

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 10 月 23 日現在

機関番号：24405

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03307

研究課題名(和文) 対称空間における部分多様体と調和写像論の深化と展開

研究課題名(英文) Deepening and Evolution of Theory of Submanifolds and Harmonic Maps in Symmetric Spaces

研究代表者

大仁田 義裕 (Yoshihiro, Ohnita)

大阪公立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：90183764

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、対称空間の部分多様体および調和写像の一層の研究を推進する。R空間は、有限次元ユークリッド空間の等質な等径部分多様体とその焦部分多様体を全て与える重要なコンパクト等質空間で、各R空間は全測地的なラグランジュ部分多様体としてケーラーC空間に標準的に埋め込まれる。ラグランジュ部分多様体としてのR空間の幾何学を研究、またR空間の観点から複素射影空間の第2基本形式平行な複素部分多様体の分類定理(中川・高木1976)の新たな証明など幾つもの新たな結果を得ている。極小ラグランジュ部分多様体としての等径超曲面のガウス像の幾何・トポロジーや可積分系に関わる調和写像理論の共同研究を着実に進めている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

幾何学、とくに微分幾何学の分野において、対称空間に付随して構成されるコンパクト等質空間「R-空間」が、有限次元および無限次元等径部分多様体理論においても重要な役割をしており、シンプレクティック幾何学のラグランジュ部分多様体の側面からも豊かな性質をもっていることを示すものであり、また新たな研究を示唆するものである。また、微分幾何学において重要な対象である高次元極小部分多様体と多様体の種々の幾何構造との関係について幾つもの新しい結果を与えている。今回の本研究課題の研究成果は、部分多様体論から微分幾何学の進展と今後の研究の方向性に寄与するものである。

研究成果の概要(英文)：In this project we promote further research in differential geometry of submanifolds and harmonic maps in symmetric spaces. R-spaces are important compact homogeneous spaces which provide all of homogeneous isoparametric submanifolds and their focal submanifolds in finite dimensional Euclidean spaces. Each R-space is known to be canonically embedded in a Kähler C-space as a totally geodesic Lagrangian submanifold. We studied geometry of R-spaces as Lagrangian submanifolds. And we showed several new results such as a new proof from the viewpoint of R-spaces for the classification theorem (Nakagawa-Takagi, 1979) of complex submanifolds with parallel second fundamental form in complex projective spaces. We are also steadily promoting joint works on geometry and topology of the Gauss images of isoparametric hypersurfaces and harmonic map theory related to integrable systems,

研究分野：微分幾何学

キーワード：微分幾何学 調和写像 部分多様体論 極小部分多様体 等径部分多様体 リー群 対称空間 可積分系

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

リーマン多様体の部分多様体の理論は、ユークリッド空間内の曲線や曲面の高次元への一般化であり、微分幾何学における最も基本的な主題の一つである。定曲率空間形を始めとする対称空間の部分多様体の幾何学は、ガウス、リーマン以来の長い伝統と歴史をもつ豊かで魅力的な学問分野である。部分多様体は等長変換群のリー部分群の軌道として得られるとき、等質であると呼ばれる。とくに近年、対称空間およびそれに付随した有限次元および無限次元等質空間（例えば、一般化された旗多様体や k -対称空間、無限次元グラスマン模型、ループ群・Kac-Moody 群や Kac-Moody 対称空間など）の幾何構造やそれに関わる部分多様体や調和写像の理論が著しく進歩している。現在では、等径超曲面の概念も、一般余次元及び無限次元の「等径部分多様体」に拡張・一般化されて研究されている。

