

令和 6 年 5 月 4 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03363

研究課題名(和文)粘性流体の中の物体の運動の制御と安定性の数学解析

研究課題名(英文) Mathematical analysis of control and stability of rigid motions in a viscous fluid

研究代表者

菱田 俊明(Hishida, Toshiaki)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：60257243

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：fluid-structure 相互作用および関連する問題を研究した。流れはNavier-Stokes方程式をみたし、剛体の運動は運動量および角運動量保存則に従う。まず剛体を球として、定常解や周期解など非自明解の安定性を示した。任意形状の剛体との相互作用の定常問題については、self-propelled運動の境界上での最適制御問題を調べた。また、時間に依存した剛体運動から生じる発展作用素の長時間挙動を求めた。その応用として、振動する剛体周りでの周期解の存在、空間無限遠での各点減衰およびattainabilityを証明した。剛体の回転効果による定常流の無限遠での漸近展開も明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非圧縮粘性流と物体の運動の相互作用の問題、特に剛体の運動の制御と安定性、また関連して剛体の運動がその周りの流れに与える効果の解析は、数学的に難しい構造をもつために未解明な事柄が多く、古くて新しい問題である。問題意識は数学の中で閉じておらず、流体物理学や流体工学、それらに支えられる応用科学において重要な位置を占めるが、本研究によって数学的な基礎を一定水準まで与えることができたことは意義深い。特に、主流が時間依存であるときの安定性は久しく未解決であったが、その周りでの線型化非自励系が生成する発展作用素の時間減衰評価は解決へ向けて決定的な役割を果たし、またその解析手法自体も汎用性が高い。

研究成果の概要(英文)：I studied several aspects of fluid-structure interaction and related problems. The fluid flows obey the Navier-Stokes system in the exterior of a rigid body, whereas the motions of the body are governed by conservation of linear and angular momentum. A stability criterion for nontrivial basic motions such as steady and periodic solutions was deduced in the case of a rigid ball. The result is new even for steady motions, and analysis developed here allows us to discuss the stability of time-dependent motions. As for steady fluid-structure interaction with rigid bodies of arbitrary shape, optimal control at the boundary was studied within the self-propelled regime. I also established the large time behavior of the evolution operator arising from time-dependent rigid motions. As applications, existence, spatial pointwise behavior and attainability of time-periodic solutions were proved. Finally, the asymptotic structure of steady motions affected by rotation of the body was clarified.

研究分野：函数方程式論

キーワード：非圧縮粘性流 Navier-Stokes方程式 fluid-structure 安定性 self-propelled運動 最適制御 発展作用素 漸近挙動

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

無限にひろがる流体の中を物体が運動するとき、両者の運動の相互作用は流体力学の基本的な問題であるが、数学的に難しい構造を有し、その知見は限定的であった。このような問題は広く fluid-structure 相互作用問題と呼ばれるが、本研究では流体は非圧縮かつ粘性をもつものとし、従って Navier-Stokes 方程式に支配される一方で、物体は剛体とし、剛体の運動はその重心の並進運動と重心周りの回転運動に分解されるが、Newton の運動法則、すなわち運動量および角運動量の保存則に従う。この非線型偏微分方程式と 6 次元非線型常微分方程式の連成系の初期値問題を考えるとき、剛体の運動が仮に与えられているとしても、定常並進の場合の研究は 1960 年頃より組織的に行われていたものの、定常回転も考慮した研究が開始されたのは 1990 年代以降のことである。さらに剛体運動が時間依存の場合の一般的な考察となると、この 10 年間にようやく研究の端緒についた状況であり、特に本研究の標題の安定性と密接に関わる時間大域解の漸近挙動については、本研究開始当初、まったく未解明であった。

2. 研究の目的

上記の研究背景のもと、剛体運動が時間に依存する場合に安定性理論を構築するための基礎、特に線型化非自励系の初期値問題の解の長時間挙動を導出する方法の確立が最重要課題となる。この問題を、まずは剛体運動が与えられている場合、つぎにそれが流れと相互作用する場合に解析する。安定性の問題は、主流の空間無限遠での減衰構造とも密接に関わる。特に、剛体の運動状態がその周りでの流れの漸近挙動に与える効果を解明し、解の漸近展開を通して明示的に取り出す。その漸近展開を司る重要な物理量は、流体から物体にかかる力およびトルクである。その両者がゼロとなるような定常運動を定常 self-propelled 運動という。この運動の境界上での制御、特に物体が受ける抵抗を最小にするような最適制御について考察する。この最適制御解は安定性を調べる重要な対象となる。これらの研究を通して、fluid-structure 相互作用問題の数学的基礎を確立するとともに、数学サイドから新しい知見を提示することも目的である。

