

令和 5 年 10 月 30 日現在

機関番号：51101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K02925

研究課題名(和文)3軸ステージ・2自由度液面動的制御実験支援システムの開発

研究課題名(英文)Development for experimental support systems of 3-axis stage/2DOF liquid level dynamical control system

研究代表者

菅谷 純一 (Junichi, Sugaya)

八戸工業高等専門学校・その他部局等・客員研究員

研究者番号：30154454

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：X-Z型振り子制御システムとして「2自由度振り子制御体系的制御実験支援システム」における実機を製作し、立位制御と振り上げ制御を確認した。実機にスライディングモード方式を適用し、国内学会で発表した。

一方、トルクの不足を補うため駆動部をDCモータに変更した電流制御方式について電気学会で発表した。また、この制御を1次元から2次元に拡張して高専シンポジウムで発表した。当初の駆動部のRISCマイコンをDSPに拡充し、スライディングモード制御の複雑な計算に耐える機能に改良し、国内シンポジウムで発表した。3次元対応の振上げから立位制御までを実現するスライディングモード制御方式の理論化も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、陸海空の3次元空間全域を自由に走行可能な乗り物の実現に向けての技術開発が進んでいる。振り子系や液面系が3次元で制御可能になることはこの実現と非常に関連性があると考えられる。その状況下で、まず平面上の振り子の制御ばかりでなく、垂直方向も考慮に入れた振り子の制御などは一見ありそうであまり見かけない。適用する制御の実現にスライディングモード制御などの非線形制御をX-Z2軸振り子・動的制御システムの実に適用したことは今後の3次元空間における制御のさらなる発展と開発の一助になると思われる。

また、制御工学を学ぶ学生に対してこの実機による制御を魅力的な実験題材として提供することは重要である。

研究成果の概要(英文)：As an X-Z type pendulum control system, we made an actual machine in the "dynamical experiment support system for 2-degree-of-freedom inverted pendulum control systems" and confirmed between standing upright control and swing-up control. The sliding mode control method was applied to the actual machine, and we presented this method at a domestic academic conference.

On the other hand, in order to compensate for the lack of torque, the drive unit circuit was changed to a DC motor, and the current control method was announced at IEEJ. In addition, we extended this control from 1D(dimension) to 2D and announced it at the technical college symposium.

The original RISC microcomputer of the drive unit was expanded to DSP. The function was improved to withstand the complicated calculation of sliding mode control and was announced at a domestic symposium. We also theorized a sliding mode control method that realizes 3D-compatible from swinging up to standing upright control.

研究分野：制御工学

キーワード：X-Z型倒立振り子 立位制御 スライディングモード制御 振り上げ制御 非線形制御方式 エネルギー制御 切換超平面

### 1. 研究開始当初の背景

一般にどの分野でも教育上適切な教材は、複雑な理論の直観的な理解を助ける役割を持つ必要がある。制御工学や制御理論を学ぶ場合も同様で、特に倒立振り子はその中でもポピュラーで、大学や高専ではよく用いられている。菅谷らは、倒立振り子の制御や、その発展版である液面の制御研究に近似的振り子モデルを適用してきた。一方、液体を搬送・移動する場合、3次元的に揺れを抑える制御を考える必要が出てくる。そこで、まず3次元的に振り子の揺れを抑えることを想定した倒立振り子の制御実験装置を製作することが重要である。これまで倒立振り子に関してはバランスを取るための姿勢制御に関する理論面応用面共に多くの研究が為されている。しかし、垂直方向まで考慮した振り子の動きを垂直方向を考慮した2次元 (X-Z 軸) や3次元的に制御する研究は

