

令和 6 年 6 月 10 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03301

研究課題名(和文) 曲面にあらわれる特異性の特異点論的研究

研究課題名(英文) Singularity theoretic study of surface singularities

研究代表者

佐治 健太郎 (Saji, Kentaro)

神戸大学・理学研究科・教授

研究者番号：70451432

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：平面間の写像の余階数2の特異点で一番よく現れる特異点に対して使いやすい判定法を得た。さらにこの条件の幾何学的意味も与えた。ツバメの尾の特異点曲線に沿う可展面を構成し、その可展面の特異点の性質と特別な可展面になる条件を得た。フロントルでない特異点に対して軸曲率なる新しい基本的な不変量を与えた。与えられた発散することを許す平均曲率を持つ回転面の構成法を与えた。特異点を持つ曲面の円柱との接触を測る円柱方向を定義して性質を調べた。波面のようにパラメーター表示を持たない曲面であるコースティックに対して、blow-upの手法を用いてパラメーター表示を与え、ガウス曲率が消える曲線の配置を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

平面間の写像の余階数2の特異点で一番よく現れる特異点に対して使いやすい判定法を得た。さらにこの条件の幾何学的意味も与えた。この基本的な特異点に対して使いやすい判定法が与えられたことは今後これらの特異点に対応する特異性が調べやすくなったという意味であり、非常に大きな学術的意味を持っている。ツバメの尾の特異点曲線に沿う可展面を構成、フロントルでない特異点に対して軸曲率なる新しい基本的な不変量を与えたこと、特異点を持つ曲面の円柱との接触による円柱方向の定義、与えられた発散することを許す平均曲率を持つものの構成は今後これらの特異点の研究が進むことを意味し、意義深い。

研究成果の概要(英文)：A useful criteria for sharkfin and deltoid singularities which is the rank zero singularities that appear most frequently from the plane into the plane is given. Furthermore, the geometric meaning of this condition is given. A developable surface along the singular curve of a swallowtail is constructed, and the properties of this surface, in particular singularity, conditions for cylinders and cones are given. A new fundamental invariant, the axial curvature, is given for non-frontal singularities. A method to construct for a surface of revolution with given mean curvature with diverging points is given. A cylindrical direction for singular surfaces, cuspidal edges and Whitney umbrella, which measures the contact of a surface with a cylinder, is given and its properties are investigated. For caustics, which are surfaces without parametrization is given by using the blow-up method, and the configuration of curves of vanishing Gaussian curvature is clarified.

研究分野：幾何学

キーワード：特異点 波面 フロントル 特異点の判定法 特異点の曲率

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の時点で有用な判定法のなかった重要な特異点に平面間の写像の余階数 2 の特異点で一番よく現れる sharksfin 特異点と deltoid 特異点があった。平面間の写像で余階数 2 の特異点が見られる場面がいくつか観察されており、これらの特異点を簡単に判定する方法が必要な状況であった。また、特異点の微分幾何学に関して、5/2-cuspidal edge の  $SO(3)$ -標準形が未導出であった。また、分岐集合の  $D_4$  特異点のようにパラメーター表示を持たない集合の  $SO(3)$ -標準形は全く手つかずであった。これも曲面のある変換に現れることが観察されており、こちらの  $SO(3)$ -標準形が必要な状況であった。

判定法がある特異点に関しても Lie sphere transformation、回転面、剣持型表現公式がある曲面、双対曲面など新しくこれらの特異点が見られる場合が散見されており、研究の必要があった。他にも接触構造の交差の特異点や誘導計量が退化するような点を特異点とみなすことができる状況や、カスプ辺の等長変形など判定法を用いて研究する必要のある本研究課題に属する研究が必要なものがいくつかある状況であった

