研究成果報告書 科学研究費助成事業



今和 4 年 6 月 1 6 日現在

機関番号: 32689

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2018~2021

課題番号: 18K03403

研究課題名(和文)巨大基数を用いた集合論的多元宇宙の解析

研究課題名(英文)Set theoretic multiverse and large cardinal axioms

研究代表者

薄葉 季路 (Usuba, Toshimichi)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号:10513632

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文):集合論的多元宇宙理論について、特に巨大基数公理の下での多元宇宙全体の構造について研究を行い、次のような結果が得られた:1.巨大基数の一つである拡張可能基数が存在するならば、強制法に関して不変である内部宇宙が存在することが判明した。2.選択公理がない状況でも、巨大基数が十分に存在すればすべての基礎モデルが一様に定義可能であり、それにより選択公理がない宇宙においても多元宇宙理論を展開することが可能であることが判明した。3.強制法の一般化である対称拡大についても、対称基礎モデルが一様に定義可能であり、それにより対称拡大宇宙を含めたより広大な多元宇宙理論を展開することが可能であることが明らかになった。

研究成果の学術的意義や社会的意義 強制法の発展により様々な数学の宇宙が構成可能であることが判明し、それにより強制拡大宇宙の総体である集合論的多元宇宙の研究が近年活発に行われている。本研究では、申請者が証明した多元宇宙理論の基本定理である「基礎モデルの下向きの有向性」をさらに発展させることで、巨大基数公理が多元宇宙理論に及ぼす影響を明らかにし、巨大基数が集合の宇宙の総体に予想しない形で影響を及ぼすことを明らかにした。また、選択公理の欠如のもとでも、巨大基数公理のもとでは多元宇宙理論が展開可能であることを示し、多元宇宙のさらなる一般化の可能性を示した。

研究成果の概要(英文): We studied set-theoretic multiverse, in particular the structure of the entire multiverse under the large cardinal axiom, and obtained the following results: 1. If there exists a large cardinal such as an extendible cardinal, there exists an inner model that is invariant with respect to the forcing method. 2. Even in the absence of the Axiom of Choice, all ground models are uniformly definable if there are enough large cardinals, and thus it is possible to develop a multiverse theory without the Axiom of Choice. 3. Symmetric extension is a generalization of the forcing extension. We showed that all symmetric grounds are uniformly definable, and thus it is possible to develop a more extensive multiverse theory including the symmetric extensions.

研究分野: 公理的集合論

キーワード: 巨大基数公理 集合論的多元宇宙 集合論的地質学 集合論的位相空間論 ジェネリック巨大基数

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等に ついては、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1.研究開始当初の背景

Cohen は、集合論の宇宙を拡大する方法である「強制法」を開発し連続体問題を解決したが、強制法自身が非常に強力かつ汎用的な手法であることが明らかになった。さらに、強制法と巨大基数公理を組み合わせることで、通常では得られえないような様々な集合論の宇宙も構成できることが明らかになった。近年は、それら集合論の宇宙の総体を一つの数学的な対象とみなし、その宇宙全体の構造を調べる集合論的多元宇宙の研究が活発に行われている。多元宇宙全体の構造に関しては「下向きの有向性」があるかどうかが長い間の未解決問題であったが、研究代表者自身が過去の研究において、常に下向きの有向であることを証明したことにより、多元宇宙の理論についてのより詳細な解析が可能となった。また、ある宇宙に巨大基数が存在するならば、その宇宙では特異基数仮説が成り立たつ一方でスクウェア原理のような反コンパクト性原理の否定が成り立つことなどが知られている、すなわち巨大基数が宇宙の構造について様々な影響を及ぼすことが知られている。この延長として、巨大基数公理が多元宇宙全体の構造についても影響を及ぼすことが予想できる。

巨大基数は通常、宇宙から別の部分宇宙への初等的埋め込みの存在で定義されるが、これを極大までつよめた「宇宙から自分自身への初等的埋め込みが存在する」ことを主張する Reinhardt 基数について、その存在は選択公理から否定されるが、選択公理がない宇宙ではどうであるかは大きな未解決問題である。そのような問題意識のもと、近年は Reinhardt 基数をさらに強めた超巨大基数の研究が行われている。このような超巨大基数を多元宇宙論的に考察するには、現状の多元宇宙理論を、選択公理を用いない多元宇宙理論に一般化する必要がある。