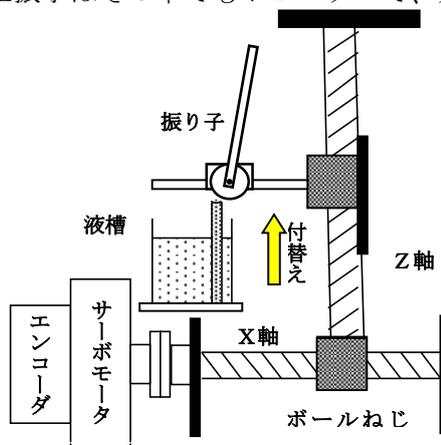


図1 X-Z 2軸2自由度液面制御装置

数少ない。Z 軸・垂直方向の移動では重力に影響を受けた制御を考慮する必要がある。液体は偏微分方程式で支配されているため非線形な性質を制御にどう取り込むかが、大きな課題となる。そこでX-Z 2軸2自由度液面・振り子動的制御実験支援システムを構築し、授業や卒業研究さらには国内外の出前授業等で制御の実際を試してもらうことで、その効果を評価するものである。

### 2. 研究の目的

- (1) ここでの目的は図1のような垂直に動く液面制御ではあるが、まず振り子を液面装置の代わりに装着し立位制御に関して、実機による制御実験をする。実機の振り子の動きからどのように操作(制御)すればよいかを、制御理論の知識が十分でなくても直感的に把握しやすい装置として製作する。はじめ倒立振り子を X 軸ボールねじに装着し、鉛直方向の Z 軸ボールねじに上下動を加えて重力の影響下における振り子の制御を実施する。このときに振上げ実験とその制御も行う。
- (2) つぎに、アドバンストな応用面として、倒立振り子や液面制振制御などの3次元・体系的制御実験支援システムを製作する。これにさらに、X 軸の代わりに平面を想定した X-Y 2軸のボールねじ盤に Z 軸を装着し、振り子の実験とその応用版である液面制御を試みる。Z 軸に働く重力の関係で、Z 軸周りでの複雑な様相を呈する運動が非線形になることから専門的にも解析は容易でないことが想定される。その意味で面白い装置であり、制御研究においても有意義である。

### 3. 研究の方法

- (1) まず、PID 制御と X-Z 型振り子制御システムを連結・一体化した図1の「X-Z 2軸振り子・液面制御実験支援システムの開発」を設計・製作し、その実験を通して立位制御や振り上げ制御結果の妥当性を確認する。立位制御に関してはそのまま PID 制御法が適用する。振り上げ制御に関してはエネルギー法やスライディングモード法などの状態に応じた非線形制御法の適用する。また、製作した2軸制御支援システムをもとに実験・出前授業等を展開し、制御効果の検証と機器使用による実験・授業評価を行う。本校のみならず東北の他高専や海外でも開発した2軸制御支援システムの使用を依頼し、同様の評価・検討を行う。なお、実機製作は電気機器の設計・製作に関

して多くのノウハウや実績を有する上町が担当する。また、モータの駆動回路については大場が担当し、菅谷は制御ソフトウェアと実機ハードウェアとの整合性をチェックする。加えて、液面制御の曖昧性を不確かな制御システムとみなした新たな非線形制御則の適用も試みる。

(2) つぎに、X-Y2軸ボールねじステージ上でのX-Y2軸2自由度振子制御付加型の実験システムの製作と制御設計を応用として完成させる。まず、倒立振子における推定制御を含んだ2自由度制御則の適用を試みる。これら振子の2自由度制御に関するノウハウを活かし、2自由度制御方式による液面制御システムの構築をする。2自由度制御はフィードフォワードが付加され、再度PID制御の基礎実験を試みる。制御用コンピュータをこのX-Y軸装置に接続した後の協調動作は大場に依頼する。最後に、鉛直方向のZ軸ボールねじまたはZ軸ベルトコンベアーに、このX-Y軸2自由度液面制御付加型振子制御システムを装着し、全体として3次元2自由度振り子制御体系的制御実験支援システムの開発を試み、設計及び製作ならびにその制御効果実験を実施する。

#### 4. 研究成果

##### (1) X-Z面上移動台車型倒立振子のモデルとその制御①

###### 1. はじめに

著者らがこれまで公開講座等の取組みで、開発等を行ってきた小中学生向けの教材を発展させ、特にX-Z軸の垂直2軸ボールねじ盤を利用した台車型倒立振子の数式モデル化とその制御について検討する。

