

令和 5 年 6 月 18 日現在

機関番号：14201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03396

研究課題名(和文) Ramsey 的手法による極値組合せ論の研究

研究課題名(英文) Research on extremal combinatorics by Ramsey methods

研究代表者

篠原 雅史 (Shinohara, Masashi)

滋賀大学・教育学系・准教授

研究者番号：70432903

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、よい点配置を「ラムゼー型問題」と「構成型問題」に分けて分類することを目標としていた。特に、距離集合の分類問題について2つの未解決問題「(1) 正十二面体の最良性」と「(2) 8次元空間における Lisonek の点配置の最良性」を解決することができた点は特筆すべき点である。両問題とも本研究課題で提唱した手法が効果的に作用したことが大きい。(1)については、距離集合において正多面体に関する最後の難関であった。また(2)については、「正単体を含む点配置の分類」という構成型問題を利用して証明できた。これらのことは、当初の期待以上の成果が得られたものと評価している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

正多面体がよい配置であることは広く知られたことであろう。正多面体は多面体の面の性質に着目して「よい」と分類されたものであるが、他の観点からよい点配置を考えることができないかというのは自然な問いである。本研究では距離集合の観点からよい点配置について考えることを目標としている。

本研究の成果として、正多面体は距離集合としてもよい配置であることを明らかにした。具体的には、正十二面体の配置が20個の頂点をもち、各2頂点間の距離として5種類の距離をもつもの(5-距離集合)としてただ一つのものであることを示した。また、距離集合に関する分類問題の解決や他の組合せ論との関連性について明らかにした。

研究成果の概要(英文)：In this research, our goal was to classify good point configurations into "Ramsey-type problems" and "constructive problems". Particularly noteworthy is that we were able to solve (i) optimality of the dodecahedron and (ii) optimality of Lisonek's point arrangement in the 8-dimensional Euclidean space. Our proposed method was highly effective for both problems. For problem (i), this was the final major challenge regarding regular polyhedra in the context of distance sets. For problem (ii), we were able to prove it using a constructive problem involving "classification of point configurations containing a regular simplex". These results have led us to conclude that the achievements of this study exceeded our initial expectations.

研究分野：組合せ論

キーワード：距離集合 正十二面体 極値組み合わせ論 点の配置問題

1. 研究開始当初の背景

与えられた空間におけるよい点の配置を考えること(よい部分集合を見付けること)は符号理論やデザイン理論など様々な枠組みで行われている。それぞれの枠組みでよい配置を考えること、また、よい配置を通して枠組み間の関係を見出していくことは本研究分野における最大の目的の1つである。

本研究では、距離集合の観点からよい点の配置について考えていく。距離集合に関する研究は Erdős の “On sets of distances of n points” (American mathematical Monthly, 1946) に端を発する。ここでは、『ユークリッド空間上の n 点の配置に含まれる距離の個数 k をできるだけ少なくしたいとき、どのような点配置になるか、また、 n と k の関係はどのようなようになるか』という問いについて考える。漸近的な挙動として、Guth-Katz “On the Erdős distinct distances problem in the plane” (Annals of mathematics, 2015) により、 $k < cn/\log n$ となることが示されている。また、頂点数の上界として、Bannai-Bannai-Stanton(1983) と Blokhuis(1983) により独立に $n \leq \binom{d+k}{k}$ が与えられている。

ここで、 n 点集合 X の相異なる 2 点間の距離が丁度 k 種類出てくるとき、 X は k -距離集合であるという。 d 次元ユークリッド空間上の k -距離集合の頂点数の最大値を $g_d(k)$ で表す。このとき、最大値を与える距離集合を最良な k -距離集合という。与えられた d, k に対して $g_d(k)$ を決定すること、また最良な距離集合を分類することが主問題となる。上界を与えるものをデザインに倣って、堅い距離集合とよぶ。 $d = 1$ のときには等間隔に並ぶ $k + 1$ 頂点が、 $k = 1$ のときには正単体の $d + 1$ 点が堅い距離集合の例となっているが、非自明なものについては、 $k=2, d = 8$ における 45 頂点の例しか知られていない(Lisoněk の 2-距離集合)。尚、距離集合の分類問題を考えるときには、相似なものを同一視して考える。次の表に、研究開始時点で知られている距離集合の頂点数の最大値と分類状況についてまとめる。

| d | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------|---|---|----|----|----|----|----|
| $g_d(2)$ | 5 | 6 | 10 | 16 | 27 | 29 | 45 |
| 個数 | 1 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1? |