対称空間の部分多様体論におけるラグランジュ部分多様体の研究は大変興味深い。コンパクト階数 1 エルミート対称空間である複素射影空間内のコンパクト等質ラグランジュ部分多様体研究では、研究代表者・大仁田と Amarzaya は、複素射影空間に埋め込まれた第 2 基本形式が平行なコンパクト極小ラグランジュ部分多様体（1980 年代初頭、内藤博夫がリー理論的に分類）に着目し、それらは全てハミルトン(強)安定であることを証明した(2003 年)。複素射影空間内のコンパクト等質極小ラグランジュ部分多様体で第 2 基本形式が平行でないものは、Bedulli-Gori(2008 年)が佐藤幹夫・木村達夫の概均質ベクトル空間理論によるコンパクト単純リー群の極小ラグランジュ軌道を分類し、豊富に存在することが知られた。複素射影空間のコンパクト等質極小ラグランジュ部分多様体の研究の興味は尽きない。本研究課題の研究対象の一つである「等径超曲面のガウス像として得られる複素 2 次超曲面に埋め込まれたコンパクト極小ラグランジュ部分多様体」に関する大仁田と Hui Ma の共同研究では、すべて等質な等径超曲面のガウス像のハミルトン安定性を完全に決定した(2009-2015 年)。等径超曲面のガウス像の最小マスロフ数に関する公式は、次のハミルトン non-displaceability の研究で本質的な役割をした。大仁田, Hui Ma (中国・清華大学教授), 入江博(茨城大学准教授), 宮岡礼子(東北大学教授)の共同研究において、等径超曲面のガウス像は、ハミルトン non-displaceability (任意のハミルトン変換で交叉するという性質)を研究した。Monotone ラグランジュ部分多様体に対するフレアーホモロジー理論およびスペクトル系列を使って、等径超曲面のガウス像のフレアーホモロジーあるいは lifted フレアーホモロジーの非自明性を示すというアプローチをとった。 $(g, m_1, m_2) = (3, 1, 1), (4, 1, k) (k \geq 1), (6, 1, 1)$ の場合(対応する等径超曲面はすべて等質)を除いて、等径超曲面のガウス像はハミルトン non-displaceable であることを証明した(2016 年)。この研究結果は、極小ラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーに関する研究協力者・入江の手法(Adv. Geom., 2017)が活かされている。

大仁田と吉田稔(2016 年度阪市大研究生 M2)の共同研究で、コンパクト対称空間上の小池の条件を満たす Hermann 作用の極小軌道(軌道が極小部分多様体)の分類を与えた(2017 年)。この研究をきっかけとして、Hermann 作用からより一般の有限次元超極的作用から無限次元群の極的表現の幾何学(Palais, Terng, Heintze, Thorbergsson らの先行研究)の研究を展開したい。

リーマン面やローレンツ面から対称空間への調和写像方程式は、スペクトル変数をもつ零曲率表示を常にもつという事実は現在よく知られている。これは、写像の調和性と空間の対称性の一つの美しい適合である。この事実により、調和写像方程式は可積分系としての扱いが可能となり、K. Uhlenbeck(JDG, 1989)は最初の重要な論文を著した。大仁田・Guest らは、ループ群作用、ゲージ理

論的方程式,モジュライ空間の構造等を研究してきた.リーマン面からの調和写像の研究を,高次元複素多様体からの多重調和写像に拡張することは興味深く,リーマン面からの調和写像を研究する際にも多重調和写像の概念は有用である.また,トーラス面から3次元標準球面への調和写像のモジュライ空間に関する N.J.Hitchin の研究(JDG 1990)に鼓舞されて,大仁田と肥田野(向井)万里子は2000年前後にリーマン面からコンパクトなリー群・対称空間への調和写像方程式をリーマン面上でゲージ理論的定式化された方程式(Yang-Mills-Higgs 方程式)の解のモジュライ空間の構造や幾何を論じた.

2. 研究の目的

本研究課題では,今までの成果を踏まえて,微分幾何における対称空間の部分多様体の幾何学および調和写像論の深化と展開を目指し,次の研究対象を核として一層の研究を行うことを目的とした:

(1) 標準球面内の等径超曲面およびそのガウス像として得られる極小ラグランジュ部分多様体の幾何学の研究(とくに Floer ホモロジーの研究).(2) 有限次元及び無限次元等質部分多様体および関連の幾何学・トポロジーの研究.(3) リーマン面から対称空間への調和写像,より一般に複素多様体からの多重調和写像,に関わる研究(調和写像の対称性とモジュライ空間の研究).

