

令和 4 年 9 月 5 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K03295

研究課題名(和文) トーリック多様体上の正則写像のなす空間のホモトピー型と関連する幾何学の研究

研究課題名(英文) Homotopy types of spaces of rational curves on a toric manifold and related geometry

研究代表者

山口 耕平 (YAMAGUCHI, Kohhei)

電気通信大学・大学院情報理工学研究所・名誉教授

研究者番号：00175655

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)： $X, Y$  が複素多様体(または実代数多様体)とすると、 $X$ から $Y$ への正則写像のなす空間を $\text{Hol}(X, Y)$  (または、多項式で表現される代数的写像のなす空間を $\text{Alg}(X, Y)$ )とする。このとき、 $X$ から $Y$ への連続写像のなす(無限次元)写像空間  $\text{Map}(X, Y)$  を、有限次元空間 $\text{Hol}(X, Y)$  (または、 $\text{Alg}(X, Y)$ )でどの程度の次元までそのホモトピー型を近似できる問題(Atiyah-Jones-Segal型予想)を考える。本研究では、主に、 $X$ がリーマン球面(または、1次元球面)で $Y$ がトーリック多様体の場合を取り扱う。さらに、終結式に関連した類似の空間についても考察した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

無限次元写像空間 $\text{Map}(X, Y)$ のホモトピー型の研究は、ゲージ理論等の数理論理とも密接に関連して重要な基本問題である。しかしこの空間は無限次元の巨大な空間であり取り扱いが厄介である。そこで、この空間を取り扱いやすい適当な有限次元部分空間(たとえば、 $\text{Hol}(X, Y)$ や $\text{Alg}(X, Y)$ )でどの次元までそのホモトピー型を近似できるかを調べることは極めて自然であり、興味の持たれる問題である。本研究の成果は、数理論理への応用の観点からも重要で社会的意義があり、さらに学術的意義もあると思われる。

研究成果の概要(英文)：For complex manifolds  $X$  and  $Y$  (resp. real algebraic varieties  $X$  and  $Y$ ), let  $\text{Hol}(X, Y)$  (resp.  $\text{Alg}(X, Y)$ ) denote the space of all holomorphic maps (resp. regular maps) from  $X$  to  $Y$ . When we denote by  $\text{Map}(X, Y)$  the space of continuous maps from  $X$  to  $Y$ , we consider what dimension the finite dimensional subspace  $\text{Hol}(X, Y)$  (resp.  $\text{Alg}(X, Y)$ ) approximates the homotopy type of the infinite dimensional space  $\text{Map}(X, Y)$ . This problem is usually called the Atiyah-Jones-Segal conjecture. In this research we mainly consider the case for the Riemann surface  $X$  (resp. 1 dimensional sphere) and a toric variety  $Y$ . We also investigate the analogues problem for several related spaces defined from the resultants.

研究分野：幾何学(トポロジー)

キーワード：ホモトピー型 トーリック多様体 終結式 ホモトピー群 ホモロジー群 正則写像 例外的手術 ベクトル束

## 1. 研究開始当初の背景

位相空間  $X, Y$  に対して,  $X$  から  $Y$  への連続写像  $f: X \rightarrow Y$  全体のなす写像空間  $\text{Map}(X, Y)$  は, 一般には無限次元位相空間であり巨大である. 数理物理学や純粋数学では, この無限次元空間  $\text{Map}(X, Y)$  の位相を調べることはとても重要であるにもかかわらずこの巨大さのためにそれを調べるのはとても困難を伴う. さらに, そのホモトピー型を調べることですら, 一般にはとても困難である.