###### 2. X-Z軸移動・倒立振子システム

ここで扱う台車型倒立振子は垂直方向z方向もDCモータ駆動で制御するものとする(図1)。また、右図は台車が動いたときの加わる力である。

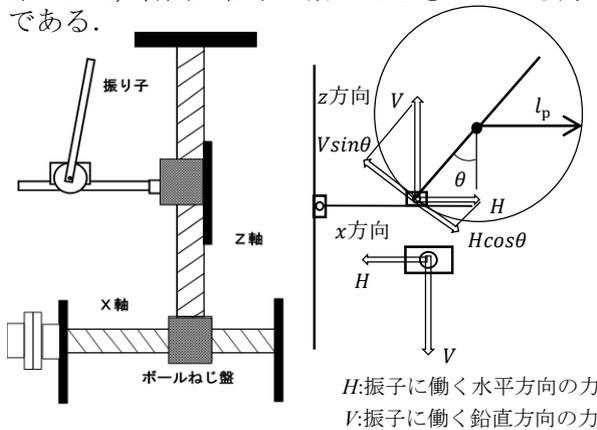


図1. 2軸ボールねじ盤上の倒立振子と加わる力

表1の諸量で示された図2のモデルによってラグランジェ法を用い、台車型倒立振子の運動方程式を導出する。なお、図1においてボールねじ盤x軸の駆動部を台車1、y軸の駆動部を台車2としている。

###### 3. 数式モデル

運動エネルギーや位置エネルギーは以下のように定義される。ラグランジェ法によって得られた運動方程式は以下のとおりである。

表1. 各諸量

$m_p$ :	振り子の重さ
$m_c$ :	台車1の重さ
$m_T$ :	全体の重さ
$l_p$ :	振り子重心までの長さ
$\theta$ :	振り子角
$f_c$ :	台車1駆動力
$f_z$ :	台車2駆動力
$J_p$ :	振り子の慣性モーメント
$\mu_p$ :	振り子の粘性摩擦係数
$\mu_c$ :	台車1の粘性摩擦係数
$\mu_z$ :	台車2の粘性摩擦係数

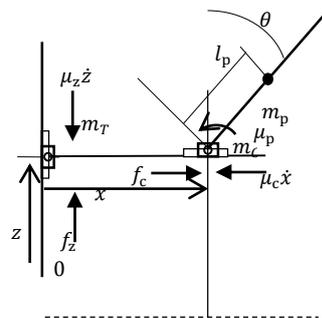


図2. X-Z台車型倒立振子モデル

$$T = \frac{1}{2} m_c \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_T \dot{z}^2 + \frac{1}{2} m_c \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m_c \dot{Y}^2 + \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 \quad (1)$$

$$U = m_p g Y + m_T g z \quad (2)$$

$$(m_p + m_c) \ddot{x} + \mu_c \dot{x} = m_p l_p \cos \theta \ddot{\theta} + m_p l_p \sin \theta \dot{\theta}^2 + f_c \quad (3)$$

$$(m_p + m_T) \ddot{z} + \mu_z \dot{z} = m_p l_p \sin \theta \ddot{\theta} + m_p l_p \cos \theta \dot{\theta}^2 + f_z - (m_p + m_T) g \quad (4)$$

なお、図1のH, Vに関するx方向移動台車とz方向移動台車の運動方程式

$$m_T \ddot{z} = f_z - \mu_z \dot{z} - V - m_T g$$

$$m_c \ddot{x} = f_c - \mu_c \dot{x} - H$$

からも上式(3), (4)は得られる。

###### 4. 制御について

状態空間表現の非線形システムにおいては振上げ制御はエネルギー法によって、立位制御は超平面で抑制するスライディングモード制御法の適用が有効であるとされる。なお、条件 $\sigma \sigma < 0$ が満たされる。

$$u(t) = -\frac{S^T f(x)}{S^T g(x)}, \quad \sigma(x) = S^T x = 0, \quad \dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (5)$$