(1) 等径超曲面のガウス像(ガウス写像の像)に関する研究開始当初の結果を踏まえ,非等質な場合 OT-FKM 型等径超曲面のガウス像のハミルトン安定性問題や関連の性質の研究に取り組む.等径超曲面のガウス像のラグランジュ交叉理論の研究は大変興味深い.2個の等径超曲面のガウス像の交叉に関する議論を進めて,等径超曲面のガウス像のフレアーホモロジーの計算の問題を研究する($g=1,2$ の場合は等径超曲面のガウス像は全測地的で実形となり,研究協力者・入江らの先行研究で扱われている).残された場合もハミルトン non-displaceable であることが予想されるが,そのために,本研究課題では,等径超曲面のガウス像のフレアーホモロジーあるいは lifted フレアーホモロジーの一層の研究を行う.等径超曲面とその上の Z_g 被覆群作用の幾何・トポロジーのより深い研究により,等径超曲面のガウス像のフレアーホモロジーに関する情報が引き出すことを目指す.

(2) コンパクト対称空間上の Hermann 作用は,超極作用であり,その主軌道は等質な等径部分多様体である.まず,有限次元および無限次元等径部分多様体論において最も基本的である「R-空間」に着目して,「R-空間」に関わる部分多様体の幾何学を研究する.

(3) 無限次元グラスマン模型に基礎をおくループ群論による調和写像の可積分系構造の理論はまだ十分開拓されていない.最近では,J.C.Wood と M.Svensson ら(CMP2012)は,無限次元グラスマン模型上で有限ユニトン数をもつ調和写像の構造研究に進展を与えており,本研究課題ではそれを越える理論構築を目指す.この研究対象は,最近,海外の研究者ら(F.Pedit, S.Heller, M.Röser 等)に関心を持たれ関連研究も出て新たな刺激を受けて,本研究課題では一層の研究に取り組む.

3. 研究の方法

本研究課題全体の推進は,研究代表者・大仁田の研究活動が主体となる.研究分担者・加藤信は,本研究課題において不可欠な曲面やリーマン多様体上の幾何的解析や幾何学的な微分方程式の解析の研究を担当する.研究協力者・酒井,梶ヶ谷, Guest, 入江, 小池, 長友らと本研究課題に関する議論や打ち合わせを個々に継続的に行って効果を挙げた.

研究目的(1)に関しては,大仁田, Hui Ma, 入江, 宮岡による国際共同研究で取り組む.2019年度末からの COVID-19 禍により研究活動困難な期間は,オンライン等を利用して議論・情報交換を続けた.ラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーに関するより高度な理論研究に関して情報収集・検討を行う一方,等径超曲面のガウス像の代数トポロジー(基本群,ホモロジー,コホモロジー)を計

算する問題に取り組んでいる。

研究目的(2)に関しては、 R -空間、極作用や超極作用、有限次元および無限次元等径部分多様体論や関連する部分多様体に関しては、酒井、小池、森本、らと適時議論・情報交換を行った。とくに、可分ヒルベルト空間の固有なフレッドホルム部分多様体の微分幾何や関連の affine Kac-Moody 対称空間の研究に関しては、研究協力者・小池や研究協力者・森本真弘と議論や情報交換を行った。海外研究協力者である Young Jin Suh (韓国・慶北国立大学名誉教授、微分幾何・部分多様体)らと主導した韓国・慶北国立大学実及複素多様体研究所(RIRCM)と大阪公立大学数学研究所(OCAMI)とで毎年共催する国際ワークショップによって本研究課題の研究目的(2)を中心に推進した。