そこで, 位相空間  $X, Y$  として, 複素多様体 (complex manifold) または, 実代数的多様体 (real algebraic variety) に制限して考えることとする. この場合には, 無限次元空間  $\text{Map}(X, Y)$  には, これより十分小さな次のような有限次元の部分空間が含まれている. 例えば,  $X, Y$  が複素多様体の場合には,  $X$  から  $Y$  への正則写像 (holomorphic map) 全体のなす部分空間  $\text{Hol}(X, Y)$  が含まれる. 同様に,  $X, Y$  が実代数的多様体の場合は,  $X$  から  $Y$  への (多項式で表現される) 代数的写像 (regular map) 全体のなす部分空間  $\text{Alg}(X, Y)$  が含まれる. この場合に, 2つの包含写像

$$i: \text{Hol}(X, Y) \xrightarrow{\subset} \text{Map}(X, Y), \quad j: \text{Alg}(X, Y) \xrightarrow{\subset} \text{Map}(X, Y)$$

を考えると, 包含写像  $i$  または  $j$  によって, どの程度 (どの次元) まで  $\text{Map}(X, Y)$  のホモトピー型が近似できるかを調べることは重要である. このような問題は, Atiyah-Jones-Segal 型予想問題と呼ばれている.

たとえば,  $X$  がコンパクトリーマン面 (複素 1 次元多様体) で,  $Y$  が十分対称性の高い複素多様体の場合は, この問題は, 数理物理学上のシグマモデルとも密接に関連してとても重要である. とくに, 本研究では, とくに  $Y$  がトーリック多様体の場合に考察することを目標とした.

さらに, Gromov の提唱した H-原理 (homotopy principle) ともこの問題は密接に関連している. また, 以前 (1999 年頃), 研究代表者は, 研究分担者の Guest 教授と共同研究者の Kozłowski 教授 (Warsaw 大学, ポーランド) との共同研究で, 終結式に関連する Arnold の結果の類似の結果を証明したことがある. この結果は, Gromov の H-原理 (homotopy principle) とも関連すると共に, 最近, B. Farb 教授 (Chicago 大学, USA) 達の研究によってある種の終結式 (resultant) のなす空間に密接に関連していることもわかってきた. そのため, 上記の Atiyah-Jones-Segal 型予想問題を考察すると共に, Farb の結果の一般化を考察することはきわめて有益であると思われる. 以上が, 本研究の研究開始当初の背景にある事実である.

## 2. 研究目的

以下,  $X, Y$  を複素多様体 または,  $X, Y$  は実代数多様体とする. とくに, 基本的な場合として, 本研究では,  $X = \mathbb{RP}^1$  (1 次元実射影空間) または  $X = \mathbb{CP}^1$  (1 次元複素射影空間, つまり リーマン球面  $S^2$ ) の場合を取り扱うこととする.

(1)  $X = \mathbb{RP}^1$  のときには, 実代数多様体  $Y$  に対して自然な包含写像  $j: \text{Alg}(\mathbb{RP}^1, Y) \rightarrow \text{Map}(\mathbb{RP}^1, Y) = L(Y)$  を考えると,  $L(Y)$  は free loop space で, 写像  $j$  はホモトピー同値であることが証明される. 代数的写像全体の空間  $\text{Alg}(\mathbb{RP}^1, Y)$  は多項式の総次数から自然な filtration が入るので Vassiliev 型 spectral sequence が構成できる. これを利用して, Atiyah-Jones-Segal 型予想が成り立つかを調べるのが可能となり, 今まで多数の写像空間のホモトピー型の研究に有効であった. 今回は,  $Y$  がトーリック多様体のときに詳しく調べた.

(2)  $X = \mathbb{CP}^1$  のとき,  $Y$  を複素多様体として自然な包含写像  $i: \text{Hol}(\mathbb{CP}^1, Y) \rightarrow \text{Map}(\mathbb{CP}^1, Y)$  を考える. このとき, 同様にして, 写像  $i$  に対して, Atiyah-Jones-Segal 型予想が成り立つかを調べるのが第 2 の主要目的である. とくに,  $Y$  がトーリック多様体の場合には, Segal の顕微鏡写像 (scanning map) を利用できることがわかり, そのホモトピー型の解析に有効であることが期待できる.