2.研究の目的

本研究の目的は、巨大基数公理のもとで多元宇宙を考察し、さらに強制法の新たな側面を探求するとともに連続体仮説などのような独立命題の数学的意味を探求することである。また選択公理がない多元宇宙のように、より一般的な多元宇宙理論を展開して、様々な宇宙を俯瞰的に考察する。その結果を用いて HOD などの様々な内部宇宙、および超巨大基数のような選択公理と矛盾する公理などについても研究を行うことである。具体的には以下を目標とした。

(1) 選択公理がない状態での多元宇宙理論の構造の解明。

多元宇宙理論を展開する際、とくに基礎モデルの一様定義可能性の証明には選択公理が本質的に使われており、選択公理がない状況では多元宇宙理論を展開することが難しい状況であった。この困難を解消し、選択公理を抜きにした一様定義可能性の証明を目指し、それを用いて選択公理を用いない多元宇宙理論を展開する。そのうえで、選択公理が成り立たない宇宙を含む、より一般的な多元宇宙の構造解析を目指す。

(2) Pseudo-ground などの様々な内部モデルからなる多元宇宙理論の解明。

多元宇宙理論は通常、強制法を用いて構成される宇宙全体が考察の対象であるが、遺伝的順序数定義可能宇宙 HOD などの内部宇宙をも含めた多元宇宙を考えることができる。特に HOD は定義可能な部分宇宙の中で極大なものであり重要な内部宇宙である。近年、Woodin は「HOD は真の宇宙に限りなく近い」ことを意味する HOD-Conjecture を提唱し、HOD-Conjecture の下では Reinhardt 基数のような超巨大基数が存在しないことを証明している。HOD などの内部宇宙に限らず、強制法から作られる宇宙の一般化である pseudo-ground や symmetric extensionなどを含めた究極的な多元宇宙理論を展開し、特に超巨大基数の存在や HOD-Conjecture についての解明を目指す。

3.研究の方法

研究代表者を中心に、芝浦工業大学の池上大祐、および筑波大学の大学院生と研究を行った。 定期的に早稲田大学でセミナーを行い、進捗の報告や国内外の研究動向についての情報の収集、 共有を行った。2020年以降はセミナーをオンラインに移行したが、そのために名古屋大学、 神戸大学の研究者もセミナーに参加するようになった。また、それ以外のメンバーとも電子メー ルなどの打ち合わせのほか、研究集会での機会などを利用した研究打ち合わせを行った。

4. 研究成果

研究期間中での世界的なコロナウイルスの流行により、研究時間をその対処のために費やさなければならず、一部の研究については遅れが生じ、特に HOD conjecture については完全に解明することができなかったが、選択公理がない状態での多元宇宙理論、および symmetric groundを含めたより、例のような様々な成果が得られた。

(1)(目的欄(1)に関連する成果)

研究代表者は多元宇宙の下向きの有向性を証明したが、同時に巨大基数公理の下では多元宇宙には必ず最小の宇宙が存在し、しかもその最小宇宙は強制法に関して不変であるような最大の宇宙であることを併せて証明した。その仮定である巨大基数は hyper-huge 基数と呼ばれる非常に強いものであったが、その仮定を extendible 基数とよばれるよく知られた巨大基数に弱め

ることに成功した。

選択公理がない集合論において、新たに Loewenhe im-Skolem 基数の概念を定義した。巨大基数公理から Loewenhe im-Skolem 基数の存在が導かれることを示し、また Loewenhe im-Skolem 基数が真のクラスをなせば、基礎モデルが一様に定義可能であることを示した。これにより、選択公理がなくても巨大基数の存在の下では多元宇宙理論が展開可能であることが明らかになった。また、特異 Loewenhe im-Skolem 基数が存在すれば、の後続基数 ^+が正則になり、 ^+閉非有界フィルターが ^+-完備になること、および ^+で Fodor の補題が成り立つことも示した。これらの結果をもとに、宇宙自身が選択公理を満たす部分宇宙の弱い拡大であることが選択公理が強制法で強制可能であることの必要十分条件であることを示した。