### 2. 研究の目的

本研究課題の目的は大きく 2 つに分けられた。一つは微分可能写像の特異点論の整備であり、特異点の判定法を充実させることである。まずは、近年の特異点論を 2 変数の場合に特化させ、変数が少ない場合だからこそ深められる部分を深め、応用へ向けて使いやすい形に整備し、それを用いて判定法のない特異点の判定法を与えることである。二つ目は曲面の特異性に関する幾何学への応用である。曲面は特異点を有することがある。また、特異点はなくとも曲面は、ガウス曲率が零となる点、臍点などの特異性を持つ。この特異性を詳しく調べることである。特異点をもつ場合の「曲率」やガウス曲率が零となる点の分類、曲率が特別な性質を有する曲面の特異点等を一つ目の目標で述べたチューンナップされた特異点論を利用して詳しく解析することであった。

### 3. 研究の方法

特異点論の整備に関しては特異点論を 2 変数の場合に特化させ、特異点の有用な判定法を作ってそれを応用して様々な場面で現れる特異点の条件を与えることであり、微分幾何学に関しては  $SO(3)$ -標準形を導出して各係数の幾何学的意味を調べるのが主要な 2 つの研究課題に対する方法である。他にも、誘導計量が退化するような点を特異点とみなして研究する場合もその空間に即した計量を保つ外側の微分同相写像による標準形を導出して調べる。曲率が特別な性質を有する点については特異曲率・法曲率に対応する不変量を計算してその幾何学的意味を調べることが主な方法である。

### 4. 研究成果

研究計画にしたがって必要な特異点の判定法を得ることからはじめた。判定法のなかった重要な特異点に平面間の写像の余階数 2 の特異点で一番よく現れる sharksfin 特異点と deltoid 特異点があり、これらの使いやすい判定法を次のように得た。

定理 写像芽  $f : (\mathbb{R}^2, 0) \rightarrow (\mathbb{R}^2, 0)$  を  $\text{rank } df_0 = 0$  をみたすフロントルとし、 $f$  の特異点識別子を  $\Sigma$  とする。特異点識別子  $\Sigma$  は  $0$  で非退化な臨界点をもつとする。ベクトル場  $X_1, X_2$  は  $0$  で一次独立であり、 $\Sigma$  のヘッセ二次式の解とする。このとき、 $f$  が sharksfin 特異点 (deltoid 特異点) であるための必要十分条件は  $\det \text{Hess } f(0) < 0$  ( $\det \text{Hess } f(0) < 0$ ) かつ

$\det(X_1^2 f, X_1^3 f)(0)$  は  $0$  でないかつ  $\det(X_2^2 f, X_2^3 f)(0)$  は  $0$  でないである。

この条件はベクトル場をヘッセ二次式の解となっているようなものを見つけるだけで特異点の判定ができるので非常に有用である。実際、2次元の自由度を持つ平面内の運動に現れるこれらの特異点の条件式を与えられた運動の情報を用いて具体的に与えることができた。さらにこの条件の幾何学的意味も得た。カスプ辺に沿う可展面に関して等長変形で移り合うものを調べ、移り合うものが4種類あることや、カスプ辺の曲率との関係等を得た。また、以前得ていたツバメの尾の標準形を用いてツバメの尾の特異点曲線に沿う可展面を構成し、可展面の特異点がカスプ辺となる条件、ツバメの尾となる条件をもとのツバメの尾の幾何的性質によって記述した。さらに可展面が特別なもの、柱面と錐面となる必要十分条件を与えた。これらを図に描くと、ツバメの尾の特異点曲線と可展面の接触の様子がよく理解できる。曲面の特異点でカスプ辺の法曲率に対応するものは臍曲率であるが、特異曲率に対応する軸曲率を定義し、性質を調べた。これは臍曲率と違ってホイットニーの傘に対しても定義される。また、波面のようにパラメーター表示を持たない曲面であるコースティックに対して、blow-up の手法を用いてパラメーター表示を与えた。これはコースティックの母関数の P-R+-同値に対してパラメーター空間の微分同相写像を等長写像のみに制限することによって母関数の標準形を言えるようなものを作ることによった。具体的には