(3) 最近, B. Farb-J. Wolfson 達の研究によって,  $Y$  が適当な条件を満たす non-singular トーリック多様体  $Y$  のときには,  $\text{Hol}(\mathbb{CP}^1, Y)$  に関連する,  $Y$  に対応する扇 (fan)  $\Sigma$  から定まる resultant (一

一般化された集結式)の空間  $\text{Poly}(\Sigma)$  を考えると, この空間に対して, (2)の結果の一般化が成立することが予見される. この問題を考えることが, 本研究の第3の目的である.

### 3. 研究方法

この研究課題の主要部分は, 代数的トポロジー (algebraic topology) に属する. しかし, 問題となる空間 (図形)  $X$  や  $Y$  は, 代数幾何学のカテゴリーに属するため, 普通のトポロジーの道具は使いにくい欠点がある. そこで, 本研究では主に, 実特異点論ではよく知られた (Arnold によって導入された) simplicial resolution から導入される Vassiliev 型 spectral sequence を用いて対象となる空間のホモロジー群の計算を行う手法が本研究の基礎になる. さらに, 部分空間  $\text{Alg}(\mathbb{R}P^m, Y)$  や  $\text{Hol}(\mathbb{C}P^m, Y)$  は, 整数  $m$  が小さいときは, ラベル付き配置空間 (labelled configuration space) と密接に関連するので, G. Segal によって開発された顕微鏡写像 (scanning map) も利用して上記問題 (1), (2), (3) を考察する事も, 第2の研究方法である.

なお上記の Atiyah-Jones-Segal 予想に関する問題は, ラベル付き配置空間や代数幾何学と密接に関連するため, 各研究分担者には以下の協力をお願いした.

代数的写像の空間  $\text{Alg}(X, Y)$  の位相は, ラベル付き配置空間の位相と密接に関連するので, 島川教授にはそのサポートを最初の1年間だけお願いした. また, 正則写像の空間  $\text{Hol}(X, Y)$  の位相の関連と  $Y$  がトーリック多様体の場合には, 代数幾何学の専門家の大野教授には, 色々と代数幾何学について教えていただいた. とくに, トーリック多様体に関する基本知識や知見については, 同氏にも色々と助けていただいた. さらに, Atiyah-Jones-Segal 予想問題はもともと, モース理論が関連するので, geometric topology の専門家の山田教授には, その方面で色々とサポートしてもらった. 最後に, モース理論に関連して, 無限次元モース理論と調和写像の幾何学については, 調和写像の専門家の Guest 教授にサポートをしてもらった.

### 4. 研究成果

研究代表者と各研究分担者の研究成果を箇条書きで述べる.

- 研究代表者は, 写像空間に関する Atiyah-Jones-Segal 型予想問題と関連する話題について研究してきた. 主な成果は以下の通りである.

(1) 以前,  $X$  と  $Y$  が実代数的多様体のとき, 多項式で表現される  $X$  から  $Y$  への代数的写像 (正則写像) のなす空間  $\text{Alg}(X, Y)$  が, 対応する連続写像全体のなす無限次元写像空間  $\text{Map}(X, Y)$  をどの程度の次元までそのホモトピー型を近似するかを研究する過程で,  $X$  が  $m$  次元実射影空間  $\mathbb{R}P^m$  で,  $Y$  が非特異なコンパクトであるトーリック多様体  $Y$  の場合にこの近似次元を,  $Y$  の扇 (fan)  $\Sigma$  の組合せ構造から具体的に決定することに成功した. これに関連して,  $X$  が複素1次元射影空間  $\mathbb{C}P^1$  で,  $Y$  が非特異トーリック多様体の時に, 扇 (fan)  $\Sigma$  がある種の条件を満たせば,  $Y$  がコンパクトでない場合にも, 有限次元空間  $\text{Hol}(\mathbb{C}P^1, Y)$  が, 無限次元空間  $\text{Map}(\mathbb{C}P^1, Y)$  のホモトピー型を十分近似できることおよびどの程度 (どの次元まで) まで近似できるかを解析できた.