研究目的(3)の国際的な研究推進のために、Franz Pedit(米国・UMASS Amherst 教授、微分幾何・調和写像と可積分系)や研究協力者・安本真士(徳島大学講師)らと協働して、本研究課題に関わる国際研究集会やワークショップ等を積極的に実施した。とくに、大仁田が代表を務める大型研究プロジェクトである京大 RIMS 訪問滞在型研究「微分幾何と可積分系 -対称性,安定性とモジュライの数理-」(COVID-19 禍のため 2020 年度から 2021 年度へ延期), 第 13 回日本数学会季期研究所「微分幾何と可積分系」(COVID-19 禍のため 2020 年度から 2021~2022 年度へ延期)においても、本研究課題の研究目的(3)を核として推進して国内外の多くの関連研究者らと研究交流することによって国際的な研究水準の向上に努めた。

4. 研究成果

本研究課題では、微分幾何における対称空間の部分多様体および調和写像の一層の研究を推進した。リーマン対称空間の等方表現の軌道として定義される R 空間は、有限次元ユークリッド空間内の等質な等径部分多様体およびその焦部分多様体を全て与える重要なコンパクト等質空間でもあり、各 R -空間は全測地的なラグランジュ部分多様体としてケーラー- C -空間に自然に埋め込まれることが知られている。我々は、各 R -空間は、その同型類の中で、唯一のアインシュタイン・ケーラー- C -空間に標準的に埋め込まれることを示し、故に単調な閉ラグランジュ部分多様体としてその最小マスロフ数のリー理論的公式を導き、幾つかの具体的計算例を与えた。さらに、ケーラー- C -空間に自然に埋め込まれた R -空間の理論をシンプレクティック幾何学の立場(ラグランジュ部分多様体、運動量写像、ハミルトン交差性等)から見直しサーベイした。 R -空間の最小埋め込みに関する有名な竹内勝-小林昭七論文(JDG, 1969)もラグランジュ部分多様体の観点から再検討し示唆を受けて、とくに、一般にケーラー- C -空間に自然に埋め込まれた R -空間は、(Y.G. Oh の意味で)大域的にタイトなラグランジュ部分多様体であることの証明を与えた。

また、部分多様体上の接束の標準接続に関する第 2 基本形式の平行性による R 空間の微分幾何的特徴付け定理(Olmos-Sanchez Crelle J.1991)も知られている。Olmos-Sanchez の定理に基づく、複素射影空間内の第 2 基本形式平行なケーラー部分多様体分類定理(中川久雄-高木亮一 JMSJ, 1976)の新たな証明を与えた(CONM, 2022)。この別証明の本質的な点は、Hopf 束写像のもとでの複素部分多様体の逆像の上に適切な標準接続を構成した点であるが、我々が構成した標準接続が一般の佐々木多様体の $r=-1/2$ 奥村接続であることが分かり、韓国との JSPS 二国間交流セミナーのプロシーディングスに論文発表した。さらに、四元数射影空間内の全複素部分多様体もまた、大変興味深い対称空間の特殊極小部分多様体の一つのクラスであり、四元数ケーラー幾何構造を使って四元数射影空間内の全複素部分多様体から奇数次元複素射影空間内の極小ラグランジュ部分多様体等を構成することができる。塚田和美(お茶の水女子大名誉教授)によっ

て四元数射影空間内の第 2 基本形式平行な全複素部分多様体分類された(1985 年)。大仁田と Jong Taek Cho (韓国・全南大学教授), 橋本要(大和大学准教授/阪市大数研)の国際共同研究では, Hopf 束写像のもとでの全複素部分多様体の逆像の上に(Levi-Civita 接続と異なる)標準接続で, 全複素部分多様体の第 2 基本形式の平行性とその逆像の我々の標準接続に関する第 2 基本形式の平行性が同値になるようなものの構成に成功した。とくに, 第 2 基本形式平行な全複素部分多様体は, 四元数ケーラー対称空間に付随したある R-空間の Hopf 束写像による射影として得られることを Olmos-Sanchez の R 空間の微分幾何的特徴付け定理に基づいて証明することができ, さらに四元数ケーラー対称対のルート系の計算によって具体的に分類される。これは, 塚田の分類定理の幾何学的な別証を与えるものである。四元数射影空間の第 2 基本形式平行な全複素部分多様体に対応する奇数次元複素射影空間内の等質な極小ラグランジュ部分多様体は, Bedulli-Gori の分類(CAG,2008)の中にも対応物があることも観察される。現在,我々はより精密で詳細な研究に取り組んでいる(国際共著論文準備中)。