選択公理がない場合、基礎モデルの下向きの有向性が成り立たないことがあることを示した。 一方で、ある宇宙で選択公理が強制可能である場合には弱い有向性がなりたち、基礎モデル全体 の共通部分が選択公理を満たすことを証明した。

強制法と巨大基数を組み合わせて定義されるジェネリック巨大基数の一つである generically extendible 基数について、 _1、 _2 が generically extendible であることの相対無矛盾性は強くない一方で、 _3 以上の generically extendible 基数の存在の無矛盾性は非常に強いことを示した。また _1 が generically extendible であるとき、proper 強制法では generically extendible 性が常に保たれる一方で、一般的な強制法で破壊不可能であることの無矛盾性は強いものであることを証明した。この事実を用いて実数の generic absoluteness が成り立つことも示した。

(2) (目的欄(2)に関連する成果)

選択公理がない宇宙において、Loewenheim-Skolem 基数が十分にあるときには、宇宙が別の宇宙の symmetric extension であることが一階の性質として記述可能であり、さらに宇宙の symmetric ground 全体が一様に適宜可能であることを証明した。これにより、多元宇宙を強制 法によるものだけでない、symmetric extension や symmetric ground をも含めたものに拡張可能であることを示した。

多元宇宙理論を扱うための formal system を定義し、Woodin が定義した多元宇宙と Steel が定義した多元宇宙理論について formal system の観点から公理化を行った。この公理化に関しては、pairing axiom が成り立てば Steel の多元宇宙になり、成り立たなければ Woodin の多元宇宙に近いものになることが明らかになった。

選択公理が強制可能であれば Reinhardt 基数が存在しないことを示し、Schltzenberg の問題を解決した。

Loewenheim-Skolem 基数の存在の元、Reinhardt 基数が存在するならば特異基数の後続基数が HOD の中では可測基数などの巨大基数になることを証明した。

また、研究の過程の副産物として、以下のような成果が得られた。

(3) (巨大基数と組み合わせ論に関する成果)

名古屋大学の松原洋、神戸大学の酒井拓史と P_- の定常集合に関して共同研究を行い、V=L のもとでは正則基数 に対する P_- の定常集合は常に skinniest な定常部分集合を持つことをしめし、また、スクウェア原理の下でも $P_ ^{(+n)}$ には skinniest な定常部分集合をもつことを示した。一方で skinny 定常集合が dense にはない状況が consistent であることを証明した。

名古屋大学の松原洋と countable stationary tower 強制について共同研究をおこない、高さが特異基数であったとしても、その precipitous 性が成り立ち得ることが無矛盾であることを示した。

City University of New YorkのAuther W. Apter とUniversity of CyprusのStamatis Dimopoulos と国際共同研究を行い、巨大基数の一つである strongly compact 基数において一般連続体仮説が壊れていることの無矛盾性はstrongly compact 基数の存在と同値であることを証明した。

巨大基数の一つである _1-strongly compact 基数がコンパクト空間の G_ -modification の Lindeloef number の最適な上限であることを示した。また、巨大基数の一つである可測基数がコンパクト空間の G_ -modificationの extent の最適な上限を与えることも示した。さらに、

_1-strongly compact 基数が二つの Lindeloef 空間の積空間の Lideolef number の最適な上限になることの無矛盾性を示した。

1-strongly compact 基数が countable tight 位相空間の G -modification の tightness number の上限を与え、またこの上限が連続体仮説の下では最適であることを示した。さらに二つの countable tight 位相空間の積空間の tightness number についても _1-strongly compact 基数が最適の上限になることの無矛盾性が得られた。

無限グラフの彩色数について、List-chromatic number の singular compact 性が一般連続体 仮説からみちびかれること、またダイヤモンド原理のもとでは list-chromatic number が coloring number と等しくなることを示した。さらに、巨大基数と強制法を用いて、List-chromatic number についての反映原理がなりたつ一方で coloring number の反映原理は成り立たないことが無矛盾であることを証明した。

(4) (集合論的位相空間論に関する成果)

point G_ 性をもつ Lindeloef 空間の積について新たな構成法を発見し、それにより point G_ 性をもつ二つの Lindeloef 空間の積の Lindeloef number が連続体濃度以下になることの無矛盾性が weakly compact 基数の存在を導く強いものであることを証明した。

