

令和 5 年 6 月 19 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03325

研究課題名(和文)作用素環論を用いた量子ウォークの研究

研究課題名(英文)Research on quantum walks from the viewpoint of operator algebra

研究代表者

酒匂 宏樹 (Sako, Hiroki)

新潟大学・自然科学系・准教授

研究者番号：70708338

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の代表者、酒匂宏樹は科学研究費補助金を用いて、量子ウォークの研究を行った。量子ウォークは量子物理学に現われる、ある種の時間発展を記述するための数学的な対象である。すでに多くの研究者が携わっているが、量子ウォークがどれほど多くの対象を扱えるのか、研究の基盤を整備する方向での活動は十分ではなかった。本研究では量子ウォークの公理的定義を与え、量子ウォークで扱える対象とそうでない対象の境界を明確にした。研究論文の執筆と口頭発表の機会を得て、研究成果を学术界に公表した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子物理学は微視的な世界の現象を扱う物理学の中心的な話題であるが、その基盤整備には数学的な対象が必要である。量子ウォークと呼ばれる数学的な対象は、ある種の物理過程の記述に必要な対象であるが、これまで量子ウォークで記述される対象がどれほど広いのかについては深い関心が寄せられていなかった。本研究はまず、量子ウォークの定義を明確にすることから始まった。続いて、どの量子ウォークが連続時間量子ウォークで実現可能なか判定する方法を与えた。二つの量子ウォークが本質的に同じであるとはどういうことかを明確にし、従来別個に研究されてきた量子ウォークのいくつかは、本質的に同一であると判明した。

研究成果の概要(英文)：Hiroki Sako, the principal investigator of this grant, executed the research project on quantum walks, making use of the Grants-in-Aid for Scientific Research 18K03325. A quantum walk is a kind of dynamical system, which is related to quantum physics. Although many researchers have already studied on the subject, no one did not know how many phenomena were related to quantum walks. In this research project, he started the research by defining the axioms of quantum walks.

He clarified what is a quantum walk and what is not. He wrote several research papers and explained the results in several conferences.

研究分野：数学

キーワード：量子ウォーク 作用素環論 収束定理 連続時間量子ウォーク Intertwiner

1. 研究開始当初の背景

量子ウォークは量子物理学におけるある種の時間発展を記述するための数学的な対象である。20世紀中盤の量子力学の研究からその萌芽が見られたが、研究が盛んになったのは2000年代からである。確率過程の研究を行っていた数学者から見ると、量子ウォークの振る舞いには新鮮なものがあり、多くの注目を集めた。

2. 研究の目的

本研究の第一の目的は量子ウォークの研究に理論的な基盤を与えることである。量子ウォークは興味深いふるまいをするため、多くの研究者の注目を集めてきた。個々の量子ウォークの特性をより詳しく探求し、さらに個性的なふるまいをする量子ウォークを発見する方向でこれまでの研究は推進されてきた。その一方でどれくらい多くの力学系が量子ウォークで記述されるのか、といった一般論の構築は遅れていた。量子ウォークで記述されないような物理学的過程も存在するはずであるが、何を量子ウォークと呼び、何を呼ばないのか、明確な理論的基盤が存在しないために、そのような問いかけはなされていなかった。明確な量子ウォークの定義を与えることに成功し、本研究ではさらなる課題に取り組めるようになった。

本研究の第二の目標は、量子ウォークの分類方法の提示である。量子ウォークは様々な存在するが、その極限分布の振る舞いから、似た振る舞いをする量子ウォークの対(ペア)が存在するように思われた。似た量子ウォークが似た極限分布になるのは当然のことである。本研究では二つの量子ウォークが似ている、さらに言えば、本質的に同一であるとはどういうことか、明確にした。これは多様に存在する種々の量子ウォークを分類するための方法を提示することにもつながる。本研究では、一次元空間一様量子ウォークを手始めに分類することにし、完全分類を目指して意欲的に探究した。

本研究の第三の目標はどの量子ウォークが連続時間量子ウォークで実現可能なのか、判定することである。現実世界の時間発展は連続的に行われると思われている。離散的な時間発展をする量子ウォークが連続時間量子ウォークで実現されるかどうかは、その時間発展が実装可能かどうかという実務的な問題とも関連するだろう。