また, 森本真弘は, ヒルベルト空間の固有なフレッドホルム部分多様体からコンパクト対称空間上への平行移動写像による曲率や対称性の研究で精密かつ優れた結果を挙げており, 無限次元超極作用や無限次元等径部分多様体に関する共同研究へ発展させたいと考えている。

大仁田, Hui Ma (中国・清華大学教授), 入江博(茨城大学准教授), 宮岡礼子(東北大学名誉教授)の国際共同研究では, 標準球面の等径超曲面およびそのガウス像として複素 2 次超曲面内に埋め込まれたコンパクト極小(故に単調)ラグランジュ部分多様体に関する研究課題について議論・情報交換し共同研究を継続している。宮岡とは一連の研究内容のサーベイ論文をイタリア・フィレンツェ国際会議プロシーディングスに出版した。2019 年 6 月北京・清華大学訪問して Hui Ma 教授とは, クリフォード系から構成される OT-FKM 型等径超曲面(相異なる主曲率 $g=4$)の構造に関して今後に関わる有益な議論が出来ている。この国際共同研究は, 2019 年度末ごろから始まる COVID-19 禍の影響により海外渡航や海外招聘が不可能な状態があったため, Zoom による定期的な共同研究を開始し, 等径超曲面のガウス像の幾何・トポロジー, そしてフレアーホモロジーの構造を解明すべく, 特に基本群の決定やホモロジー群の計算, OT-FKM 型等径超曲面のガウス像の幾何学的構造に関して議論・情報交換を行い, 地道に研究を深めている。

本研究課題において最も重要な研究対象の一つである極小曲面の研究も, 着実に深まり新たな成果が生み出されている。研究分担者・加藤信は, 濱田航平(元, 大阪市立大学博士課程大学院学生)との共同研究で, 3 次元ユークリッド空間内のカテナイドエンドをもつ向き付け不可能な新たな極小曲面を構成, また, 安藤直也(熊本大学准教授), 濱田航平, 橋本要らとの共同研究で, 3 次元ミンコフスキー空間内の混合型および非混合型ゼロ平均曲率曲面に対するエンドの解析を深化させて, エンドの正則性に関する新たな成果を挙げている。

