

令和 3 年 6 月 15 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2020

課題番号：18K03379

研究課題名（和文）非線形分散型方程式の孤立波に関する大域的研究

研究課題名（英文）Global studies on solitary waves for nonlinear dispersive equations

研究代表者

太田 雅人（OHTA, Masahito）

東京理科大学・理学部第一部数学科・教授

研究者番号：00291394

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：空間1次元のデルタ関数ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式の一般化として、空間多次元においてクーロン・ポテンシャルを含む逆冪ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式について考え、定在波解の強い意味での不安定性を証明した。  
また、デルタ関数ポテンシャルを含む空間1次元の非線形クライン・ゴルドン方程式、一般化されたブシネスク方程式、スター・グラフ上の非線形シュレディンガー方程式の孤立波の安定性についても研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形シュレディンガー方程式や非線形クライン・ゴルドン方程式の孤立波解の安定性と不安定性を通して、非線形分散型方程式の解の大域的漸近挙動に関する新しい知見を得ることができた。  
特に、さまざまなタイプの相互作用を含む非線形シュレディンガー方程式の定在波解の強い意味での不安定性を示すことにより、孤立波解の不安定性と爆発解の関係について明らかにすることができた。

研究成果の概要（英文）：We proved the strong instability of standing waves for a nonlinear Schroedinger equation with an inverse power potential including the Coulomb potential in multi-dimensional space, which can be regarded as a generalization of a nonlinear Schroedinger equation with a delta-function potential in one space dimension.  
Moreover, we studied the stability of solitary waves for a nonlinear Klein-Gordon equation with a delta-function potential, a generalized Boussinesq equation, a nonlinear Schroedinger equation on a star graph.

研究分野：非線形偏微分方程式論

キーワード：非線形シュレディンガー方程式 孤立波 安定性

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 本研究課題開始以前に、研究代表者は山口崇博氏との共同研究において、二重冪型非線形シュレディンガー方程式やデルタ関数ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式に対して、正のエネルギーをもつ軌道不安定な基底状態は強い意味で不安定であることを示した。その後、研究代表者は、調和ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式に対して、質量不変なスケールリングから定まる自然な条件の下で、基底状態の強い意味での不安定性を証明した。そのため、二重冪型非線形シュレディンガー方程式やデルタ関数ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式に対しても、この条件の下で基底状態の強い意味での不安定性が成り立つのではないかと考えた。

(2) 2006年に出版された論文において、研究代表者と Mathieu Colin 氏は微分型非線形シュレディンガー方程式の孤立波解の軌道安定性を証明した。ただし、この論文では指数減衰する孤立波解のみ扱っており、多項式減衰する孤立波解は考察していない。その後、Wu や Fukaya, Hayashi and Inui により、孤立波解の変分的特徴付けを用いた時間大域存在定理が証明され、多項式減衰する孤立波解の重要性が認識された。また、可積分系の観点から、逆散乱法を用いた微分型非線形シュレディンガー方程式の時間大域存在定理が Liu, Perry and Sulem や Pelinovsky, Saalman and Shimabukuro などにより証明された。逆散乱法による解法では、空間遠方における強い減衰が仮定されており、多項式減衰する孤立波解はこの枠組みに入らない。エネルギー空間において微分型非線形シュレディンガー方程式の有限時間で爆発する解が存在するかという問題に関して、多項式減衰する孤立波解の不安定性が重要な役割を果たすことが期待されていた。

## 2. 研究の目的

非線形シュレディンガー方程式や非線形クライン・ゴルドン方程式など非線形分散型方程式の孤立波解の安定性と不安定性に関連した研究を行う。孤立波解のまわりの局所的な問題である軌道不安定性だけでなく、孤立波解の近傍から離れた後、解が有限時間で爆発するかという大域的な問題を重点的に研究する。特に、パラメータによって孤立波解の安定性と不安定性が変わる複雑な状況を考察し、非線形分散型方程式の孤立波解のまわりの解の大域挙動の解明を目指す。研究対象とする具体的な方程式は、デルタ関数ポテンシャルを含む非線形シュレディンガー方程式、微分型非線形シュレディンガー方程式、空間1次元非線形クライン・ゴルドン方程式などであり、これらの方程式の孤立波解の不安定性や解の爆発に関する研究代表者のこれまでの研究を進展させることが目的である。

## 3. 研究の方法

(1) 非線形分散波動方程式を研究している国内外の研究者と意見交換及び研究討論を行う。そのために、東京理科大学で定期的開催している、神楽坂解析セミナーを活用するとともに、その他に、神楽坂非線形波動研究会を開催する。

(2) 研究成果が得られた場合は、積極的に研究集会、セミナーや学会などで発表を行い、関連分野の研究者から批評を受け、次の研究の参考にする。

(3) 研究代表者は研究協力者と日常的に研究討論を行い、それぞれの研究の進捗状況を確認する。

(4) 問題に応じて、関連する海外の研究者と共同研究を行うために相互に訪問し合う。

## 4. 研究成果

(1) 空間1次元のデルタ関数ポテンシャルをスケール則の観点から一般化し、空間多次元において、クーロン・ポテンシャルを特別な場合として含む逆冪乗型ポテンシャルを伴う非線形シュレディンガー方程式を考察した。逆冪乗型ポテンシャルを伴う非線形シュレディンガー方程式の定在波解の強い意味での不安定性について、深谷法良氏と共同研究を行い、エネルギーの観点から自然な条件のもとで定在波解の強い意味での不安定性を証明した。これは空間1次元のデルタ関数ポテンシャルを伴う非線形シュレディンガー方程式に対する研究代表者と山口崇博氏による以前の結果を拡張したものになっている。さらに、非線形項がともに引力的な質量劣臨界冪と優臨界冪の和で与えられる二重冪型非線形シュレディンガー方程式に対して同様の問題を考察し、深谷氏との共同研究により、エネルギーの観点から自然な条件のもとで定在波解の強い意味での不安定性を証明した。