神奈川大学の矢島幸信と平田康史と共同研究を行い、countable extent を持つ locally compact 空間の二つの積空間が countable extent を持たないことが無矛盾であることを示した。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計18件(うち査読付論文 13件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 5件)

1.著者名	1
· · 13 13 13	4 . 巻
Toshimichi Usuba	-
2 *A+ #FF	F 36/- F
2.論文標題	5 . 発行年
The coloring number and the list-chromatic number of uncountable graphs	2022年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
	り、取例と取扱の貝
Israel Journal of Mathematics	-
	本芸の大畑
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス	国際共著
	' '' ' ' ' '
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
1 . 著者名	4.巻
	_
Hirata Yasushi、Usuba Toshimichi、Yajima Yukinobu	307
2.論文標題	5.発行年
Equalities for the extent of infinite products and -products	2022年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Topology and its Applications	107946 ~ 107946
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1016/j.topol.2021.107946	有
オープンアクセス	国際共著
· · · · · · =· ·	
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
1.著者名	4 . 巻
	2209
平田康史 薄葉季路 矢島幸信	2209
2 . 論文標題	5.発行年
無限積空間と\${Sigma}\$-積空間における基数関数extentの等式について	2022年
無限領土町とゆ{519/11/61/11/15 金玄英国文色にの守込に フィー	20224
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
	64-74
京都数理解析研究所講究録	
京都数理解析研究所講究録	0.77
京都数理解析研究所講究録	
	査読の有無
掲載論文のDOI (デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子) なし	査読の有無無無
掲載論文のDOI (デジタルオプジェクト識別子) なし オープンアクセス	査読の有無
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス	査読の有無無無
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無無無
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	査読の有無 無 国際共著
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス	査読の有無無無
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1.著者名	査読の有無 無 国際共著 -
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	査読の有無 無 国際共著
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1.著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1.著者名	査読の有無 無 国際共著 -
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1.著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名	直読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名	直読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apal.2021.103013	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) 1 . 著者名 Apter Arthur W.、Dimopoulos Stamatis、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 Strongly compact cardinals and the continuum function 3 . 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apal.2021.103013	査読の有無 無 国際共著 - 4 . 巻 172 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 103013~103013

1 英型权	4 *
1 . 著者名 Usuba Toshimichi	4 . 巻
USUDA TUSHTIIITCHT	-
2 . 論文標題	5.発行年
	2020年
A note on -strongly compact cardinals	2020 年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Topology and its Applications	107538~107538
Topotogy and its Applications	10/556 ~ 10/556
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	 査読の有無
10.1016/j.topol.2020.107538	有
10.1016/j.topo1.2020.10/336	Fig. 1
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	二
カープンテクと人とはない、人はカープンテクと人が四年	-
1 菜之夕	4 . 巻
1. 著者名	4. 含
Toshimichi Usuba	-
2	F 発仁左
2. 論文標題	5.発行年
Geology of symmetric grounds	2022年
2 hh÷+ 47	C = 171 = 14 = 7
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Proceedings of the 16th Asian Logic Conference	-
	T + + - + m
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
1. 著者名	4 . 巻
Usuba Toshimichi	265
2.論文標題	5.発行年
A note on the tightness of G-modifications	2019年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Topology and its Applications	106820 ~ 106820
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1016/j.topoI.2019.106820	
	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著
オープンアクセス	
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名 Matsubara Yo、Usuba Toshimichi	国際共著 - 4.巻
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名	国際共著 - 4 . 巻
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名 Matsubara Yo、Usuba Toshimichi	国際共著 - 4 . 巻 -
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年
オープンアクセス	国際共著 - 4.巻 - 5.発行年
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名 Matsubara Yo、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 On Countable Stationary Towers 3 . 雑誌名 Advances in Mathematical Logic	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 133~141
オープンアクセス	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 133~141
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名 Matsubara Yo、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 On Countable Stationary Towers 3 . 雑誌名 Advances in Mathematical Logic 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-981-16-4173-2_6	国際共著 - 4.巻 - 5.発行年 2021年 6.最初と最後の頁 133~141 査読の有無 有
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 1 . 著者名 Matsubara Yo、Usuba Toshimichi 2 . 論文標題 On Countable Stationary Towers 3 . 雑誌名 Advances in Mathematical Logic	国際共著 - 4 . 巻 - 5 . 発行年 2021年 6 . 最初と最後の頁 133~141

