定せずに「知覚可能な活動の対象」にまでその範囲を拡げ、それらを記号(sign)とみなした。Peirce の記号論は、知覚可能な媒体(representamen)、それが表意する記号対象(object)、それらを結びつける解釈項(interpretant)の三つ組みから成るもので、これをふまえて図1のように考察対象を捉えることにした(和田・中川ら, 2019)。

このように、知覚可能な媒体を含む記号を考察対象とみなすと、数学的活動は記号の連続的過程(記号過程)として記述でき、認識によって得られた所産である数学的对象の存在性だけでなく、それに至るまでの考察対象の存在性を議論することが可能となる。また、Peirce の記号のクラスはその存在に着目した分類であるから、これを適用し、考察対象の在り方を10のクラスから捉えることとした。

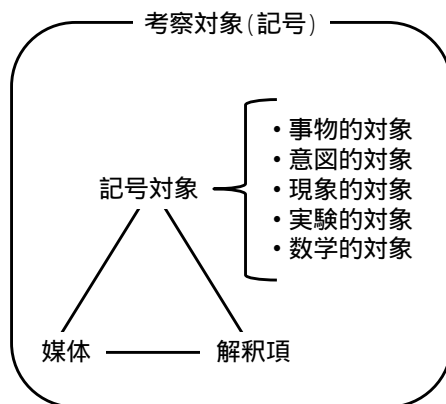


図1 考察対象の捉え方(和田・中川ら, 2019)

## (2) 研究方法論

本研究では、構成主義的研究方法論を記号論的枠組みに基づく考察対象の検討に援用できると考えた。教室における考察対象は、構成主義の考え方のように、反例が見つからない限り有効な、研究者からの仮説的提案と見なすことができる。したがって、授業における参加者間での差異を捉えるための方法論的妥当性を構成主義に求めつつも、授業における考察対象の発展を記号論的枠組みによって統一的に記述することを試みるという研究方法論を構築した。特に、この方法論は、考察対象を記号論的枠組みによって統一的に捉えているために、参加者間での差異や類似性が議論しやすいだけでなく、1つの授業内の異なる場面における差異や類似性、複数の授業の異なる場面における差異や類似性についても、比較検討することができる方法論となっている。

このような研究方法論に基づき、具体的な分析は、板書上の媒体に着目し、次のような手順を経るものである。

授業全体での記号過程に関する映像記録をいくつかのまとまりに分割する。

各まとまりの中で、授業の参加者たちの多くが注視していると考えられる媒体が何であるかを判断する。

その媒体と結びついている解釈項および記号対象が何であるかを判定する。また、その記号のクラスが、I~Xのいずれであるかを判定する。

すべてのまとまりに対して手順2~3を実施し、その結果を図表に整理することで、記号のクラスの変化の様相を記述し、これをもって、算数・数学の授業における考察対象の進化論的発展の記述とする。

そして、この手順による分析結果を対比していき、それらの異同を明らかにしていく。

## (3) Eulerの活動の分析と平方根の授業の分析

上記の理論的基盤と研究方法論に基づき、まずその記述性を検証するため、可謬主義の様相を呈するEulerの数学的活動を記号過程とみなしてそれを分析した。その結果、Eulerの活動における考察対象の存在論の様相は、個別者から普遍者へと異なる存在論的立場を越えた変化を示すとともに、事物的対象から数学的对象へと変化する様相も示した。つまり、考察対象は異なる存在論的立場の垣根を越えた変化や異なる記号対象への変化を、すなわち記号の形態だけではなく機能も含めた変化を示すことがわかった。これらの存在論的様相の一連の変化を「進化論的発展」と特徴づけた。

また本格的に無理数を学習する内容である中学校第3学年の平方根の導入の授業を分析し、上記のEulerの分析結果と対比した。本来ならば、比較対象にならない数学者の活動と数学の授業であるが、本研究が用いている記号論的分析は記号の機能に着目するものであるから、いわば授業などの構造を浮き彫りにすることができるため、比較可能となったのである。これらの対比の結果、Eulerの活動とこの授業は、大局的には記号のクラスへと向かう点で類似しているが、授業においては記号のクラスの番号が下がる変化がみられた。

数学の授業に特徴的なこの変動の他の授業への適用範囲を探るため、平方根に図的に接近した導入の授業に対し、近似法によりそれに接近した第2時の授業を分析し、それらの結果を対比した。その結果、平方根への接近の仕方が異なる授業であっても、同様な変動がみられ、その適用範囲がより広がることを示すことができた。また、第2時の授業は複数の問題を扱う構成であったため、それぞれの問題を扱う場面ごとの比較も可能であったため対比した。その結果、算数・数学の授業におけるまとめについて、凝縮化や統合化の機能があるという示唆を得ることもできた。

この特徴的な変動について、その変化を捉えることはできるがその要因を探るには記号論的

には不十分であった。ある媒体から他の媒体への変化の過程は、メタファーとしてみなすことができるので、身体論に着目して、その変化が起こる背景や仕組みを明らかにすることを試みた。その結果、生徒だけでなく教師もともになり、授業を成り立たせている媒体や概念と関わりながら次の対象をつくり出している様子が明らかとなった。さらに、知覚可能な媒体の扱っただけではなく、数学にとどまらない様々な概念のブレンドが対象を存在させる鍵になっていることが身体論的視座によって示されることが示唆された。

<引用・参考文献>

**Peirce, C. S. (1931-35, 1958). Collected papers of Charles Sanders Peirce. Harvard University Press.**

影山和也・和田信哉・岩田耕司・山田篤史・岡崎正和(2016), 数学教育における図式との相互作用による数学的思考の分析—記号論と身体化理論のネットワーク化を通じた図式の意味について—, 数学教育学研究, **22(2)**, 163-174 .

