

令和 4 年 6 月 15 日現在

機関番号：13102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K03359

研究課題名(和文)非双曲型力学系に関する大偏差原理の研究

研究課題名(英文)Study of large deviation principle for non-hyperbolic dynamical systems

研究代表者

山本 謙一郎 (Yamamoto, Kenichiro)

長岡技術科学大学・工学研究科・准教授

研究者番号：30635181

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では非双曲型力学系に関する大偏差原理を考察し、以下の主定理を示した：位相推移的で正の位相的エントロピーを持つ区分単調区間写像に対して、周期点に重みを持つ不変測度全体がエルゴード的測度全体で稠密であるという仮定のもとで最大エントロピー測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立する。これらの結果は今までに大偏差原理の成立が示されていなかったlinear mod 1-transformationや単調区間が2つであるような区分単調区間写像に応用可能である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

力学系に関する大偏差原理の研究は約40年にわたり様々な研究者により継続的になされており、1990年頃にマルコフ型力学系に対して大偏差原理の成立が示されたが、非マルコフ型に関しては十分に研究が進んでいない状況である。本研究により今まで大偏差原理の成立が示されていなかった区分単調区間写像について大偏差原理の成立が示された。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we consider a large deviation principle for non-hyperbolic dynamical systems. In particular, we prove that a transitive piecewise monotonic map with positive topological entropy satisfies a level-2 large deviation principle with a unique measure of maximal entropy as reference under the condition that the set of periodic measures is dense in the set of ergodic measures. This has applications to a broad class of piecewise monotonic maps including linear mod 1-transformations and piecewise monotonic maps with two monotonic pieces.

研究分野：エルゴード理論

キーワード：大偏差原理 区分単調区間写像 Markov Diagram

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

平均から大きくずれた振る舞いをする点全体の測度の指数的減衰率を記述する力学系の大偏差原理は近年多くの研究者によって研究されている重要な研究対象である。

力学系は双曲型と非双曲型の2つに分類されるが、双曲型力学系に関しては1990年頃に大偏差原理の成立が示された。以降、非双曲型力学系に関する大偏差原理の研究が多くの研究者によってなされ着実に進んできているが、個別具体的な非双曲型力学系への結果のみにとどまっており、広いクラスの非双曲型力学系に適用可能な大偏差原理の研究手法は十分に開発されていない状況であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は上記の背景を踏まえて、広いクラスの非双曲型力学系に適用可能な大偏差原理の研究手法を開発することであった。特に本研究開始直前に研究代表者がスメールの馬蹄写像、DA写像、負シフトに関する大偏差原理の研究に用いた一方通行の明記性という軌道に関する条件を用いることにより、広いクラスの非双曲型力学系に対して大偏差原理の成立を示すことを目的としていた。

3. 研究の方法

本研究を開始した当初の研究の方法は以下の通りである。

[一方通行の明記性を用いた手法]

- [1] 空間を不安定多様体の次元が一定であるようないくつかの空間に分割する。
- [2] 任意個の有限軌道を不安定多様体の次元が大きい空間から順番に選んできたとき、それらが1つの点の有限軌道で同時に追跡できる(一方通行の明記性)ことを示す。
- [3] 一方通行の明記性を用いて大偏差原理の成立を示す。

本研究では、まず上記の手法が広いクラスの公理A力学系に対して適用可能であることを確認できた。一方において、例えばマニエの導来アノソフ写像のように、双曲型力学系とより異なる性質を持つ非双曲型力学系については適用することが困難であることが研究の過程において明らかになった。打開策を考える過程で非双曲型力学系のエルゴード理論的性質を調べるうえで有効なマルコフ拡大という手法を知り、それ以降はマルコフ拡大を用いた手法で大偏差原理の研究を行った。

