

令和 3 年 5 月 3 日現在

機関番号：35416

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K02630

研究課題名(和文) 幼小の接続期における数概念の育成を目的とした学習活動の開発

研究課題名(英文) A study of learning environments for forming number concepts in early mathematics education

研究代表者

宮脇 真一 (Miyawaki, Shinichi)

広島都市学園大学・子ども教育学部・講師(移行)

研究者番号：50803342

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は就学前と小学校低学年の算数を対象に幼小の接続を図った数概念形成のための学習活動の開発を行うものである。

研究の成果は3点ある。1点目はこの時期における数概念形成に関する先行研究を整理し、理論的枠組を構築したことである。2点目は、ドイツの数学教育学者Wittmann.E.Chが主宰するプロジェクトmathe2000が提唱した就学前教育のためのテキスト『Das kleine Zahlenbuch』の翻訳及び分析を行い学習活動の構想・開発を行ったことである。3点目は、開発した学習活動をもとに、就学前の幼児及び小学校第1学年の児童を対象に実践し、成果と課題を整理したことである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

平成29年3月に改訂された学習指導要領においては、学校段階間の円滑な接続が「その他の重要事項」の中で指摘された。この学校段階間の円滑な接続について、幼稚園と小学校の段階では、教育振興基本計画の見直しやスタートカリキュラムの作成、指導者の研修など様々な取組がなされているが、「数概念形成」という数学的な内容からの取組は十分とは言えない状況にある。本研究で子どもの数概念形成を意図した学習活動を開発することは、学校現場における幼小の学校段階間の円滑な接続に向けた取り組みに貢献できるものと言える。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to develop learning activities for forming number concepts on the connection period between preschool and elementary school education. There are three results of the study. Firstly, we organized previous research on for forming number concepts in this period and constructed a theoretical framework. Secondly, we translated and analyzed "Das kleine Zahlenbuch," a textbook for preschool education, and actually planned and developed learning activities. This textbook was proposed by the project mathe2000 led by Wittmann E. Ch. Thirdly, we practiced them based on the developed learning activities, on preschool children and first grade elementary school student, and organized the results and issues.

研究分野：教科教育学

キーワード：数概念形成 学習活動 理論的枠組 実証的研究

様式 C-19、F-19-1、Z-19（共通）

1. 研究開始当初の背景

本研究は、就学前と小学校低学年の算数を対象に、幼小の接続を図った数概念形成のための学習活動の開発を試みるものである。平成29年3月の学習指導要領改訂においては、学校段階間の円滑な接続が「その他の重要事項」の中で指摘された。この学校段階間の円滑な接続について、幼稚園と小学校の段階では、教育振興基本計画の見直しやスタートカリキュラムの作成、指導者の研修など様々な取組がなされているが、「数概念形成」という数学的な内容からの取組は十分とは言えない状況にある。本研究で子どもの数概念形成を意図した学習活動を開発することは、学校現場における幼小の学校段階間の円滑な接続に向けた取り組みに貢献できるものとなる。

2. 研究の目的

本研究の目的は次の3点である。

- (1) 就学前教育と小学校教育の接続についての先行研究と昨今の教育現場の現状から、数概念形成という数学的な視座と児童の「気づき」という視座から幼小の接続期における数概念形成のための理論的枠組を構築する。
- (2) 幼稚園の年長児と小学校第1学年の児童を対象とした、数概念形成を意図した学習活動について、(1)で構築した理論的枠組との関連を精査しながら構想・開発を試みる。
- (3) (2)で構想・開発した学習活動について、幼稚園、小学校において実証的研究を行い、その成果と課題をもとに幼小の接続期における数概念の育成を目的とした学習活動パッケージを提案する。

3. 研究の方法

上記3つの研究の目的を達成するために、次の点に取り組んだ。

- (1) 理論的枠組の構築に向けての取組
 - ① 就学前と小学校低学年の時期における数概念形成に関する先行研究の整理
 - ② 数概念形成に関する我が国の保育要領、幼稚園教育要領、小学校学習指導要領、小学校第1学年の教科書等の内容の整理
 - ③ 生活科の学習における「気づきの質」についての先行研究の整理
- (2) 数概念形成を意図した学習活動の構想・開発に向けた取組
 - ① ドイツの数学教育学者 Wittmann.E.Ch におけるプロジェクト mathe2000 について
 - ② 就学前教育のためのテキストブック『Das kleine Zahlenbuch』の翻訳及び分析
 - ③ 諸外国での就学前と小学校低学年の時期における数概念形成の様相
- (3) 小学校第1学年における実証的研究と成果の整理（就学前の調査は既に実施済み）
 - ① 小学校入学時点での数概念形成の実態把握問題の開発
 - ② 「The race to 10」の小学校第1学年児童での教授実験
 - ③ 「サイコロ列車」を使った第1学年児童への教授実験