表 1. 2-距離集合の最大頂点数と同型類の個数

| k | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|---|----|----|-----|----|
| $g_2(k)$ | 5 | 7 | 9 | 12 | 13 |
| $g_3(k)$ | 6 | 12 | 13 | 20? | |

表 2. 2次元, 3次元の最大頂点数

2. 研究の目的

極値組合せ論では点配置、グラフ、集合などのオブジェクトに対する不変量を定め、その不変量の観点でオブジェクトのサイズを最大値(または最小値)を求めること、またはそのようなオブジェクトを決定することを目的とする。ここでは、不変量として主に「点配置の最小距離」と「点配置に表れる距離の個数」に焦点をあて、それぞれ符号的問題、距離集合的問題と呼ぶ。本研究では、ラムゼー的手法を用いて点配置に対する極値組合せ論を展開することを目的とする。

三次元ユークリッド空間における距離集合について考えるときに、正多面体が最良なものとなっているか、というのは自然な疑問であろう。Einhorn-Schoenberg (1966), Shinohara(2006, 2013), Szöllősi-Östergård (2020) により $k \leq 4$ のときに最良な点配置が分類されている。特に最良な点配置として、 $k = 1$ のとき正四面体、 $k = 2$ のとき正八面体、 $k = 3$ のとき正二十面体が現れる。また、 $k = 4$ のときは正二十面体とその中心、または立方八面体とその中心が最良な配置となっている。正多面体と距離集合に関係する未解決問題として、『最良な 5-距離集合は正十二面体に限られるか』という問題があり、幾何学における未解決問題集(著: Croft-Falconer-Guy, 訳: 秋山仁)にも取り上げられている問題である。

また、2-距離集合について Lisoněk(1997) らにより $d \leq 8$ に対する最大頂点数が知られている(参考: 表 1)。特に、 $d = 8$ において、Lisoněk は 45 頂点の 2-距離集合を構成した。一方、上界 $g_8(2) \leq 45$ より $g_8(2) = 45$ が与えられた。これは、上界を満たす距離集合として、唯一知られている非自明な例である。そのため、8次元空間における最良な 2-距離集合を分類は、注目されている問題である。

このように、分類問題における 2 つの重要な問題の解決が本研究の最大の目的であった。また、その解決における手法そのものについても、本分野において重要なアプローチとなることと期待している。

3. 研究の方法

組合せ論における分類問題において、「条件()を満たすオブジェクトが X に限られること」を『条件()を満たすオブジェクトは性質(*)を持つこと』と『性質(*)を持つオブジェクトは X に限られること』を用いて示されることがある。これらをそれぞれ『ラムゼー型問題』と『構成型問題』と呼ぶことにする。よい点配置の分類問題をそのような手法で解決することが本研究の

特徴の一つである。更には、ラムゼー型問題、構成問題、それぞれを取り出して研究の対象にする。具体的には、『ラムゼー型問題』では、幾何的な情報からグラフ構造に着色グラフの独立数などの制限を付け、グラフ理論的な手法で結果を導くことを目標とする。『構成型問題』では、計算機によりある構造を含む可能性を全列挙することや、組合せ構造に着目して組合せデザイン理論を用いた構成などが考えられる。

4. 研究成果

論文等を 13 編（査読付き 9 件，国際共同研究 5 件）と講演 26 件（国際学会での招待講演 5 件）行った。以下では、特に重要なものについていくつか詳細を述べる。