3. 研究の方法

本研究の体制は、研究代表者ひとりによって行われる。ただし、研究内容の一部には適宜、海外の共同研究者が加わる。また、研究代表者が立ち上げた京都大学数理解析研究所での研究会「非圧縮粘性流体の数理解析」での研究交流を通して、国内外の若手研究者の参入も図る。特に、研究代表者の指導する博士後期課程院生には、実力を養い次第、加わってもらう。

上記の最重要課題に位置づけた長時間挙動について、主流が時間に依存するために、それが定常流の場合のようにスペクトル解析を行えない困難の克服と代替の解析手法の提示が、本研究全体を通しての鍵となる。具体的な詳細は、以下で述べたい。

4. 研究成果

(1) 相互作用の初期値問題の時間大域解について、海外の研究者によって 2023 年に重要な成果が 3 件発表された。しかし、いずれもゼロの周りでの時間大域解とその長時間挙動、従って安定性解析の観点では自明解の安定性にとどまっている。本研究では、非自明解の安定性定理を初めて証明した。ただし、剛体の形状を球に限るが、結果は非自明定常解であっても新しい。さらに本研究での解析は主流が時間依存であっても有効である。典型例として、時間周期解や概周期解が挙げられる。非自明解の空間無限遠での劣臨界減衰(スケール臨界減衰よりも速い減衰)を要請するが、以下の(2)の self-propelled 運動の周りでの流れ、また剛体の並進効果によって航跡を伴う流れはその条件をみたし、適用範囲は広い。線型化方程式が生成する 2 径数発展作用素の時間減衰評価の証明は、以下の(3)で研究代表者が提案した方法を Takahashi-Tucsnak が 2004 年に導入した monolithic approach に適合するように進展させたことによる。その際に、Navier-Stokes 方程式において常に論点となることであるが、圧力の初期時刻近くでの挙動の統制において新しい方法を要した。以上の成果は J. Math. Fluid Mech. (2024) から出版された。

(2) 剛体の形状は任意として、相互作用の定常問題を考える。特に流体から剛体にかかる力とトルクがゼロであるときの剛体の運動を self-propelled 運動という。この問題に対して、剛体自身が生成する機構を表す境界上の非同次項が重要な役割を果たす。この非同次項を制御して、相互作用の結果として生じる剛体運動を達成する逆問題は、研究代表者と Silvestre 氏(ポルトガル Lisbon)および Takahashi 氏(仏 Nancy)との 2017 年の共著で既に解かれていたが、本研究では彼らとの共同でさらに解析を進め、最適制御を見いだした。より詳しくは、境界上で与えられた小さな portion 上に台をもつ、あるいは境界上の各点で接する、という 2 種の属性のいずれかを指定し、それを有する制御関数が豊富にあることを示した上で、その許容集合において剛体受ける抵抗を最小化する最適制御の存在を証明し、さらにその最適制御を特徴づける必要条件を変分不等式で与えた。その変分不等式には最適制御に付随した共役問題の解がラグランジュ乗数として含まれるので、この共役問題の適切性を示すことが鍵となる。以上の成果は ESAIM:

COCV(2020)から出版された。

(3) 時間によって変動する剛体運動を与えるとき、座標系を剛体に固定する自然な変数変換によって、通常の Stokes 方程式に加えて剛体速度を係数にもつ移流項およびコリオリ項が現れる。このように線型化方程式は非自励系となるが、移流項の係数は外部領域の無限遠で非有界となるので、放物型発展作用素の Tanabe 理論は適用されない。2014 年に Hansel-Rhandi はこの問題の特徴を捉えた固有な方法で発展作用素の構成に成功したが、その長時間挙動は未解明であった。本研究では、エネルギー関係式、全空間での減衰評価、双対の方法、局所エネルギー評価、空間無限遠での評価、さらに圧力の初期時刻近くでの評価を駆使して、発展作用素の時間減衰評価を導出した。特に 0 階の減衰評価を求める論証前半のステージは新規性が高く、この部分が自励系の解(作用素半群)の時間減衰評価を示すときのスペクトル解析の代替の役割を担う。以上の成果は Math. Ann.(2018)および Arch. Rational Mech. Anal.(2020)から出版された。証明方法は形を変えて上記の(1)でも応用される。また、成果は自励系のあらゆる場合を包括する最良減衰率を与え、安定性理論の枠組みを一段上げるとともに、特に Stokes 半群と O_{seen} 半群に対しては格段に短い別証明を与える。その別証明は SNPDE Appl.(2021)から出版された。