本研究課題の 2 年度目である 2019 年度末から急激に COVID-19 禍の影響を受け, 本研究課題の研究推進において重要な RIMS 訪問滞在型研究「微分幾何と可積分系 対称性と安定性・モジュライの数理」および日本数学会季期研究所(MSJ-SI2020)「微分幾何と可積分系」は, 両プロジェクトとも 2020 年度から 2021 年度へ延期され, 対面とオンライン(Zoom)によるハイブリッド形式で実施した。特に, リーマン面から対称空間への調和写像に関わる安定性問題, 可積分系手法, ループ群作用・DPW 公式, Higgs 束モジュライ等について, 大仁田は約 20-30 年前幾つかの基礎的研究を残してきたが, 今回 Fran Burstall(英国 U.Bath 教授), F.Pedit, Sebastian Heller (中国 BIMSA)らとの研究交流から, 調和写像と可積分系理論に係る最近の目覚ましい進展・進歩には感銘を受け, 本研究課題の今後の研究推進に向けた貴重な刺激と示唆を受けている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Yoshihiro Ohnita	4. 巻 777
2. 論文標題 Parallel Kähler submanifolds and R-spaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Contemporary Mathematics	6. 最初と最後の頁 163--184
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/conm/777	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yoshihiro Ohnita	4. 巻 23
2. 論文標題 Canonical connections of a Sasakian manifold and invariant submanifolds with parallel second fundamental form	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of The 23rd International Differential Geometry Workshop on Submanifolds in Homogeneous Spaces and Related Topics	6. 最初と最後の頁 31--40
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 大仁田 義裕	4. 巻 21-15
2. 論文標題 等径部分多様体に関連した部分多様体の幾何学	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 OCAMI Preprint Series	6. 最初と最後の頁 1--11
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.24544/ocu.20220328-001	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kohei Hamada and Shin Kato	4. 巻 -
2. 論文標題 Nonorientable minimal surfaces with catenoidal ends	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Annali di Matematica Pura ed Applicata	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10231-020-01048-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Reiko Miyaoka and Yoshihiro Ohnita	4. 巻 6
2. 論文標題 Lagrangian geometry of the Gauss images of isoparametric hypersurfaces in spheres	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Complex Manifolds	6. 最初と最後の頁 265-278
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/coma-2019-0013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshihiro Ohnita	4. 巻 6
2. 論文標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kähler C-spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Complex Manifolds	6. 最初と最後の頁 303-319
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/coma-2019-0016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshihiro Ohnita	4. 巻 22
2. 論文標題 Geometry of R-spaces canonically embedded in Kähler C-spaces as Lagrangian submanifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 22nd International Workshop on Differential Geometry of Submanifolds in Symmetric Spaces & Related Problems	6. 最初と最後の頁 116-132
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Naoya Ando, Kohei Hamada, Kaname Hashimoto and Shin Kato	4. 巻 74
2. 論文標題 Regularity of ends of zero mean curvature surfaces in $\mathbb{R}^{2,1}$	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 1295-1334
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/85018501	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計21件(うち招待講演 21件/うち国際学会 13件)