(1) 『ラムゼー型問題』に関して

宗政氏との共同研究による Complementary Ramsey number が査読付き国際論文 Journal of Indonesian mathematical society に掲載された。一般によく知られている k 色版のラムゼー数 $R(m_1, m_2, \dots, m_k)$ はクリーク数に関するものであるが，補ラムゼー数 $CR(m_1, m_2, \dots, m_k)$ (complementary Ramsey number) はこのクリーク数を独立数に置き換えたものである。 $k = 2$ のときは，ラムゼー数と補ラムゼー数は一致する。本論文では，ラムゼーグラフ $R(s, t)$ の分類を用いて $(s, t) = (4, 4), (3, 6)$ に対する補ラムゼー数 $CR(m, s, t)$ の値を決定した。補ラムゼー数はユークリッド距離に限らず任意の距離に対する部分構造の存在を保証する。例えば，補ラムゼー数 $CR(4, 4, 4) = 10$ により，任意の距離空間において，任意の 10 点 3-距離集合はある 4 点 2-距離集合の含むことがわかる。補ラムゼー数がよい距離集合の分類にどの程度適用可能であるかはまだ明らかではないが，補ラムゼー数については純粋な極値組合せ論の問題としても興味深いものであると考える。

(2) 『構成型問題』に関して

研究分担者の野崎氏との共同研究による “Maximal 2-distance sets containing the regular simplex” が査読付き国際論文 Discrete mathematics に掲載された。Lisoněk の 2-距離集合の重要性については『2. 研究の目的』でも述べたが，それに倣ってよい距離集合を構成することがここでの目的である。Lisoněk の 2-距離集合が正単体 V_8 と Johnson 型配置 $J(8, 2)$ の和集合として記述できる。Bannai-Sato-Shigezumi (2012) により Johnson 型配置に頂点を加えてその下でのよい距離集合の分類結果が得られている。ここでは，正単体 V_d を含む $2d + 2$ 点以上の 2-距離集合の分類を行った。特に，strongly resolvable design に付随する頂点を付け加えることにより，そのようなものの無限系列を構成することができた。

(3) 『2つの問題』の融合について

(i) 研究分担者の野崎氏との共同研究により，三次元ユークリッド空間における 20 頂点からなる 5-距離集合が正十二面体に限られることを示し，“A proof of a dodecahedron conjecture for distance sets” として査読付き国際論文 Graphs and combinatorics に掲載された。本研究においても，本研究課題におけるアプローチが上手く働いた。Szöllősi-Östergård (2020) は代数計算なども含めた計算機的手法で 13 頂点からなる 4-距離集合の分類に成功した。特に，8 頂点以上の 4-距離集合に対するグラフの分類が完成されている。本研究での『ラムゼー型問題』として，三次元空間における 20 頂点 5-距離集合は 8 頂点 4-距離集合を含むことを導いた。ここでは，三次元空間における直径の分布と，対応する条件の下でグラフの独立数を求めることが鍵となった。また，すでに分類されている 8 頂点 4-距離集合 Y (1093 個の候補がある) をもとに，各 Y を含む 20 点 5-距離集合が存在するかを計算することで，一意性を示した。(ii) 野崎氏，須田氏との共同研究により，8 次元ユークリッド空間の最良な 2-距離集合の一意性を証明した。この結果について，代数的組合せ論シンポジウムにおいて講演を行い，同報告集で報告した。この問題の意義については『2. 研究の目的』で述べたが，ここでも，本研究課題の手法が上手く機能し，解決につながったことは興味深い結果であると考えられる。45 頂点 2-距離集合のグラフの構造を考えラムゼー数を用いることで，(a) 8 次元の正単体を含む場合，(b) ある特別なグラフ構造を含む場合，の 2 つのケースに分けて考えることができる。特に (a) については，(2) による結果を用いることで，そのほとんどを理論的に分類することができる。(b) については依然計算機による分類が必要となるが，全体として計算量をかなり削減することができた。この結果についての論文は現在執筆中であり，より少ない計算で分類できないか検討中である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 5件）