4. 研究成果

(1) 非双曲型力学系の大偏差原理の研究を困難にする理由の一つに平衡測度(あるいは最大エントロピー測度)がギブス性と呼ばれる性質を一般には持たないことがある。研究代表者は篠田万穂氏(お茶の水女子大学)との共同研究により、正の位相的エントロピーを持つ位相推移的な区分的単調連続区間写像の最大エントロピー測度が弱い意味でのギブス性を持つことを示した。

(2) 鄭容武氏(広島大学)との共同研究により、正の位相的エントロピーを持つ位相推移的な区分的単調連続区間写像に対して周期点測度(周期点の軌道に等しく重みを持つ不変測度)全体がエルゴード的測度全体で稠密であるという仮定の下で、最大エントロピー測度をリファレンス測度として大偏差原理が成立することを示した。この結果により、linear mod 1-transformationなどの非マルコフ型力学系に対して大偏差原理の成立が初めて示された。

(3) 中野雄史氏(東海大学)との共同研究により、正の位相的エントロピーを持つ位相推移的な区分的単調連続区間写像に対して周期点測度全体がエルゴード的測度全体で稠密であるという仮定の下で、任意の連続関数に関する発散点集合(バーコフ平均が発散する点全体の集合)が空であるかもしくはその位相的エントロピーが系全体の位相的エントロピーと一致することを示した。

(4) 正の位相的エントロピーを持つ位相推移的な区分的単調連続区間写像に対して周期点測度全体がエルゴード的測度全体で稠密であるという性質の特徴づけを行った。より正確には以下の四条件が同値であることを示した。

- ・周期点測度全体がエルゴード的測度全体で稠密。

- ・ 周期点測度全体が不連続点の軌道の上に重みを持たない不変測度全体で稠密。
- ・ 区分的単調連続区間写像の記号化空間において、周期点測度全体がエルゴード的測度全体で稠密。
- ・ 区分的単調連続区間写像の記号化空間において、周期点測度全体が不変測度全体で稠密。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yamamoto Kenichiro	4. 巻 44
2. 論文標題 On the density of periodic measures for piecewise monotonic maps and their coding spaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Tsukuba Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 309-324
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.21099/tkbjm/20204402309	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mao Shinoda and Kenichiro Yamamoto	4. 巻 33
2. 論文標題 Intrinsic ergodicity for factors of $(-)$ -shifts	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 598-609
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1361-6544/ab4f53	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 NAKANO Yushi、YAMAMOTO Kenichiro	4. 巻 44
2. 論文標題 Irregular Sets for Piecewise Monotonic Maps	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tokyo Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 495-506
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3836/tjm/1502179349	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件（うち招待講演 1件／うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Kenichiro Yamamoto
2. 発表標題 Large deviation principle for piecewise monotonic maps with density of periodic measures
3. 学会等名 Zoominar in Dynamical Systems @ Porto (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kenichiro Yamamoto
2. 発表標題 Density of periodic measures and large deviation principle for generalized (α, β) -transformations
3. 学会等名 数論セミナー（筑波大学）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 Large deviation principle for piecewise monotonic interval maps
3. 学会等名 2020年度冬の力学系研究集会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 Large deviation principle for piecewise monotonic interval maps
3. 学会等名 関東力学系セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 Large deviation principle for linear mod 1 and generalized (α, β) -transformations
3. 学会等名 2019年度エルゴード理論研究集会「エルゴード理論とその周辺」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 On the density of periodic orbit measures and large deviations for piecewise monotonic maps
3. 学会等名 数論・エルゴード理論セミナー
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 Topological entropy of the set of generic points for (σ, μ) -shifts
3. 学会等名 Workshop「数論とエルゴード理論」
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kenichiro Yamamoto
2. 発表標題 Large deviations for systems with non-dense ergodic measures
3. 学会等名 AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 Generic properties of invariant measures for (σ, μ) -shifts
3. 学会等名 2018年度エルゴード理論研究集会「エルゴード理論とその周辺」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山本謙一郎
2. 発表標題 一般化ベータ変換とシフトに関する大偏差原理
3. 学会等名 Workshop「数論とエルゴード理論」
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関