(2) デルタ関数ポテンシャルを含む空間1次元の非線形クライン・ゴルドン方程式の定在波解の安定性と不安定性について、Elek Csobo 氏、François Genoud 氏、Julien Royer 氏と共同研究を行った。

(3) 一般化されたブシネスク方程式の孤立波解に関して、安定性と不安定性が変わる境目の場合

の軌道不安定性について、Bing Li 氏、Yifei Wu 氏、Jun Xu 氏と共同研究を行った。

(4) スター・グラフ上の非線形シュレディンガー方程式の定在波解の強い意味での不安定性について Nataliia Goloshchapova 氏と共同研究を行った。

(5) 空間 1 次元で引力的なデルタ関数ポテンシャルと斥力的な 3 次の冪乗型非線形項及び引力的な 5 次の冪乗型非線形項を持つ非線形シュレディンガー方程式の定在波解について調べた。この方程式の特徴としては、デルタ関数ポテンシャルと 3 次の冪乗型非線形項は同じスケールを持っていること、5 次の冪乗型非線形項は空間 1 次元において質量臨界であることが挙げられる。この方程式の定在波解をすべて求め、その安定性について研究を行った。デルタ関数ポテンシャルと 3 次の冪乗型非線形項の係数の大小によって、定在波解の安定性が大きく変わることが分かった。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 9件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Goloshchapova Nataliia, Ohta Masahito	4. 巻 196
2. 論文標題 Blow-up and strong instability of standing waves for the NLS- equation on a star graph	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 111753 ~ 111753
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2020.111753	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Li Bing, Ohta Masahito, Wu Yifei, Xue Jun	4. 巻 52
2. 論文標題 Instability of the Solitary Waves for the Generalized Boussinesq Equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 3192 ~ 3221
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1199198	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Noriyoshi Fukaya, Masahito Ohta	4. 巻 56
2. 論文標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with attractive inverse power potential	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 713 ~ 726
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Shotaro Kawahara, Masahito Ohta	4. 巻 81
2. 論文標題 Instability of standing waves for a system of nonlinear Schrodinger equations in a degenerate case	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 85 ~ 100
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08110085	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahito Ohta	4. 巻 13
2. 論文標題 Instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equation with delta potential	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Sao Paulo Journal of Mathematical Sciences	6. 最初と最後の頁 465 ~ 474
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40863-019-00152-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Elek Csobo, Francois Genoud, Masahito Ohta, Julien Royer	4. 巻 268
2. 論文標題 Stability of standing waves for a nonlinear Klein-Gordon equation with delta potentials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 353 ~ 388
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.08.015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masahito Ohta	4. 巻 17
2. 論文標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with a partial confinement	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications on Pure & Applied Analysis	6. 最初と最後の頁 1671 ~ 1680
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/cpaa.2018080	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masahito Ohta	4. 巻 61
2. 論文標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with harmonic potential	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Funkcialaj Ekvacioj	6. 最初と最後の頁 135 ~ 143
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1619/fesi.61.135	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Noriyoshi Fukaya, Masahito Ohta	4. 巻 54
2. 論文標題 Strong instability of standing waves with negative energy for double power nonlinear Schrodinger equations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SUT Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 131 ~ 143
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計11件 (うち招待講演 10件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for cubic-quintic NLS with delta potential
3. 学会等名 第38回 九州における偏微分方程式研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for cubic-quintic NLS with delta potential
3. 学会等名 オンラインワークショップ「分散型方程式と実解析」(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 非線形シュレディンガー方程式の定在波の不安定性
3. 学会等名 非線形偏微分方程式の理論と応用 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 非線形シュレディンガー方程式の基底状態の強不安定性について
3. 学会等名 第29回 数理物理と微分方程式
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahito Ohta
2. 発表標題 Instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with delta potential
3. 学会等名 Workshop Recent Progress in Nonlinear Dispersive PDEs (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahito Ohta
2. 発表標題 Instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with delta potential
3. 学会等名 Workshop on PDEs in Direct and Inverse Problems 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masahito Ohta
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with potential
3. 学会等名 Conference on Mathematics of Wave Phenomena, Karlsruhe Institute of Technology, Germany (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Ohta
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with inverse power potential
3. 学会等名 2018 Taiwan-Japan Workshop on Scattering, Dispersion, Traveling Waves, and Inverse Problems, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Ohta
2. 発表標題 Remarks on strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, National Taiwan University, Taipei, Taiwan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with Coulomb potential
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型) 保存則をもつ偏微分方程式の解の正則性, 特異性および漸近挙動の研究 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 太田 雅人
2. 発表標題 Strong instability of standing waves for nonlinear Schrodinger equations with double power nonlinearity
3. 学会等名 第14回非線型の諸問題 (招待講演)
4. 発表年 2018年



〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Home Page of Masahito Ohta  
<https://www.rs.tus.ac.jp/mohta/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	天津大学			
ブラジル	サンパウロ大学			