定理 関数  $F$  は 2変数関数  $u^3 - uv^2$  の 3パラメーター  $x = (x_1, x_2, x_3)$  の開折で、モース関数族となるようなものとする。

このとき、 $F$  は変数変換とパラメーター空間の等長写像によって任意の3以上の数  $l$  に対して  $l$  ジェットが

$$F(u, v, x) = F_0(u, v, G(x)) = \frac{u^3}{3!} - \frac{uv^2}{2} + P(x)u + Q(x)v + R(x)\frac{u^2 + v^2}{2}$$

ただし、

$$G_n(x) = \sum_{i+j+k \geq 1} \frac{g_{n,ijk}}{i!j!k!} x_1^i x_2^j x_3^k \quad (G_1 = P, G_2 = Q, G_3 = R, n = 1, 2, 3)$$

であり、 $g_{1,010} = g_{1,001} = g_{2,001} = 0, g_{1,100}, g_{2,010}, g_{3,001} > 0$  であるようなものにてできる。

を示した。この定理を用いて  $D_4^+$  特異点のコースティックに対して放物集合のジェネリックな配置を決定した。 $D_4^-$  特異点の標準形も原点から放射状に定義できない領域ができるが、与えた。カスプ辺を持つ曲面に対して以前定義した不変量を具体的に計算してその双対性や性質をさらに明らかにした。さらにこのことを参考にして誘導計量が退化する曲面に対しても退化する点の集合を特異点と思いさらにカスプ辺のような特異点と捉えることにより、カスプ辺に対して定義した不変量を導入し、その性質と大域的な関係式を得た。回転面に対して与えられた発散することを許す関数を平均曲率を持つような特異点をもつ平面曲線から得られる回転面に対して剣持型の公式を与え、特異点の条件を与えた。それが周期的になる関数の条件も与えた。回