(2) 最近 B.Farb-J.Wolfson 達によって, 体  $\mathbb{F}$  上のある終結式 (resultant) に関連して定義されるある種の affine variety  $\text{Poly}_n^{d,m}(\mathbb{F})$  の数論的研究が行われ, とくに, 彼らは,  $\mathbb{F}$  が有限体  $\mathbb{F} = \mathbb{F}_q$  の場合に行われた. これを,  $\mathbb{F} = \mathbb{C}$  の場合に, 2017年に A. Kozłowski 教授 (Warsaw 大学) との共同研究で, 最近精密化することに成功した. 実は, この成功の過程で, B.Farb-J.Wolfson 達が定義した  $\text{Poly}_n^{d,m}(\mathbb{F})$  は, より一般の場合に拡張できることにこの共同研究で明らかになった. 実は, この一般化となる彼らの定義した空間は, トーリック多様体の扇 (fan)  $\Sigma$  から定まるある種の affine variety であり, B.Farb-J.Wolfson 達が定義した  $\text{Poly}_n^{d,m}(\mathbb{F})$  は, 複素射影空間  $\mathbb{C}P^n$  の場合に対応する事もわかった. この空間に対しても, Atiyah-Jones-Segal 型の結果が成り立つことが証明できた.

(3) B.Farb-J.Wolfson 達によって, 体  $\mathbb{F}$  上のある終結式 (resultant) に関連して定義されるある種の affine variety  $\text{Poly}_n^{d,m}(\mathbb{F})$  の実類似の空間  $Q_n^{d,m}(\mathbb{F})$  のホモトピー型の研究を,  $\mathbb{F} = \mathbb{R}$  または,  $\mathbb{F} = \mathbb{C}$  の時に行なった. この空間は,  $n = 1$  の場合には, 以前に Arnold や Vassiliev によって, 実特異点論に関連する重要な基本的空間でありその一般化は有用と思われる. とくに, この空間のホモトピー型を完全に決定することができた.

- 4次元多様体の研究分担者の研究成果は以下の通りである.

(1) Martell-Petronio-Roukema の「最小ねじれ4成分絡みめ」の定理を判定条件として利用す

ることにより, Mazur link などの 4 次元多様体に多く現れるいくつかの 2 成分絡み目に沿う整数係数の例外的デーネ手術 (Dehn surgery) の分布を考察した. また, 例外的デーネ手術のうちレンズ空間手術の散発的例に関して, 古い結果の重要性をあらためて見出し, 論文を再構成して投稿した.

(2) さらに, 例外的デーネ手術としてレンズ空間を生じる結び目のうち, 散発的と呼ばれる希少種の結び目がすべてディバイド曲線表示されることを示す論文が, 査読者の助言に基づく最終段階の推敲を経て出版できた.

(3) 関連して, 例外的手術としてレンズ空間を生じる結び目の曲線表示 (divide) について, 最後に残っていた VIII 型と呼ばれる結び目族の具体的表示が, 計算機を利用した考察により当初推測した形状が正しくなかったことがわかった. また, デーネ手術の研究集会では, 自分の過去の成果を概観した上で VII 型, VIII 型の手術を一般化した現象の最近の進展についても紹介する講演を行った.

・代数幾何学担当の研究分担者の研究成果は以下の通りである.

(1) 非特異射影多様体上のネフなベクトル束の分類問題を研究した. とくに, 射影空間上の第 1 チャーン類が 3 のネフなベクトル束を分類した. その照明の過程で, 第 2 チャーン類が 9 の場合に一部謝りが見つかったため, その修正も行った.

(2) 射影平面上のファノ束の分類証明を, ネフ束との観点から見直し, 3 次元射影空間上のファノ束の分類へとつながる別証明を探索した. さらに, 複素 2 次曲面上の第 1 チャーン類が (2,2) のネフなベクトル束の分類し, その結果を論文にまとめた. また, 3 次元の複素 2 次超曲面上の第 1 チャーン類が 2 のネフなベクトル束の分類に取り組み, その分類を行なった.