4. 研究成果

(1) 理論的枠組の構築に向けての取組

① 就学前と小学校低学年の時期における数概念形成に関する先行研究の整理

まずは、学びの連続性に関する無藤(2006)及び中沢(1982)の指摘、数学教育学研究に関する山本(2012)の研究、就学前教育に関する浜野(2008, 2010)及び水原(2016)の史的考察、幼稚園の「数量・形」と小学校「算数」の接続に関する船越(2010)の研究を分析した。そして我が国の就学前教育と小学校教育の接続の問題点として、管理機関の違いからくる指導方針の不整合、研究分野としての数学教育学そのものの不安定さが、接続に段差をもたらす要因であることを指摘した。

また、海外における先行研究として、全米数学教師協議会の Standard(2000)や、Clements. D. H. (2007)による就学前の数学教育のカリキュラム開発例、数概念形成のための数学的活動についての分析を行ったオーストラリアの Kinnear(2018)の研究 などについて検討した。これらの研究からは、接続期そのものに焦点を当てたカリキュラムが構想され、数概念形成のための効果的な活動の必要性が国の内外を問わず高まっていることを確認した。

その上で、本研究における数概念形成について同定するために、さらにいくつかの先行研究を整理した。我が国最初の数学教育学の学位論文を著した平林は、J. Dewey が 1895 年に発表した『数の心理学とその算術教授法への応用』の中から、「数の基数的側面と序数的側面が統合されることにより、子どもの数概念が形成される」という考えを導出した。また、アメリカ合衆国の幼児教育学者コンスタンス・カミィは、ピアジェが「数とは子どもが物について(内省的抽象によって)作り出した2種類の関係を統合したもの」としていること、その2種類の関係とは「順序づけ」と「階層的包摂」であることを指摘している。一方、平林は、子どもが数を唱えていく様相を例にしながら、対象の「同一性」と「差異性」に同時に着目できることを、「数概念が形成された状況」であるとし、このことをピアジェの「くりこみ」と呼ばれる状況を援用して説明している。さらに、「子どもの心の中に数概念を形成しようと思えば、ものを数えさせるよりも、ものを並べたり、集めたりする活動を行わせるべき」（平林, 1982, p. 65）と主張している。

これらのことから、本研究では子どもの「基数と序数が統合された」状況を「数概念が形成された状況」と捉えることとした。

② 数概念形成に関する我が国の保育要領，幼稚園教育要領，小学校学習指導要領，小学校第1学年の教科書等の内容の整理

ここでは，就学前と小学校低学年の接続期の現状として，1948年以降の保育要領，幼稚園教育要領及び小学校学習指導要領における数に関する指導の変遷と接続に関する内容を確認した。幼稚園における数に関する指導については，1989年以降具体的な内容が一切示されておらず，「遊びを通しての指導」が前面に押し出される反面，遊びの中で目指す方向が明示されなくなっている現状を確認した。小学校においては，「ものともとの対応」「個数と順序を数で表す」「数の大小」「他の数との関連」が一貫して取り扱われていることを確認した。

また，接続に関しては，幼稚園では1989年を除く全ての幼稚園教育要領で小学校の接続に関して記述されているのに対し，小学校では1958年を最後に長きにわたり一切触れられず，2017年の改訂で配慮事項として述べられるようになったことを確認した。

次に，我が国の第1学年の教科書を数の指導に関する内容に焦点を当てて分析した。基数と序数の関係については，学習指導要領上では常に指導すべき内容として示されているにもかかわらず，教科書での序数の取り扱いは基数の概ね4分の1程度であった。また，数学的活動が重視されている今日状況の中で，物を並べる活動は物を数える活動の5分の1以下であることも確認できた。

最後に数概念形成に関する実態として，全国学力・学習状況調査における基数と序数の関連が取り扱われた問題，松尾(2013, 2014)における幼稚園と小学校の教員への調査を分析した。

全国学力・学習状況調査においては，基数と序数の関係を直接問うたわけではないが，関連する問題における子どもの典型的な誤答を分析する中で，対象となる位置である「何番目」をどのように処理するかという点で誤解が生じたために正答が導けない状況があり，基数と序数の関係についての課題の存在が確認された。また，松尾の研究からは，子どもたちは幼稚園等の活動の中で，基数と序数の関係に触れる活動を経験しているものの，活動を仕組んだ教師の側にその意識がない場合があることへの指摘を確認した。また，筆者が2018年5月に行った基数と序数の捉え方及びその統合の状況についての調査では，基数をもとに序数を考えること，また，序数をもとに基数を考えることについて正確に答えられた子どもは約半数程度であった。