(4) 剛体が時間周期的に振動するとき、その周りでの周期解の一意存在と空間無限遠での各点減衰について、先行研究はいずれも並進方向と回転軸の方向に何らかの関係を課していた。本研究では、まずそれらの関係を全く一般として、周期解の存在とスケール臨界減衰のクラスでの一意性を示した。証明においては、(3)の発展作用素の減衰評価が本質的である。さらに、並進速度と回転角速度が適当な条件をみたす場合に、得られた周期解の空間無限遠での各点減衰評価を導いた。特に、航跡の存在を伴う異方的な減衰構造が取り出されるための十分条件を並進速度と回転行列によって記述した。その条件は、Galdi による組織的な研究での条件のいずれをもカバーし、従って各点評価を得るための統一的な視点を提供したと言える。その証明では、発展作用素による解がある弱型式をみたすことを正当化し、切断の方法によって外部問題の弱型式から全空間での弱型式に移行したうえで、全空間における明示的な基本解を通して各点減衰を引き出す。以上の成果は J. Math. Fluid Mech.(2022)から出版された。

(5) 初期時刻において流体と剛体の双方が静止しているとし、剛体が加速して有限時間後に一様な運動へ達するときに、その周りでの流れの長時間挙動を問う問題を Finn の starting 問題という。予想される結果は最終的な一様運動から決まる主流(定常解、周期解)への漸近である。実際にそのような漸近挙動が示されるとき、その主流は attainable であるという。この問題は主流がエネルギー有限でないために L_q 理論を本質的に要し、一様運動が定常並進運動という最も簡単な場合であっても解決は Galdi-Heywood-Shibata の 1997 年の成果まで待たねばならなかった。本研究では有限時間後に剛体がスピンなしの一様な振動へ達し、しかもその並進速度の 1 周期での平均がゼロ(従って前進も後退もせず航跡なし)の場合に、主流である周期解の attainability を証明した。証明では(3)の発展作用素を用いる。Galdi 氏(米 Pittsburgh)との共同によるこの成果は J. Evol. Eqn.(2021)から出版された。また、starting 問題において主流を定常並進運動から決まる定常解とするが、初期速度が 3 乗可積分でかつ大きい場合であっても定常解が attainable であることを示した。証明の鍵は、大きい初期値を取る適切な補助関数と強エネルギー不等式をみたす Leray-Hopf 弱解の和によって定常解からの摂動を構成することである。Maremonti 氏(伊 Caserta)との共同によるこの成果は J. Math. Fluid Mech.(2018)から出版された。

(6) 外部領域での定常解の減衰構造は漸近展開の主要項(leading 項)の導出を通して理解される。障害物の剛体が静止しているとき、主要項は Landau 解とよばれる自己相似定常解のひとつとなり、選び取られる Landau 解のラベルは net-force(流体から剛体にかかる力)である。剛体が一定角速度で回転する(並進はしない)ときは、主要項はやはり Landau 解であるがそのラベルは net-force の回転軸方向の成分になることを解説した論文が Handbook(2018)から出版された。さて、この成果および上記の(1)から(5)までの成果はすべて空間次元が 3 次元である。空間 2 次元での平面流の解析は、時空いずれの変数であっても漸近挙動が論点となるとき、3 次元より難しいことが知られている。2 次元固有の現象である Stokes のパラドックスが剛体の回転で引き起こされる振動の効果によって解消される機構は、研究代表者によって 2016 年に解明されていた。本研究ではスケール臨界減衰する小さい Navier-Stokes 定常流が一様回転する 2 次元剛体の周りで与えられたとき、その漸近展開の主要項が回転の様相を表す漸近形をもつことを示した。Kyed 氏(独 Flensburg)との共同によるこの成果は Pacific J. Math.(2021)から出版された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 9件）