・関連する幾何学の研究分担者の研究概要は以下の通りである.

(1)  $tt^*$ -Toda 方程式に関連した meromorphic bundle のモジュライ空間の symplectic 構造について継続して研究を行った. さらに, loop group を利用した  $tt^*$ -Toda 方程式に関するアプローチも継続して行った.

(2) また,  $tt^*$ -Toda 方程式の monodromy データの Lie-理論的構造についても研究した. さらに, Painleve-type の方程式についての Riemann-Hilbert 的アプローチも研究した

・微分空間の位相とラベル付き配置空間 (configuration space) の研究分担者は, 以下の研究を行なった.

(1) 微分空間の圏における写像空間や配置空間のホモトピー型を調べるための基本的な手段を与えるスムーズ・ホモトピー論について研究を進めた.

(2) また, 滑らかな多様体間の写像に関する Whitney 近似定理を, 微分空間の圏 (category) においても定義される滑らかなセル複体の写像に一般化することもわかった.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計17件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 6件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 A. Kozłowski and K. Yamaguchi	4. 巻 74
2. 論文標題 The homotopy type of spaces of real resultants with bounded multiplicity	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 (to appear) J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/79897989	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 A. Kozłowski and K. Yamaguchi	4. 巻 300
2. 論文標題 The homotopy type of the space of algebraic loops on a toric variety	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Topology Appl.	6. 最初と最後の頁 ID: 107705
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2021.107705	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 A. Kozłowski and K. Yamaguchi	4. 巻 249
2. 論文標題 The homotopy type of spaces of rational curves on a toric variety	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Topology Appl.	6. 最初と最後の頁 19-42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2018.06.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 K. Yamaguchi	4. 巻 2135
2. 論文標題 The topology of the space of rational curves on a toric variety and related problems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 63-69
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 K. Yamaguchi	4. 巻 1968
2. 論文標題 Note on the spaces of real resultants with bounded multiplicity	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 98-103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 M. A. Guest	4. 巻 16
2. 論文標題 Topological-antiological fusion and the quantum cohomology of Grassmannians	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Jpn. J. Math.	6. 最初と最後の頁 155-183
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11537-020-2036-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. A. Guest, A. R. Its and C.-S. Lin	4. 巻 374
2. 論文標題 Isomonodromy aspects of the $tt^*$ -equations of Cecotti and Vafa III: Iwasawa factorization and asymptotics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Commun. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 923-973
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-019-03559-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. A. Guest and N.-K. Ho	4. 巻 25
2. 論文標題 Kostant, Steinberg and the Stokes matrices of the $tt^*$ -Toda equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Kyungpook Math. J.	6. 最初と最後の頁 No. 50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00029-019-0494-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Ohno	4. 巻 -
2. 論文標題 Nef vector bundles on a projective space or a hyperquadric with the first Chern class small	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Rend. Circ. Mat. Palermo Series 2	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12215-021-00626-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ohno	4. 巻 20
2. 論文標題 Nef vector bundles on a quadric surface with the first Chern class (2, 1)	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Adv. Geom.	6. 最初と最後の頁 109-116
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/advgeom-2018-0039	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Ohno	4. 巻 69
2. 論文標題 Nef vector bundles on a projective space with first Chern class three	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Rend. Circ. Mat. Palermo Series 2	6. 最初と最後の頁 425-458
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12215-019-00412-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Yamada	4. 巻 60