転面とは限らない場合に対しても与えられた発散することを許す関数を平均曲率にもつ特異点付き曲面を構成した。他にも特異点をもつ曲面の幾何学を中心に研究を行い、いくつかの結果を得た。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計27件（うち査読付論文 27件 / うち国際共著 9件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Saji Kentaro, Yildirim Handan	4. 巻 179
2. 論文標題 Legendrian dual surfaces of a spacelike curve in the 3-dimensional lightcone	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Geometry and Physics	6. 最初と最後の頁 104593 ~ 104593
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.geomphys.2022.104593	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Honda Atsufumi, Naokawa Kosuke, Saji Kentaro, Umehara Masaaki, Yamada Kotaro	4. 巻 25
2. 論文標題 A generalization of Zakalyukin's lemma, and symmetries of surface singularities	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 299-324
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2022.25m	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Oset Sinha Raul, Saji Kentaro	4. 巻 74
2. 論文標題 The axial curvature for corank 1 singular surfaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 365-388
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj.20210322	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shyuichi Izumiya, Kentaro Saji, Keisuke Teramoto	4. 巻 39
2. 論文標題 Flat surfaces along swallowtails	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Kobe Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 63-80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Honda Atsufumi、Naokawa Kosuke、Saji Kentaro、Umehara Masaaki、Yamada Kotaro	4. 巻 75
2. 論文標題 Symmetries of cross caps	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 131-141
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj.20211203	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Saji Kentaro、dos Santos Samuel Paulino	4. 巻 196
2. 論文標題 Geometry of bifurcation sets of generic unfoldings of corank two functions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Monatshefte fur Mathematik	6. 最初と最後の頁 553 ~ 575
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00605-021-01607-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Saji Kentaro、Teramoto Keisuke	4. 巻 112
2. 論文標題 Behavior of principal curvatures of frontals near non-front singular points and their applications	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Geometry	6. 最初と最後の頁 25pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00022-021-00605-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Honda Atsufumi、Izumiya Shyuichi、Saji Kentaro、Teramoto Keisuke	4. 巻 45
2. 論文標題 Geometry of lightlike locus on mixed type surfaces in Lorentz-Minkowski 3-space from a contact viewpoint	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tsukuba Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 18pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.21099/tkbjm/20214501051	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hasegawa Masaru, Kabata Yutaro, Saji Kentaro	4. 巻 12
2. 論文標題 Capturing information on curves and surfaces from their projected images	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematics for Industry	6. 最初と最後の頁 2050004 ~ 2050004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S2661335220500045	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Honda Atsufumi, Naokawa Kosuke, Saji Kentaro, Umehara Masaaki, Yamada Kotaro	4. 巻 22
2. 論文標題 Duality on generalized cuspidal edges preserving singular set images and first fundamental forms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 59-91
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2020.22e	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Izumiya Shyuichi, Romero-Fuster Maria Carmen, Saji Kentaro, Takahashi Masatomo	4. 巻 22
2. 論文標題 Horo-flat surfaces along cuspidal edges in the hyperbolic space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Singularities	6. 最初と最後の頁 40-58
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2020.22d	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Honda Atsufumi, Naokawa Kosuke, Saji Kentaro, Umehara Masaaki, Yamada Kotaro	4. 巻 29
2. 論文標題 Cuspidal edges with the same first fundamental forms along a knot	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Knot Theory and Its Ramifications	6. 最初と最後の頁 2050047 ~ 2050047
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218216520500479	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Honda Atsufumi、Naokawa Kosuke、Saji Kentaro、Umehara Masaaki、Yamada Kotaro	4. 巻 121
2. 論文標題 Curved foldings with common creases and crease patterns	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 102083 ~ 102083
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aam.2020.102083	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Honda Atsufumi、Saji Kentaro、Teramoto Keisuke	4. 巻 365
2. 論文標題 Mixed type surfaces with bounded Gaussian curvature in three-dimensional Lorentzian manifolds	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 107036 ~ 107036
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2020.107036	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Martins, Luciana F.; Saji, Kentaro; Santos, Samuel P. Dos; Teramoto, Keisuke	4. 巻 91
2. 論文標題 Singular surfaces of revolution with prescribed unbounded mean curvature	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 An. Acad. Brasil. Cienc.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1590/0001-3765201920170865	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Martins, Luciana F.; Saji, Kentaro; Teramoto, Keisuke	4. 巻 13
2. 論文標題 MR4025586 Pending Martins, Luciana F.; Saji, Kentaro; Teramoto, Keisuke Singularities of a surface given by Kenmotsu-type formula in Euclidean three-space	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Sao Paulo J. Math. Sci.	6. 最初と最後の頁 663-677
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40863-019-00138-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する