本報告では、X-Z軸倒立振子教材開発のためにその数式モデル化と制御の検討を行った。

## (2) 2軸台車型倒立振子の製作とPID制御②

### 1. はじめに

本報告では、特に  $x$ - $z$  軸の垂直2軸ボール機構を使った台車型倒立振子を製作しその制御を検討する。

### 2. $x$ - $z$ 台車型倒立振子の制御系構成

倒立振子の水平方向への移動は  $x$  軸ボールねじ、垂直方向への移動は  $z$  軸ボールねじを用いて行われる。図1は、製作した2軸倒立振子

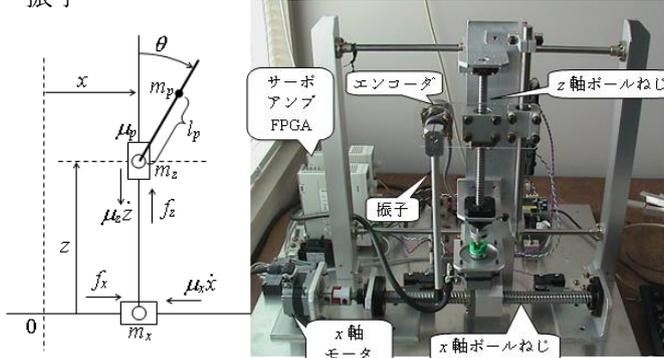


図1. 製作した2軸倒立振子制御系の構成と解析モデル

の制御系全体の構成を示している。解析モデルの基本諸量は表1である。

### 3. 2軸倒立振子の製作と振動抑制実験

解析モデルによるとたとえば、振子の運動方程式は以下のように表せる。

$$m_p l_p (\cos \alpha \ddot{x} - \sin \alpha \ddot{z}) + m_p l_p \ddot{\theta} = -\mu_p \dot{\theta} + m_p g l_p \sin \theta \quad (1)$$

$x$  軸ボールねじはモータ1で駆動され、駆動

## (3) 鉛直移動の2軸倒立振子とスライディングモード制御③

### 1. はじめに

本報告では、垂直  $z$  軸を移動する2軸倒立振子の振上げと立位を同時に行えるスライディングモード制御について検討する。またその基礎実験結果についても述べる。

### 2. 倒立振子の制御系構成

倒立振子の水平方向への移動は  $x$  軸ボールねじ、垂直方向への移動は  $z$  軸ボールねじを用いて行われる。図1は、製作した垂直2軸ボール機構を使った2軸倒立振子および振子の運動方程式を決めるための解析モデルである。

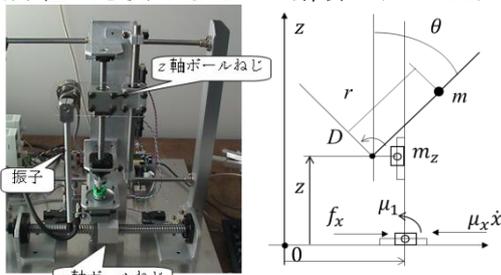


図1. 2軸倒立振子制御系と解析モデル

振子の運動方程式は、台車の変位を  $x$  とすると

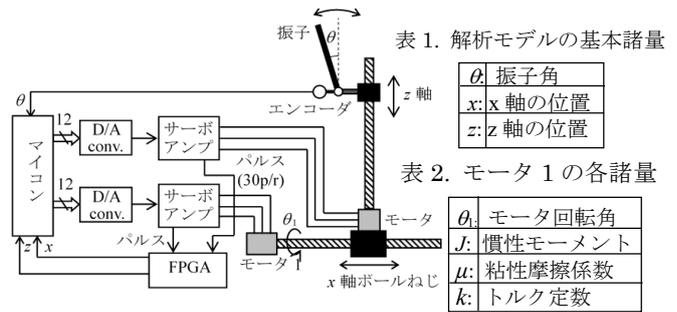


図2. 製作した  $x$ - $z$  台車型倒立振子

方程式は以下の式になる(表2).