古藤怜(1995), 数学が分かるということ, 学校数学の改善, **9-42**, 東洋館 .

山口武志・中原忠男・小山正孝・岡崎正和・吉村直道・加藤久恵・脇坂郁文・沢村優治(2014), 多世界パラダイムに基づく算数授業における社会的相互作用の規範的モデルの開発研究( ) —第4学年「分数」の授業による検証—, 数学教育学研究, **20(2)**, 93-112 .

和田信哉・中川裕之・上ヶ谷友佑・影山和也・山口武志(2019), 数学における考察対象の存在論的様相—Euler による「無限解析」の記号論的分析—, 数学教育学研究, **25(2)**, 55-64 .

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 和田信哉, 上ヶ谷友佑, 中川裕之, 影山和也, 山口武志26(2)	4. 巻 26(2)
2. 論文標題 数学の授業における考察対象の存在論的様相の顕在化 Eulerの活動と数学の授業における考察対象の進化論的発展の対比を通して	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 数学教育学研究	6. 最初と最後の頁 31-43
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 和田信哉, 山本貴之	4. 巻 72
2. 論文標題 図式的推論に基づく数学授業に関する基礎的考察 記号論と身体化理論の視座から	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 鹿児島大学教育学部研究紀要 教育科学編	6. 最初と最後の頁 15-28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 和田信哉	4. 巻 8
2. 論文標題 日数教論文における空間図形の研究の動向と展望	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本数学会 春期研究大会論文集	6. 最初と最後の頁 113-120
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 上ヶ谷友佑・和田信哉・中川裕之・影山和也・山口武志	4. 巻 45
2. 論文標題 数学の授業における考察対象の存在論的様相に関する研究方法論	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本数学会 全国大会論文集	6. 最初と最後の頁 74-75
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 和田信哉・中川裕之・上ヶ谷友佑・影山和也・山口武志	4. 巻 25
2. 論文標題 数学における考察対象の存在論的様相 Eulerによる「無限解析」の記号論的分析	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学教育学研究	6. 最初と最後の頁 55-64
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 影山和也, 上ヶ谷友佑, 和田信哉, 中川裕之, 山口武志
2. 発表標題 数学の授業における考察対象の在り方 身体論的視座からみた記号のクラスの変動分析
3. 学会等名 全国数学教育学
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山本貴之, 和田信哉
2. 発表標題 数学教育における図式的推論に関する一考察 記号論と身体化理論の観点から
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 和田信哉・上ヶ谷友佑・中川裕之・影山和也・山口武志
2. 発表標題 記号論による数学における考察対象の分析 平方根の導入を通して
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 上ヶ谷友佑・和田信哉・中川裕之・影山和也・山口武志
2. 発表標題 数学の授業における考察対象の存在論的様相に関する研究方法論
3. 学会等名 日本教科教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 和田信哉・上ヶ谷友佑・影山和也・中川裕之・山口武志
2. 発表標題 数学の授業における考察対象の進化論的發展の様相 「平方根の大小関係」の授業の記号論的分析
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 和田信哉, 中川裕之, 上ヶ谷友佑, 影山和也, 山口武志
2. 発表標題 数学における考察対象の存在論的様相 オイラーによる「無限解析」の記号論的分析
3. 学会等名 全国数学教育学
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 和田信哉・影山和也・上ヶ谷友佑・中川裕之・山口武志
2. 発表標題 数学教育における活動の対象を捉える記号論的枠組み 対象の存在論的様相及びその学習への影響の明確化に向けて
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 和田信哉・岩田耕司・中川裕之
2. 発表標題 代数的推論の精緻化の試み
3. 学会等名 九州数学教育学会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計4件

1. 著者名 溝口達也編著	4. 発行年 2021年
2. 出版社 ミネルヴァ書房	5. 総ページ数 251
3. 書名 新しい算数教育の理論と実践	

1. 著者名 九州算数教育研究会	4. 発行年 2019年
2. 出版社 日本教育研究センター	5. 総ページ数 160
3. 書名 新訂 算数科教育の研究と実践	

1. 著者名 新算数教育研究会	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 212
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第2学年	



1. 著者名 新算数教育研究会	4. 発行年 2019年
2. 出版社 東洋館出版社	5. 総ページ数 206
3. 書名 改訂新版 講座 算数授業の新展開 第4学年	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	山口 武志  (YAMAGUCHI Takeshi)  (60239895)	鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授   (17701)	
研究分担者	影山 和也  (KAGEYAMA Kazuya)  (60432283)	広島大学・人間社会科学研究科(教)・准教授   (15401)	
研究分担者	中川 裕之  (NAKAGAWA Hiroyuki)  (00450156)	大分大学・教育学部・准教授   (17501)	
研究分担者	上ヶ谷 友佑  (UEGATANI Yusuke)  (80813071)	広島大学・附属福山中学校・教諭   (15401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------