③ 生活科の学習における「気づきの質」についての先行研究の整理

子どもの「気づき」の発達という視座を初等数学教育に援用するにあたっては，朝倉(2008)と中山(2014a, 2014b)の考えを参考にした。朝倉は子どもの「気づき」の変化を「気づきの拡大」と「気づきの深化」の2つの軸で捉えようとしている。また中山は，生活科の授業実践を支える理論的枠組として，「気づき，論理の質の高まりを捉える基準・指標」を作成し，「事実を明確に捉える：レベル1」「事実と事実を関係付ける：レベル2」「共通する見方・考え方でつなぐ：レベル3」を提示した。

これらの知見は，子どもの学びという視座から「気づき」を捉えたものであり，生活科の学びを超えて数学教育にも援用できる考え方であると判断した。

以上述べてきたことをもとに，数概念形成のための理論的枠組として表1を構築した。

表1 数概念形成のための理論的枠組

	基数(Cardinal)	序数(Ordinal)	統合(Integrate)
1	C_1 : 対象を基数としてとらえている	O_1 : 対象を序数としてとらえている	/
2	C_2 : 複数の基数の大小関係をとらえている	O_2 : 複数の序数の順序の関係をとらえている	
3	C_3 : 全体と部分の基数の関係をとらえている	O_3 : 全体と部分の序数の関係をとらえている	I_3 : I_2 の双方の見方で関係をとらえている

(2) 数概念形成を意図した学習活動の構想・開発に向けた取組

① ドイツの数学教育学者 Wittmann.E.Ch におけるプロジェクト mathe2000 について

本研究における学習環境開発にあたっては，ドイツの数学教育学者 Wittmann.E.Ch らが主宰する数学教育の研究団体「プロジェクト mathe2000」の理念及び理念を実現するための方法論を援用した。

まずは，「プロジェクト mathe2000」設立の理念や，背景となる数学観について，サイモン(2003), Wittmann(1981), 國本・山本(2004)及び國本(2003)をもとに整理した。「プロジェクト mathe2000」の指導方針は，「子どもが自ら教材に働きかけ，他者と関わり合うことを通して，自らの数学的な知識及び技能，数学的な考え方などを高めていくこと」という教育観に基づくものである。この教育観は，現在我が国で求められている教育観と合致する考え方である。

また，Wittmann が「研究」と「開発」を課題とする科学的研究を数学教育学と規定し，その根底に「デザイン科学」という科学観を理念的枠組として置いていることや，デザインの対象とした人工物である「本質的学習環境」(Substantial Learning Environments)の要件は，「目的」「環境」「構造」であることを，山本(2012)をもとに明らかにした。この知見は，本研究での学習活動開発において，十分に援用できるものであることが確認できた。

② 就学前教育のためのテキストブック『Das kleine Zahlenbuch』の翻訳及び分析

「プロジェクト mathe2000」では、就学前教育のためのテキストブックとして『Das kleine Zahlenbuch (以下：小さな数の本)』が刊行されている。この『小さな数の本』は本研究における学習活動の開発のモデルとなるものである。そこで、「プロジェクト mathe2000」におけるこの『小さな数の本』の位置付けについて中和の先行研究をもとに分析した。そして、掲載された一つ一つの活動の内容や配列などを解説書（ドイツ語）とともに整理し、『小さな数の本』が開発された背景にある理念や編集方針について、数概念形成という視座からの分析を試みた。その結果、『小さな数の本』に掲載された15の活動のうち、その4割にあたる6つの活動において基数的側面と序数的側面の両面から学習活動が構成されていることがわかった。日本の第1学年の算数教科書では基数的側面と序数的側面の両面から学習活動が構成されている割合は2割程度であり、顕著な違いが指摘できる。また、15の活動それぞれの紙面と教師用解説書の分析から想定される編集の意図をまとめると、「同じ活動が場面を変えて繰り返されている」「パターンを探究する活動が設定されている」「おはじきを置く、並べる活動が重視されている」「数の合成・分解が意図されている」「序数と基数が同時に取り扱われている」「子どもが自分からはたらかける仕組みがある」「教師の指示が極力抑えられている」ことを指摘することができた。