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Parallel Kähler submanifolds and R-spaces
3. 学会等名 The 23rd International Differential Geometry Workshop on Submanifolds in Homogeneous Spaces and Related Topics & the 19th RIRCMI-OCAMI Joint Differential Geometry Workshop (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大仁田義裕
2. 発表標題 等径部分多様体に関連した部分多様体の幾何学
3. 学会等名 第68回幾何学シンポジウム(オンライン)全体講演(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 J.-T. Cho, K. Hashimoto and Y. Ohnita
2. 発表標題 Higher dimensional generalization of the Chiang Lagrangian and totally complex submanifolds
3. 学会等名 OCAMI workshop on Submanifolds of Symmetric Spaces and their Time Evolutions (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 加藤信
2. 発表標題 平均曲率 0 曲面の双複素拡張と平面型 end の正則
3. 学会等名 第 67 回幾何学シンポジウム(オンライン)(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 Conference "Variational problems and the geometry of submanifolds" (CIRM, 27-31 May, 2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Lagrangian geometry of the Gauss images of isoparametric hypersurfaces
3. 学会等名 2019 Workshop on the Isoparametric Theory (Beijing Normal Univ., June 2-6, 2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 The 22nd International Workshop on Differential Geometry of Submanifolds in Symmetric Spaces and Related Problems (Kyungpook Natl. Univ., Jul. 31-Aug. 5, 2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大仁田 義裕
2. 発表標題 等径超曲面論入門
3. 学会等名 東京理科大学集中講義 (2019年9月23,24,26,27日,組織:小池直之教授) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大仁田 義裕
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 第5回神楽坂微分幾何学セミナー（東京理科大学 神楽坂キャンパス，2019年9月28日）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Reiko Miyaoka and Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Lagrangian geometry of the Gauss images of isoparametric hypersurfaces in spheres
3. 学会等名 The 5th Workshop on "Complex Geometry and Lie Groups"（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Geometry of Harmonic Maps and Integrable System Approach (1), (2)
3. 学会等名 Mini-Workshop on Geometry and Mathematical Science（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大仁田義裕
2. 発表標題 小池の条件を満たすHermann作用の極小軌道の分類について
3. 学会等名 部分多様体幾何とリー群作用 2018（2018年9月3日-4日）（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Lagrangian geometry of the Gauss images of isoparametric hypersurfaces
3. 学会等名 Special Session "Riemannian Geometry and related Topics", 2018 Joint Meeting of the Korean Mathematical Society and the Germany Mathematical Society (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大仁田義裕
2. 発表標題 アインシュタイン-ケーラーC-空間に標準的に埋め込まれたR-空間の最小マスロフ数
3. 学会等名 水戸幾何セミナー (2018年12月7日) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 Variational Problems in Geometry and Mathematical Physics, UK-Japan Winter School 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 Special talks organized by Professor Hui Ma (Tsinghua University) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Maslov number of R-spaces canonically embedded in Einstein-Kaehler C-spaces
3. 学会等名 The 2nd International Conference "Geometry of Submanifolds and Integrable Systems" (2019.3.22-3.26) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大仁田義裕
2. 発表標題 曲がった面を“測る”ことから始まる幾何学 「多様体」の数学
3. 学会等名 大阪公立大学の研究者の世界 第8回ACADEMIC CAFE (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 大仁田義裕
2. 発表標題 等径部分多様体に関連した部分多様体の幾何学
3. 学会等名 第3回水戸幾何小研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Minimal Submanifolds, Harmonic Maps and Isoparametric Submanifolds
3. 学会等名 13th MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems" 3rd Shot (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yoshihiro Ohnita
2. 発表標題 Geometry of Lagrangian submanifolds and isoparametric submanifolds
3. 学会等名 Mini-workshop : Global Analysis and Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Young Jin Suh, Yoshihiro Ohnita, Jiazuo Zhou, Byung Hak Kim, Hyunjin Lee (Editors)	4. 発行年 2019年
2. 出版社 Kyungpook National University (Daegu)	5. 総ページ数 278
3. 書名 Proceedings of The 22nd International Workshop on Differential Geometry and Submanifolds in Symmetric Spaces and Related Problems	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>大阪公立大学 理学研究科 数学専攻 微分幾何学 大仁田研究室HP www.sci.osaka-cu.ac.jp/~ohnita/</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	加藤 信 (Kato Shin) (10243354)	大阪公立大学・大学院理学研究科・准教授 (24405)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	安本 真士 (Yasumoto Masashi) (70770543)	徳島大学・大学院社会産業理工学研究部(理工学域)・講師 (16101)	
研究協力者	森本 真弘 (Morimoto Masahiro) (60880747)	大阪公立大学・数学研究所・特任助教 (24405)	
研究協力者	橋本 要 (Hashimoto Kaname) (10647837)	大阪公立大学・数学研究所・特別研究員 (24405)	
研究協力者	酒井 高司 (Sakai Takashi) (30381445)	東京都立大学・理学研究科・教授 (22604)	
研究協力者	梶ヶ谷 徹 (Kajigaya Toru) (20749361)	東京理科大学・理学部・助教 (32660)	
研究協力者	ゲスト マーティン (Guest Martin) (10295470)	早稲田大学・理工学術院・教授 (32689)	
研究協力者	入江 博 (Iriyeh Hiroshi) (30385489)	茨城大学・理学部・准教授 (12101)	
研究協力者	小池 直之 (Koike Naoyuki) (00281410)	東京理科大学・理学部・教授 (32660)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	長友 康行 (Nagatomo Yasuyuki) (10266075)	明治大学・理工学部・教授 (32682)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計7件

国際研究集会 RIMS Review Seminar "Symmetry and Stability in Differential Geometry of Surfaces"	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 RIMS Symposium "The 4th International Workshop Geometry of Submanifolds and Integrable Systems"	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 13th MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems" (First Shot)	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 The 18th OCAMI-RIRCM Joint Differential Geometry Workshop "Differential Geometry of Submanifolds in Symmetric Spaces and Related Problems"	開催年 2019年～2020年
国際研究集会 Mini-Workshop on Integrable Geometry and Related Topics at Tokushima	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 The 5th International Workshop Geometry of Submanifolds and Integrable Systems	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 The 3rd Shot of The 13th MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems"	開催年 2023年～2023年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
韓国	全南大学校			
中国	清華大学			