1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 24
2. 論文標題 Spatial pointwise behavior of time-periodic Navier-Stokes flow induced by oscillation of a moving obstacle	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 paper No.102
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-022-00729-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Toshiaki Hishida and Mads Kyed	4. 巻 315
2. 論文標題 On the asymptotic structure of steady Stokes and Navier-Stokes flows around a rotating two-dimensional body	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Pacific J. Math.	6. 最初と最後の頁 89--109
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/pjm.2021.315.89	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Giovanni P. Galdi and Toshiaki Hishida	4. 巻 21
2. 論文標題 Attainability of time-periodic flow of a viscous liquid past an oscillating body	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Evol. Equ.	6. 最初と最後の頁 2877--2890
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-020-00661-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 2
2. 論文標題 An alternative proof of Lq-Lr estimates of the Oseen semigroup in higher dimensional exterior domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SN Partial Differ. Equ. Appl	6. 最初と最後の頁 paper no.32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42985-021-00086-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 238
2. 論文標題 Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Arch. Rational Mech. Anal.	6. 最初と最後の頁 215--254
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00205-020-01541-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki Hishida, Ana Silvestre and Takeo Takahashi	4. 巻 26
2. 論文標題 Optimal boundary control for steady motions of a self-propelled body in a Navier-Stokes liquid	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations	6. 最初と最後の頁 paper no.92
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1051/cocv/2020073	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 372
2. 論文標題 Large time behavior of a generalized Oseen evolution operator, with applications to the Navier-Stokes flow past a rotating obstacle	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Ann.	6. 最初と最後の頁 915-949
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-018-1649-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki Hishida and Paolo Maremonti	4. 巻 20
2. 論文標題 Navier-Stokes flow past a rigid body: Attainability of steady solutions as limits of unsteady weak solutions, starting and landing cases	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 771-800
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-017-0344-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 1
2. 論文標題 Stationary Navier-Stokes flow in exterior domains and Landau solutions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Handbook of Mathematical Analysis in Mechanics of Viscous Fluids	6. 最初と最後の頁 299-339
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-10151-4_6-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki Hishida	4. 巻 26
2. 論文標題 Stability of time-dependent motions for fluid-rigid ball interaction	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 paper No. 17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-024-00854-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計18件 (うち招待講演 16件 / うち国際学会 10件)

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Stability of time-dependent motions for fluid-rigid ball interaction
3. 学会等名 International workshop on multi-phase flows (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Optimal boundary control for steady motions of a self-propelled body in a viscous incompressible fluid
3. 学会等名 Fudan International Seminar on Analysis, PDEs and Fluid Mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Optimal boundary control for steady motions of a self-propelled body in a viscous incompressible fluid
3. 学会等名 Fluids under Control, Prague (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Spatial pointwise behavior of time-periodic Navier-Stokes flow induced by oscillation of a moving obstacle
3. 学会等名 East Asian Workshop on PDEs and Fluid Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Evolution operator arising from flow past a rigid body
3. 学会等名 第58回実関数論関数解析学会合同シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 第9回岐阜数理科学研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 Evolution Equations--Abstract and Applied Perspectives (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Deay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 International workshop on the Multi-Phase Flow (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Lq-Lr estimate of a generalized Oseen evolution operator, with applications to the Navier-Stokes flow past a rotating obstacle
3. 学会等名 流体と気体の数学解析 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Lq-Lr estimate of the evolution operator arising from fluid motion past a rotating obstacle, with applications to the Navier-Stokes initial value problem
3. 学会等名 Mathematical Fluid Mechanics and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Asymptotic structure of steady Navier-Stokes flow around a rotating obstacle in 2D
3. 学会等名 調和解析学とNavier-Stokes方程式 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Attainability of steady flows as limits of unsteady Navier-Stokes flows around a rigid body rotating from rest
3. 学会等名 International Workshop on the Multi-Phase Flow (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Decay estimates of gradient of the evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 Maximal Regularity and Nonlinear PDE (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Asymptotic structure of steady Navier-Stokes flow around a rotating obstacle in 2D
3. 学会等名 Nonlinear Evolutionary PDEs and their Equilibrium States II (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Large time behavior of a generalized Oseen evolution operator, with applications to the Navier-Stokes flow past a rotating obstacle
3. 学会等名 松山解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains
3. 学会等名 2019秋の偏微分方程式セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki Hishida
2. 発表標題 Stability of self-propelled motions of a rigid ball in a viscous incompressible fluid
3. 学会等名 非圧縮性粘性流体の数理解析 (招待講演)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	Flensburg University of Applied Sciences			
米国	University of Pittsburgh			
フランス	University of Lorraine			
ポルトガル	University of Lisbon			
イタリア	Campania大学			