$$J \ddot{\theta}_1 = -\mu \dot{\theta}_1 + kv + \tau \quad (2)$$

制御  $v$  が負荷トルク  $\tau$  による  $x$  軸の台車を移動させ、振子の振動を抑制する。振子角  $\theta$  をフィードバックし、目標値である下垂位置に収束するようにPID制御を施した制御結果が図3である。実線が制御ありで点線が制御なしの応答  $\theta$  と速度指令  $V_{ref}$  を表す。

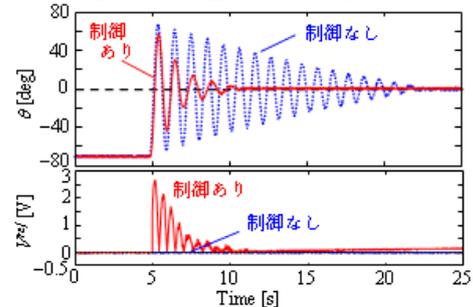


図3. サーボ系に対するPID制御結果

PID 制御による下垂の振動抑制実験から立位制御の現実可能性は確認された。

$$(M + m + \alpha^2 I) \ddot{x} + mr \cos \theta \ddot{\theta} + C \dot{x} - mr \sin \theta \dot{\theta}^2 = \alpha K i_{\max} u \quad (1)$$

$$J \ddot{\theta} + mr \cos \theta \ddot{x} + D \dot{\theta} - mgr \sin \theta = 0, \quad J = mr^2 \quad (2)$$

となる。図1と上記数式における各諸量は表1に示すとおりである。

表1. 各諸量

$m$ : 振子の重さ	$M$ : 台車全体の重さ
$r$ : 振子重心までの長さ	$K$ : モータのトルク定数
$\alpha$ : 台車1移動モータ回転角	$I$ : 駆動系の慣性モーメント
$J$ : 振子の慣性モーメント	$D$ : 振子の粘性摩擦係数
$C$ : 駆動系の粘性摩擦係数	$i_{\max}$ : モータへの最大入力電流
$\mu$ : モータ1の粘性摩擦係数	

### 3. スライディングモード制御

状態空間表現の非線形システムにおいて振上げと立位を同時に行うスライディングモード制御法の適用が有効であるとされる[1]。この制御は、制御入力をスイッチングによって状態を超平面上に拘束する制御手法である。超平面が  $s=0$  と定義されるとき、非線形システム  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}$  に関するスライディングモード制御は次式のように得られる。

$$u = -\alpha_p (|u_{eq}| + \epsilon) \frac{\gamma \cdot s}{|\gamma \cdot s| + \mu}, \quad i = i_{\max} u \quad (3)$$

ここで、 $u_{eq} = -\mathbf{Gf}(\mathbf{x})/\boldsymbol{\gamma}$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{GB}(\mathbf{x})$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} a, & |\cos \frac{\theta}{2}|, & \frac{\omega_n}{2g}, & \frac{1}{\omega_n} \end{bmatrix}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{mgr}{J}}$$

超平面  $s$  はエネルギー保存則\*から次のように得られる。

$$s = ax + \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \operatorname{sgn} |\sin \theta| + \frac{\omega_n}{2g} \dot{x} + \frac{1}{\omega_n} \dot{\theta} \quad (4)$$