2. 論文標題 Divide knot presentation of knots of Berge's sporadic lens space surgery	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Kyungpook Math. J.	6. 最初と最後の頁 255-277
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5666/KMJ.2020.60.2.255	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Y. Yamada	4. 巻 12
2. 論文標題 Exceptional Dehn surgeries along the Mazur link	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Gokova Geom. Topol. GGT	6. 最初と最後の頁 40-70
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 K. Shimakawa, K. Yoshida and T. Haraguchi	4. 巻 72
2. 論文標題 Homology and cohomology via enriched bifunctors	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 kyushu J. Math.	6. 最初と最後の頁 239-252
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.72.239	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. A. Guest and N-K. Ho	4. 巻 13
2. 論文標題 Polytopes, supersymmetry and integrable systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Josai Math. Monogr.	6. 最初と最後の頁 108-136
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.20566/13447777_13_109	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計13件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 山田 裕一
2. 発表標題 Instantons and Four-Manifolds 4章 CP2の錐
3. 学会等名 研究会「微分トポロジー 21 ~ インスタントンゲージ理論スクール ~」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山口耕平
2. 発表標題 Spaces of resultants related to topic varieties and related problems
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)研究集会「変換群論とその応用」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山口耕平
2. 発表標題 Spaces of algebraic loops on a toric variety and its related topics
3. 学会等名 研究集会「微分空間・トポロジーと組み合わせ構造」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Martin Guest
2. 発表標題 tt*方程式：モノドロミー保存変形(パンルヴェ理論)とDPW(調和写像理論)
3. 学会等名 第66回 幾何学シンポジウム(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大野真裕
2. 発表標題 射影空間上の第1チャーン類が3の nef なベクトル束
3. 学会等名 研究集会「都の西北代数幾何学シンポジウム2019」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山口耕平
2. 発表標題 Real analogues of spaces of resultants and its related problems
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)研究集会「変換群における幾何・代数・組み合わせ論」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山田裕一
2. 発表標題 Sporadic knots of lens space surgery
3. 学会等名 研究集会「瀬戸内結び目セミナー」 大島商船高専
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山田裕一
2. 発表標題 4次元多様体論に現れる、いくつかの2成分絡み目に沿う例外的デーモン手術の分布
3. 学会等名 研究集会「4次元トポロジーセミナー」 大阪大学大学院 理学研究科数学専攻
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山田裕一
2. 発表標題 4-dimensional light bulb theorem by Gabai II
3. 学会等名 研究集会「微分トポロジー19～4次元多様体に埋め込まれた曲面とその手術～」 立命館大学(東京キャンパス)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Yamada
2. 発表標題 Exceptional Dehn surgeries along certain two-component links related to 4-manifolds
3. 学会等名 "Four Dimensional Topology", Department of Mathematics, Osaka City University
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Ohno
2. 発表標題 Nef vector bundles on a projective space with first Chern class three
3. 学会等名 International Congress of Mathematicians, Short Communications, Rio de Janeiro
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大野真裕
2. 発表標題 射影空間上の第1チャーン類が3のネフなベクトル束について
3. 学会等名 農工大数学セミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 M. A. Guest
2. 発表標題 Quantum cohomology: is it still relevant?
3. 学会等名 2021年度日本数学会秋季総合分科会総合講演(招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

電気通信大学教員(名誉教授)情報：山口耕平  
http://kjk.office.uec.ac.jp/Profiles/4/0000339/profile.html  
早稲田大学教員情報：Martin Guest  
http://www.f.waseda.jp/martin/  
電気通信大学教員情報：山田裕一  
http://kjk.office.uec.ac.jp/Profiles/5/0000495/profile.html  
電気通信大学教員情報：大野真裕  
http://kjk.office.uec.ac.jp/Profiles/6/0000506/profile.html

## 6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	Guest Martin  (GUEST Martin)  (10295470)	早稲田大学・理工学術院・教授   (32689)	
研究分担者	山田 裕一  (YAMADA Yuichi)  (30303019)	電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授   (12612)	
研究分担者	島川 和久  (SHIMAKAWA Kazuhisa)  (70109081)	岡山大学・自然科学研究科・名誉教授   (15301)	削除：2019年3月31日
研究分担者	大野 真裕  (OHNO Masahiro)  (70277820)	電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授   (12612)	

## 7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------