| | |
|---|-------------------------------|
| 1. 著者名 Boyvalenkov Peter, Nozaki Hiroshi, Safaei Navid | 4. 巻 646 |
| 2. 論文標題 Rationality of the inner products of spherical s-distance t-designs for $t \geq 2, s \geq 3$ | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications | 6. 最初と最後の頁 107 ~ 118 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2022.03.028 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Cioaba Sebastian M., Koolen Jack H., Mimura Masato, Nozaki Hiroshi, Okuda Takayuki | 4. 巻 104 |
| 2. 論文標題 On the spectrum and linear programming bound for hypergraphs | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 European Journal of Combinatorics | 6. 最初と最後の頁 103535 ~ 103535 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ejc.2022.103535 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Nozaki Hiroshi, Shinohara Masashi | 4. 巻 37 |
| 2. 論文標題 A Proof of a Dodecahedron Conjecture for Distance Sets | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics | 6. 最初と最後の頁 1585 ~ 1603 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00373-021-02318-5 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |
| 1. 著者名 篠原雅史 | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 ユークリッド空間上の距離集合の分類問題について | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 第37回代数的組合せ論シンポジウム報告集 | 6. 最初と最後の頁 98-104 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|----------------------|
| 1. 著者名 Hiroshi Nozaki, Masashi Shinohara | 4. 巻 343 |
| 2. 論文標題 Maximal 2-distance sets containing the regular simplex | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Discrete Mathematics | 6. 最初と最後の頁 112071 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2020.112071 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Mitsugu Hirasaka, Masashi Shinohara | 4. 巻 56 |
| 2. 論文標題 Characterization of finite colored spaces with certain conditions | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Journal of the Korean Mathematical Society | 6. 最初と最後の頁 579-594 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4134/JKMS.j180080 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Akihiro Munemasa, Masashi Shinohara | 4. 巻 25 |
| 2. 論文標題 Complementary Ramsey numbers and Ramsey graphs | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Indonesian Mathematical Society | 6. 最初と最後の頁 146-153 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22342/jims.25.2.827.146-153 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 Hiroshi Nozaki | 4. 巻 342 |
| 2. 論文標題 Largest regular multigraphs with three distinct eigenvalues | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Discrete Mathematics | 6. 最初と最後の頁 2134-2138 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2019.04.016 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|-------------------------|
| 1. 著者名 Sebastian Cioaba, Jack, Koolen, Hiroshi Nozaki | 4. 巻 2 |
| 2. 論文標題 A spectral version of the Moore problem for bipartite regular graphs | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Algebraic Combinatorics | 6. 最初と最後の頁 1219-1238 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/alco.71 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |

| | |
|--|-----------------|
| 1. 著者名 Mitsugu Hirasaka, Masashi Shinohara | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Characterization of finite colored spaces with certain conditions | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Journal of the Korean Mathematical Society | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------|
| 1. 著者名 Complementary Ramsey numbers and Ramsey graphs | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 篠原雅史、宗政昭弘 | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 応用数学合同研究集会報告集 | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------|
| 1. 著者名 Sebastian Cioaba, Jack Koolen, Hiroshi Nozaki | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 A spectral version of the Moore problem for bipartite regular graphs | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Algebraic Combinatorics | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 Nozaki Hiroshi, Suda Sho | 4. 巻 60 |
| 2. 論文標題 Complex Spherical Codes with Three Inner Products | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Discrete & Computational Geometry | 6. 最初と最後の頁 294 ~ 317 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00454-018-0017-x | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