#### 4. 基礎実験

PID 制御を施した制御結果が図 2 である。右が制御ありで左が制御なしの応答  $\theta$  と速度指令  $V_{ref}$  を表す。

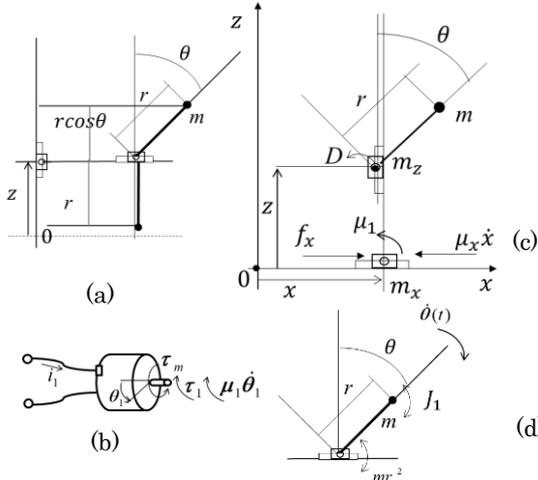
(4) DSP による鉛直移動型倒立振子の制御について④

##### 1. はじめに

本報告では、RISC マイコンを DSP に変更して振上げをエネルギー制御、立位を非線形スライディングモード制御の適用による振子制御の実現を検討する。

##### 2. 倒立振子解析モデルとモータ駆動

倒立振子の水平方向への移動は  $x$  軸ボールねじ、垂直方向への移動は  $z$  軸ボールねじを用いて行われる。図 1(a)の倒立振子解析モデルである。台車と振子の運動方程式は、次式となる。



$$(M + m + \alpha^2 I) \ddot{x} + mr \cos \theta \ddot{\theta} + C \dot{x} - mr \sin \theta \dot{\theta}^2 = \alpha K i_{max} u \quad (1)$$

$$J \ddot{\theta} + mr \cos \theta \ddot{x} + D \dot{\theta} - mgr \sin \theta = 0 \quad (2)$$

図 1 における各諸量は表 1 のとおりである。

表 1. 各諸量

$m$ : 振子の重さ	$M$ : 台車全体の重さ
$r$ : 振子重心までの長さ	$K$ : モータのトルク定数
$\alpha$ : 台車 1 移動に必要なモータ回転角	$I$ : 駆動系の慣性モーメント
$J$ : 振子の慣性モーメント	$D$ : 振子の粘性摩擦係数
$C$ : 駆動系の粘性摩擦係数	$i_{max}$ : モータへの最大入力電流
$\mu_1$ : モータ 1 の粘性摩擦係数	$\mu_x$ : 台車 1 の粘性摩擦係数

台車を駆動する図 1(b)の DC モータのトル

#### <引用文献>

- ① 菅谷 純一、大場 譲、上町 俊幸、2019 年度電気関係学会東北支部連合大会、2019、2B03
- ② 菅谷 純一、大場 譲、上町 俊幸、2020 年度電気関係学会東北支部連合大会、2020、G05
- ③ 菅谷 純一、大場 譲、上町 俊幸、第 26 回高専シンポジウムオンライン、2021、EDU-17
- ④ 菅谷 純一、大場 譲、上町 俊幸、第 27 回高専シンポジウムオンライン、2022、A-22

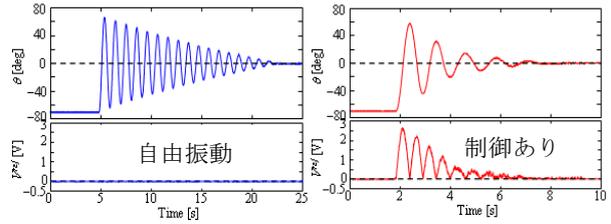


図 2. サーボ系に対する PID 制御結果

基礎実験である下垂の振動抑制実験から立位制御の現実可能性は確認された

クモデルは  $J_1 \ddot{\theta}_1 = -\mu_1 \dot{\theta}_1 + \tau_m + \tau_1$  (3) となる。(3)式で  $\tau_m = k_i i$  とおけば電流制御を  $\tau_m = k_v v$  とおけば電圧制御となる。電圧制御ではモータの指令電圧  $v$  によって台車の運動方程式(1)と(3)式から次式の制御方程式が求められる。

$$\ddot{x} = -a_x \dot{x} + b_x v \quad (4)$$

##### 3. エネルギー制御

倒立振子システムにおいて振子の振上げにはエネルギー制御の適用が有効である。この制御は、図 1 (c) 振子の位置エネルギーと図 1 (d) 運動エネルギーによる次式の力学的エネルギーを考察することで求められる。

$$E(t) = mr^2 \dot{\theta}^2(t) + mgr(1 + \cos \theta(t)) \quad (5)$$

ここで指令電圧を以下のように選べば

$$v(t) = \frac{1}{b_x} \{a_x \dot{x}(t) - K_1 \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)\}, K_1 > 0 \quad (6)$$