これらの分析を受け、本研究における数概念形成のための学習環境開発の視点と方向性について、松浦（2015）が確率概念の形成を意図した学習材を開発した際の条件整理の方法を援用し、「学習内容・素材」「学習方法・学習過程」「学習活動の配置」という3つの視点から整理した。その上で、それぞれの視点について、解説書に書かれたキーワードを洗い出し、実際の活動と照らし合わせながら表2の方向性を導出した。

表2 学習環境開発の視点と方向性

視点	方向性
学習内容	<ul style="list-style-type: none"> ・できるだけ基数と序数の双方が含まれる内容であること ・パターンの探究を促す内容であること ・様々な数え方ができる配列、数や形の変化がある内容であること
素材	<ul style="list-style-type: none"> ・身の回りにあるものを素材とすること ・ルールがわかりやすいゲームを素材とすること ・サイコロやおはじき、場合によっては実物などを素材とすること
学習方法	<ul style="list-style-type: none"> ・生命論的アプローチを基本とすること ・並べる、置く、観察する、話し合う活動を友達とともに行うこと ・自ら対象に働きかけ、学習内容をより広げること
学習過程	<ul style="list-style-type: none"> ・パターンの探究、発見、表現、理由づけという学習の流れを意識すること ・易から難へという流れと、全体から部分へという流れを、状況によって使い分けること
活動の配置	<ul style="list-style-type: none"> ・活動と活動の関連性やスパイラルの原理に配慮し、活動を意図的に配置すること

③ 諸外国での就学前と小学校低学年の時期における数概念形成の様相

学習活動を開発するにあたっては、「プロジェクト mathe2000」の主宰者である Wittmann との研究協議を行った。協議の中では「The race to 10」について Wittmann 自身の教授実験と筆者が日本の幼稚園で行った教授実験の結果を相互に確認し、同年齢の幼児が気づいたポイントが共通していることを確認できた。ドイツと日本では背景となる文化に相違があるものの、幼児の数概念形成においては共通した状況が見られることが確認できた。

また、英国における現地調査では、小学校低学年の児童に対する算数の授業観察を行った。訪問した学校の子どもは、共通した教科書を持っておらず教師が作成する自作の学習シートで数の学習を行っていた。問題の配列および繰り返し学習のあり方は、『小さな数の本』に見られるスパイラルの原理を用いており、英国の現場の教員もそのことを意識して指導していることが確認できた。





さらに英国では、教職を目指す学生のゼミの様子も参観した。参観した時間帯は、子どもに数をどのように指導するかということについてのグループ発表であった。各グループでは数字の記号と具体物の数を整合させるため、体を使った活動や図や絵などを用いた活動を工夫しようとする様子が見られ、ここでも背景となる文化の相違による指導方法の相違は見られなかった。

(3) 幼稚園及び小学校第1学年における実証的研究と成果の整理

① 小学校入学時点での数概念形成の実態把握問題の開発

次に示すのは、小学校入学時点で、子どもたちが基数と序数についてどのように認識しているか明らかにすることを目的として今回開発した調査問題である。開発にあたっては先述した数概念形成のための理論的枠組をもとに「対象を基数としてとらえている」「対象を序数としてとらえている」「基数を見て序数を、または序数を見て基数をとらえている」という3つの視点から子どもの実態を捉えることを意図した。その上で、入学直後という子どもの発達段階と、一人一人の反応を観察するということから、インタビュー形式で行うことを前提に問題を作成した。

表3 実態調査問題

基数をとらえているか	序数をとらえているか	基数を見て序数をとらえているか	序数を見て基数をとらえているか
			
くまモンが並んで歩いていきます。くまモンはなんびきいますか。	うさぎが並んで走っています。帽子をかぶったうさぎは、前から何番目ですか。	うさぎが並んで走っています。一番後ろのうさぎは帽子をかぶっています。うさぎは全部で7ひきいます。(スライドを隠す) 帽子をかぶったうさぎは、前から何番目ですか。	くまモンが並んで歩いていきます。一番後ろのくまモンは帽子をかぶっています。帽子をかぶったくまモンは、前から8番目です。(スライドを隠す) くまモンは全部でなんびきいますか。

② 「The race to 10」の小学校第1学年児童での教授実験

小学校での教授実験は、平成30年5月に熊本県内の小学校3校の第1学年児童160名に対して「The Race to 10」(図1)を用いて実施した。この「The race to 10」は、2人(又は2グループ)で、決められた個数のおはじきを交互に置き、先にゴールにたどり着いた方を勝ちとするものである。



図1 「The Race to 10」(Wittmann, 2002)