4	4 34
1. 著者名	4 . 巻
Usuba Toshimichi	-
2 <u>*</u>	F 38/-/-
2.論文標題	5.発行年
Choiceless L?wenheim?Skolem Property and Uniform Definability of Grounds	2021年
0 1000	c = = = = = = = = = = = = = = = = = = =
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Advances in Mathematical Logic	161 ~ 179
ASSESSABLE AND COMPANY OF THE LABOURE TO	
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
10.1007/978-981-16-4173-2_8	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
	T
1. 著者名	4 . 巻
Toshimichi Usuba	-
2 . 論文標題	5.発行年
A note on Lowenheim-Skolem cardinals	2020年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
京都大学数理解析研究所講究録	-
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	無
	~~
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-
	<u> </u>
1 . 著者名	4 . 巻
Usuba Toshimichi	64
Code Tooling on	<u> </u>
2 . 論文標題	5.発行年
New combinatorial principle on singular cardinals and normal ideals	2018年
New Combinatorial principle on Singular Cardinals and normal rulears	20104
3 . 雑誌名	6.最初と最後の頁
Mathematical Logic Quarterly	395~408
Mathematical Logic Quarterry	393 - 408
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	 査読の有無
10.1002/malq.201700024	有
10.1002/ma1q.201700024	Ħ
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国际六省
オープンデアと人にはない、人はオープンデアと人が凶難	-
4 *************************************	4 **
1 . 著者名	4.巻
Usuba Toshimichi	58
2 *A-LEGE	F 78/- /-
2.論文標題	5.発行年
Extendible cardinals and the mantle	2018年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Archive for Mathematical Logic	71 ~ 75
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1007/s00153-018-0625-4	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著

1 . 著者名	4 . 巻
I. 有有句 Usuba Toshimichi	4 . 글 252
OSUDU TOSHTIIITOTT	202
2 . 論文標題	5.発行年
Products of Lindeloef spaces with points \$G_delta\$	2019年
Troducts of Emacroci spaces with points \$0_derta\$	2010-
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
	90~96
Topology and its Applications	90 ~ 90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1016/j.topol.2018.11.019	有
10.1010/j.topo1.2010.11.019	F
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際八百
カープンテッピスとはなり、 人はカープンテッピスが 四無	
1 . 著者名	4.巻
	4 · 동 170
Matsubara Yo, Sakai Hiroshi, Usuba Toshimichi	170
2 . 論文標題	F 整仁左
	5.発行年
On the existence of skinny stationary subsets	2019年
↑ ₩÷+☆	
3 . 雑誌名	6.最初と最後の頁
Annals of Pure and Applied Logic	539 ~ 557
日井やムナのスペーノーデングローナーデングートーナがロリフト	****
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.1016/j.apa1.2018.12.003	有
+	同數十苯
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
4 # # # #	4 34
1 . 著者名	4.巻
Usuba Toshimichi	246
	- 7V (- t-
2.論文標題	5.発行年
\$G_\text{Ydelta \$-topology and compact cardinals}	2019年
3 . 雑誌名	6.最初と最後の頁
Fundamenta Mathematicae	71 ~ 87
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
10.4064/fm487-7-2018	有
	The riverse
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	-
1 . 著者名	4 . 巻
Matsubara Yo, Sakai Hiroshi, Usuba Toshmichi	2081
	5.発行年
	5 . 発行年 2018年
On skinny subsets of \$P_\text{\text{\$P}} a \text{\text{\$Iambda}}	2018年
On skinny subsets of \$P_\text{\text{\$P}} a \text{\text{\$Iambda}}	
On skinny subsets of \$P_\text{\text{\$P}} a \text{\text{\$Iambda}}	2018年
3 . 雑誌名	2018年 6 . 最初と最後の頁
On skinny subsets of \$P_\text{Ykappa \text{Ylambda}} 3 . 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	2018年 6 . 最初と最後の頁 1~6
On skinny subsets of \$P_\text{*kappa \text{*Iambda}}\$ 3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	2018年 6.最初と最後の頁
On skinny subsets of \$P_\text{*kappa \text{*Iambda}}\$ 3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	2018年 6 . 最初と最後の頁 1~6
On skinny subsets of \$P_\text{*kappa \text{*lambda}} 3 . 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	2018年 6.最初と最後の頁 1~6 査読の有無
On skinny subsets of \$P_\text{kappa \text{\frac{1ambda\text{\frac{5}{4}}{8}}}} 3 . 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録 掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	2018年 6.最初と最後の頁 1~6 査読の有無