$\dot{E}(t) > 0$  となり、振子の振上げを可能にする。一方、状態を超平面上( $s=0$ )に拘束するスライディングモード制御は次式である。

$$u = -\alpha_p (|u_{eq}| + \epsilon) \frac{\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{s}}{|\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{s}| + \mu}, i = i_{max} u \quad (7)$$

と表される。超平面  $s$  はエネルギー保存則から次式のように得られる。

図 1. 倒立振子の解析モデルなど

$$s = ax + \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \operatorname{sgn} |\sin \theta| + \frac{\omega_n}{2g} \dot{x} + \frac{1}{\omega_n} \dot{\theta} \quad (8)$$

これらは以下の図 2 の DSP モータ制御系によって電流制御として駆動される。

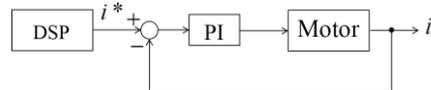


図 2. DSP によるモータ制御系

鉛直移動型倒立振子に対して振上げ制御としてエネルギー制御を提案し、モータ駆動部を DSP に変更した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 菅谷純一・上町俊幸・大場譲
2. 発表標題 DSPによる鉛直移動型倒立振子の制御について
3. 学会等名 第27回高専シンポジウムオンライン
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 菅谷純一, 大場 譲, 上町俊幸
2. 発表標題 鉛直移動の2軸倒立振子とスライディングモード制御
3. 学会等名 第26回高専シンポジウムオンライン
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 菅谷純一, 大場 譲, 上町俊幸
2. 発表標題 2軸台車型倒立振子の製作とPID制御
3. 学会等名 電気関係学会東北支部連合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 菅谷純一, 大場 譲, 上町俊幸
2. 発表標題 X-Z面上移動台車型倒立振子のモデルとその制御
3. 学会等名 電気関係学会東北支部連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菅谷純一, 大場 謙, 上町俊幸
2. 発表標題 鉛直移動を考慮した2軸台車型倒立振りモデルと制御の検討
3. 学会等名 電気・情報関係学会北陸支部連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菅谷 純一・大場 謙(仙台高専)・上町 俊幸(石川高専)
2. 発表標題 高専生向け慣性ロータ型倒立振子を用いた制御教材の開発
3. 学会等名 第24回高専シンポジウム in Oyama, i1
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菅谷 純一, 大場 謙(仙台高専), 上町 俊幸(石川高専)
2. 発表標題 慣性ロータ型倒立振子を用いた高専生のための制御工学の教育教材の開発
3. 学会等名 平成30年度電気関係学会北陸支部連合大会H-20
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菅谷純一, 大場 謙(仙台高専), 上町俊幸(石川高専)
2. 発表標題 教育向け・慣性ロータ型倒立振子とブランコ型倒立振子設計
3. 学会等名 平成30年度電気関係学会東北支部連合大会1H05
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kuniaki YAJIMA, Yoshihiro TAKEICHI, Akihiro NITTA, Noppadol Maneerat, Junichi SUGAYA, Jun SATO
2. 発表標題 Proposal of Global PBL Education for Engineers using Sequence Learning Kit
3. 学会等名 The 4th ICEAST2018 Conference, p88-p92 (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	上町 俊幸 (Kanmachi Tosiyuki)  (50280334)	石川工業高等専門学校・電気工学科・教授  (53301)	
研究分担者	大場 譲 (Ooba Yuzuru)  (80455104)	仙台高等専門学校・総合工学科・准教授  (51303)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------