教授実験の分析方法は次のとおりである。

- ・調査問題(1)~(4)の正答を1点、誤答を0点として数値化する。
- ・活動の前後で達成度の差を有意水準5%で両側検定のt検定を行う。
- ・活動の前後における子どもの変容について、統計的に有意か確かめるためにマックネマー検定を行う。

まず、t検定の結果は、 $T(640)=9.33, p<.01$ であり、活動の前後の平均点の差は有意であることがわかった。

個々の問題別に見ると、調査(1)については事前調査の段階ですでにほとんどの子どもが達成状況にあったため有意差が見られなかったが、調査(2), (3), (4)については、いずれも活動の前後の平均点の差は有意であることがわかった。

次に活動前後における子どもの変容について、統計的に有意か確かめるためにマックネマー検定を行った。調査(1)については、活動前の段階で、160人中157人が正答という状況であったことから、変容は見られなかったが、(2), (3), (4)については、有意な変容が見られた。このことから、少なくとも今回実施した2つの活動に限った状況ではあるが、子どもの数概念形成において、基数と序数を統合した見方へと変容していることがわかり、開発した学習活動の有効性を示すことができた。

③ 「さいころ列車」を使った第1学年児童への教授実験

「さいころ列車」はさいころとおはじきを使って行うゲームであり、次のような手順で行う。

- ・2人組になり、先手、後手を決める。
- ・2つのさいころを振り、出た目の数の和または差を計算し、その数の場所にブロックを置く。
- ・1から12の全ての数が先に塞がった方が勝ち。



図2 「さいころ列車」

2つのさいころを用いてその目の数の和と差に目を向けることにより、児童が身につけることを期待する力は次の通りである。

- ・一つの数をほかの数の和や差としてみるなど、ほかの数と関係付けてみる。
- ・1位数と1位数との加法及びその逆の減法の計算が確実にできること。

さいころを用いて遊ぶ活動を通して身につけることができる上記の力は、本研究で育成を目指してきた基数と序数が統合された状況でもあることから、入学後間もない児童にとって適した活動であると考え、学習活動を計画した。この教授実験は令和2年度に行った。通常であれば、入学後の6月末が妥当な時期ではあるが、感染症の広がりによる2ヶ月余りの休校を余儀なくされたことから時期を変更して実施した。教授実験の実施にあたっては担任が指導を行い、観察者は児童の様子を動画で撮影した。その上で、本研究グループ3名の教員で動画を視聴しながら児童の様子を確認を行った。

今回の実践では、導入の段階で目の数の和で1から12までを表現するというルールでスタートし、1が表現できないことから差に目を向けさせ、ルールとして取り込んでいく予定であった。しかし、実際には1が2数の和で表現できないことに早い段階で気づく児童が現れた。授業者はこの段階では全ての児童がこのことを理解するには時期尚早であるとして、ルールの変更を一旦保留し、まずは加法だけでその限界を児童が感じるように授業を進めた。しかし、これはあくまで授業を終えての結果論であるが、児童にとっては新たなルールである減法を受け入れ難い状況を生んでしまっていた。特に第1時の後半は、そのことを強く感じている様子が授業の記録から窺われた。この点は児童の実態に応じて柔軟に対応する必要がある。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 宮脇真一	4. 巻 68
2. 論文標題 初等数学教育における数概念形成のための学習環境	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 熊本大学教育学部紀要	6. 最初と最後の頁 135-142
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 宮脇真一	4. 巻 37
2. 論文標題 初等数学教育における学習活動の研究開発	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 熊本大学教育実践研究	6. 最初と最後の頁 85-91
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 大林将呉・宮脇真一・山口理恵	4. 巻 38
2. 論文標題 入門期の算数学習の教材開発と授業実践	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 熊本大学教育実践研究	6. 最初と最後の頁 43-49
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 宮脇真一
2. 発表標題 初等数学教育における「生産的練習 (Produktives uben)」に関する研究
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宮脇真一
2. 発表標題 初等数学教育における計算学習のための教材開発 「サイコロ」を活用した小学校第1学年の計算学習
3. 学会等名 九州数学教育学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宮脇真一
2. 発表標題 初等数学教育における数概念形成のための学習環境に関する研究
3. 学会等名 全国数学教育学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 宮脇真一
2. 発表標題 初等数学教育における数概念形成のモデルとしての『小さな数の本』に関する研究
3. 学会等名 日本数学教育学会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	山本 信也 (Yamamoto Shinya) (20145402)	熊本大学・大学院教育学研究科・教授 (17401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------