1. 著者名 Honda, Atsufumi; Saji, Kentaro	4. 巻 42
2. 論文標題 Geometric invariants of 5/2-cuspidal edges.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Kodai Math. J.	6. 最初と最後の頁 496-525
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2996/kmj/1572487230	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Saji, Kentaro; Teramoto, Keisuke	4. 巻 17
2. 論文標題 Dualities of Differential Geometric Invariants on Cuspidal Edges on Flat Fronts in the Hyperbolic Space and the de Sitter Space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mediterr. J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00009-020-1474-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Honda, Atsufumi; Saji, Kentaro; Teramoto, Keisuke	4. 巻 365
2. 論文標題 Mixed type surfaces with bounded Gaussian curvature in three-dimensional Lorentzian manifolds	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Adv. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2020.107036	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Saji and A. Tsuchida	4. 巻 49
2. 論文標題 A note on singular points of bundle homomorphisms from a tangent distribution into a vector bundle of the same rank	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Rocky Mountain J. Math.	6. 最初と最後の頁 335-354
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1216/RMJ-2019-49-1-335	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 L. Martins and K. Saji	4. 巻 234
2. 論文標題 Geometry of cuspidal edges with boundary	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Topology Appl.	6. 最初と最後の頁 209-219
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2017.11.024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 A. Honda, M. Koiso and K. Saji	4. 巻 47
2. 論文標題 Fold singularities on spacelike CMC surfaces in Lorentz-Minkowski space	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Hokkaido Math. J.	6. 最初と最後の頁 245-267
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Saji	4. 巻 29
2. 論文標題 Normal form of the swallowtail and its applications	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Internat. J. Math.	6. 最初と最後の頁 17pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129167X18500465	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 R. Oset Sinha and K. Saji	4. 巻 31
2. 論文標題 On the geometry of folded cuspidal edges	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Rev. Mat. Complut.	6. 最初と最後の頁 627--650
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13163-018-0257-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Pember, W. Rossman, K. Saji and K. Teramoto	4. 巻 48
2. 論文標題 Characterizing singularities of a surface in Lie sphere geometry	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Hokkaido Math. J.	6. 最初と最後の頁 281--308
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14492/hokmj/1562810509	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kabata Yutaro, Saji Kentaro	4. 巻 63
2. 論文標題 Criteria for sharksfin and deltoid singularities from the plane into the plane and their applications	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Beitrage zur Algebra und Geometrie / Contributions to Algebra and Geometry	6. 最初と最後の頁 763 ~ 774
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13366-021-00606-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Saji Kentaro, Takahashi Masatomo	4. 巻 28
2. 論文標題 Singularities of Singular Solutions of First-Order Differential Equations of Clairaut Type	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Dynamical and Control Systems	6. 最初と最後の頁 19 ~ 41
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10883-020-09511-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 Criteria for sharksfin and deltoid singularities from the plane into the plane and their applications
3. 学会等名 位相幾何・微分幾何及びその周辺分野への特異点論の応用
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 Geometry of D4 singularities of fronts
3. 学会等名 Singularities of Differentiable Maps and Its applications
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 D_4 関数の分岐集合の幾何
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 D_4 関数の分岐集合の幾何
3. 学会等名 幾何や自然科学に現れる特異点
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 Geometric invariants of lightlike points of surfaces in 3-dimensional Lorentzian manifolds
3. 学会等名 6th International Workshop on Singularities in Generic Geometry and its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 Contact-like relation of vector fields and functions and its applications
3. 学会等名 Hyperplane arrangements and Japanese Australian workshop on Real and Complex Singularities (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 与えられた発散する平均曲率をもつ特異点付き曲面
3. 学会等名 微分幾何学・微分式系・特異点論の応用
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 S0(3) normal forms and differential geometric invariants of singular surfaces
3. 学会等名 5th edition of the International Workshop on Real and Complex Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 Singularities of wave fronts and curvatures
3. 学会等名 幾何学的視点からの形状形成 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 特異点をもつ曲面とカस्प辺との接触
3. 学会等名 日本数学会トポロジー分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐治健太郎
2. 発表標題 波面のD4特異点の幾何,
3. 学会等名 特異点論及びその周辺分野の深化と異分野への応用
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 Geometry of singular surfaces and curves 1--3
3. 学会等名 WORKSHOP on Algebraic and Analytic Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 Geometry of D4 singularities of fronts
3. 学会等名 WORKSHOP on Algebraic and Analytic Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Kentaro Saji
2. 発表標題 Geometry of central singular point of D4-plus bifurcation of fronts
3. 学会等名 International Workshop on Singularities in Geometry and applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

研究費と得られた主な成果 <a href="http://www.math.kobe-u.ac.jp/HOME/saji/math/kaken.html">http://www.math.kobe-u.ac.jp/HOME/saji/math/kaken.html</a>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計6件

国際研究集会 特異点論特別月間-1 可微分写像の特異点論とその応用	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 特異点論特別月間-2 特異点論と幾何的トポロジー	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 特異点論特別月間-3 特異点論と微分幾何学	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 特異点論特別月間-4 特異点論における分類問題とその応用	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 MSJ-SI 2022 応用特異点論の深化と展開	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 WORKSHOP on Algebraic and Analytic Singularities	開催年 2023年～2023年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------