第四の目標は、多次元空間一様量子ウォークの収束定理について、初めて論理的に整合的な証明を与えることであった。広く認識されている従来の証明には欠陥があった。

3. 研究の方法

研究代表者はこれまで関数解析学の研究に携わり、そこでの研究手法や発想が存分に生かされた。

第一の研究目的である、量子ウォークの定義については、(ヒルベルト空間、ユニタリー作用素、スペクトル測度)の三つ組みで与えた。これらのアイテムはすべて関数解析学の基本的な対象である。これらを組み合わせ得られる、自然で広範な対象を量子ウォークと呼ぶことにした。

第二の目標である「分類」は関数解析学とくに作用素環論における中心的な研究課題である。本研究で注目した一次元空間一様量子ウォークについては、まずモデル量子ウォークを構成し、他の量子ウォークはすべてモデルのどれかと同一視されるという結果を得た。この発想は作用素環論における基本的な発想とも通じる。

第三の目標は連続時間量子ウォークが、所与の離散時間量子ウォークのインタートゥワイナーであるという簡単な事実に着目することから着手された。つまり、二つの量子ウォークの間にインタートゥワイナーが存在するかどうかというより一般的な問題を取り組む帰結として結果が得られるわけである。インタートゥワイナーの存在は関数解析学で従来から注目されてきた話題であり、発想の由来はそこにある。

第四の目標である、多次元空間一様量子ウォークの収束定理についてはスペクトル分解を丁寧に見ることで、完全な証明に至ることができた。固有値関数の解析性を存分に活用することが証明のカギとなった。

4. 研究成果

上記の三研究課題のすべてにおいて、期待通りの結果が得られた。以下のものが主な成果である：

- (1) 量子ウォークの定義を与えることができた。
 - (2) 二つの量子ウォークが同一視されるとはどういうことか、数学的に明示できた。
 - (3) その結果として量子ウォークの分類手法を明示できた。
 - (4) 一次元空間一様量子ウォークについては完全分類を成功させた。
 - (5) 二つの量子ウォーク間のインタートゥワイナーとは何か明示できた。
 - (6) 一次元空間一様量子ウォークについてはインタートゥワイナーの存在の有無を判定できるようになった。インタートゥワイナーをすべて挙げることもできるようになった。
 - (7) 量子ウォークが連続時間量子ウォークで実現可能かどうか判定する方法を明示した。
 - (8) 一次元空間一様量子ウォークについては連続時間量子ウォークで実現可能か判定できるようになった。
 - (9) 多次元空間一様量子ウォークの収束定理を証明した。
- これらの成果については、学術論文を発表し、口頭発表も行った。とくに最後の項目については、

従来の研究で収束定理が証明されているという誤った認識が広がっており、その指摘から始めることを心掛けた。学术界は誤りを直していくということで健全に発展していく。論文の査読において不利な扱いを受けることもあったが、指摘を続けた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Hiroki Sako	4. 巻 20
2. 論文標題 Convergence theorems on multi-dimensional homogeneous quantum walks.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 94
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11128-021-03002-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 SAIGO Hayato, SAKO Hiroki	4. 巻 72
2. 論文標題 Space-homogeneous quantum walks on \mathbb{Z} from the viewpoint of complex analysis	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1201--1237
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/jmsj/82648264	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 西郷甲矢人, 酒匂 宏樹	4. 巻 2201
2. 論文標題 量子ウォークの一般論の構築について	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 112 -- 131
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 酒匂宏樹
2. 発表標題 量子ウォークの一般論の構築について
3. 学会等名 RIMS研究集会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroki Sako
2. 発表標題 Convergence theorems for multi-dimensional homogeneous quantum walks,
3. 学会等名 東京大学作用素環セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 酒匂宏樹
2. 発表標題 量子ウォークの定義について
3. 学会等名 信州大学数理物理学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 酒匂宏樹
2. 発表標題 量子ウォークの圏
3. 学会等名 横浜国立大学 量子ウォークセミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 酒匂宏樹
2. 発表標題 量子ウォークの分類について
3. 学会等名 2022 RIMS 共同研究 (公開型) 多次元量子ウォークの研究
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------