[学会発表] 計26件 (うち招待講演 8件 / うち国際学会 5件)

| |
|------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 高次元空間の点配置と距離集合 |
| 3. 学会等名 数理情報科学さくらセミナー2023 |
| 4. 発表年 2023年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 野崎寛 |
| 2. 発表標題 Bounds for sets with few distances distinct modulo a prime ideal |
| 3. 学会等名 第38回代数的組合せ論シンポジウム (招待講演) |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|-------------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 ユークリッド空間上の距離集合の分類問題について |
| 3. 学会等名 第37回代数的組合せ論シンポジウム (招待講演) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Few distance sets and the dodecahedron conjecture |
| 3. 学会等名 Moscow Conference on Combinatorics and Applications (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Masashi Shinohara |
| 2. 発表標題 A proof of the dodecahedron conjecture of distance sets and diameter graphs |
| 3. 学会等名 Moscow Conference on Combinatorics and Applications (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 直径グラフの独立数と距離集合 |
| 3. 学会等名 第 33 回位相幾何学的グラフ理論研究集会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 A generalization of mod-p bounds for s-distance sets to a ring of integers |
| 3. 学会等名 Workshop on Algebraic Combinatorics (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|---------------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 R^8 上の最良な 2-距離集合の一意性について |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 距離集合における正十二面体予想について |
| 3. 学会等名 離散数学とその応用研究集会2020 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|--------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 正多面体と距離集合 |
| 3. 学会等名 研究会 直感幾何学2021 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 3次元ユークリッド空間における距離集合の分類問題と関係するグラフ構造 |
| 3. 学会等名 数理情報科学さくらセミナー2021 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 Maximal 2-distance sets containing a regular simplex |
| 3. 学会等名 日本数学会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|-----------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 距離集合の研究に関する最近の進展の紹介と展望 |
| 3. 学会等名 組合せ論サマースクール2019 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 距離集合における正十二面体予想について |
| 3. 学会等名 第9回数理情報科学さくらセミナー |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Linear programming bounds for regular uniform hypergraphs |
| 3. 学会等名 The 22nd Conference of the International Linear Algebra Society(招待講演)(国際学会)(招待講演)(国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Maximal 2-distance sets containing the regular simplex |
| 3. 学会等名 Tenth Discrete Geometry and Algebraic Combinatorics Conference (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Linear programming methods to obtain bounds on the order of regular graphs |
| 3. 学会等名 Joint Workshop on Algebraic Combinatorics and Cryptography |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Linear programming bounds for regular uniform hypergraphs |
| 3. 学会等名 Sendai Workshop on Combinatorics |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 野崎寛 |
| 2. 発表標題 正則一様ハイパーグラフにおける線形計画限界について |
| 3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会 (応用数学) (招待講演) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 少ない非合同三角形を持つ点配置について |
| 3. 学会等名 組合せ論サマースクール2018 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 篠原雅史、宗政昭弘 |
| 2. 発表標題 Complementary Ramsey numbers and Ramsey graphs |
| 3. 学会等名 2018 年度応用数学合同研究集会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|-----------------------------------|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 点配置に関する幾つかのラムゼー型問題について |
| 3. 学会等名 数理情報科学さくらセミナー2019 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 篠原雅史 |
| 2. 発表標題 Complementary Ramsey numbers and Ramsey graphs |
| 3. 学会等名 幾何学と組合せ論2019 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hiroshi Nozaki |
| 2. 発表標題 Maximizing the order of regular bipartite graphs for given valency and second eigenvalue |
| 3. 学会等名 The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications 2018 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 野崎寛 |
| 2. 発表標題 Maximal 2-distance sets containing the regular simplex |
| 3. 学会等名 Research on algebraic combinatorics, related groups and algebras |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 野崎寛 |
| 2. 発表標題 Linear programming bounds for regular uniform hypergraphs |
| 3. 学会等名 スペクトラルグラフ理論および周辺領域 第7回研究集会 |
| 4. 発表年 2018年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-----------|--|------------------------------------|----|
| 研究 分担者 | 野崎 寛 (Nozaki Hiroshi) (80632778) | 愛知教育大学・教育学部・准教授 (13902) | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|