1.著者名 Usuba Toshimichi	4. 巻 2081
USUDA TOSHIMICHI	
2.論文標題	5 . 発行年
Notes on products of Lindel¥"of spaces with points \$G_¥delta\$	2018年
3. 雑誌名	6.最初と最後の頁
京都数理解析研究所講究録	57~61
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著
オープンデクセスとしている(また、その7定である)	<u>-</u>
1.著者名	4 . 巻
Usuba Toshimichi	2110
2 . 論文標題	5 . 発行年
Notes on \$G_\text{\text{\text{kappa}}-subsets of compact-like spaces},}	2019年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
京都数理解析研究所講究録	105-109
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子)	査読の有無
なし	無
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスとしている(また、その予定である)	-
〔学会発表〕 計20件(うち招待講演 7件/うち国際学会 8件)	
1.発表者名	
薄葉季路	
On Reinhardt cardinals	
3.学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会	
4.発表年	
2020年	
1.発表者名	
Toshimichi Usuba	
2.発表標題	
2 . 光衣標題 Generic setwise large cardinals	
3 . 学会等名	
Kobe Set Theory Workshop 2021(招待講演)(国際学会)	

4.発表年 2021年

1.発表者名
薄葉季路
2 . 発表標題
Variants of strong Chang's conjecture
3 . 学会等名
日本数学会2021年度年会
2021年
1. 発表者名
Toshimichi Usuba
2. 発表標題
Choiceless set-theoretic geology
3.学会等名
Higher recursion theory and set theory(招待講演)(国際学会)
4.発表年
2019年
1.発表者名 Toshimichi Usuba
TOSHIMICHI OSUDA
2. 発表標題 Choiceless set-theoretic geology
Shorteress set theoretic georogy
3.学会等名
3.子云寺石 Asian Logic Conference 2019(招待講演)(国際学会)
ASTAIL LOGIC COINCICING 2010 (日内時次)(国际于立)
4. 発表年
2019年
1.発表者名
Toshimichi Usuba
2.発表標題
Large cardinals as natural upper bounds on cardinal functions
3.学会等名
3rd Pan-Pacific International Conference on Topology and Applications (招待講演) (国際学会)
4.発表年
2019年

1.発表者名
Toshimichi Usuba
2. 発表標題
Geology of symmetric grounds
3.学会等名
Set Theory and Infinity(国際学会)
4 . 発表年
2019年
1.発表者名
薄葉季路
лжты
2.発表標題
Standard and choiceless set-theoretic geology
Time and the control of the control governgy
3. 学会等名
Summer School 2019(招待講演)
Calling Collect 2010 (1911) Harry
4.発表年
2019年
2010-
1.発表者名
- 第一章
· // / / / / / / / / / / / / / / / / /
2 . 発表標題
On generically extendible cardinals
on generically extendible cardinals
3.学会等名
- 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
1 × 1 × 1 × 1 × 1 × 1 × 1 × 1 × 1 × 1 ×
4.発表年
4 . 発表年 2020年
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名
4 . 発表年 2020年
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名
4.発表年 2020年 1.発表者名 Usuba Toshimichi
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名 Usuba Toshimichi 2 . 発表標題 The generic multiverse and large cardinals
4.発表年 2020年 1.発表者名 Usuba Toshimichi 2.発表標題 The generic multiverse and large cardinals 3.学会等名
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名 Usuba Toshimichi 2 . 発表標題 The generic multiverse and large cardinals
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名 Usuba Toshimichi 2 . 発表標題 The generic multiverse and large cardinals 3 . 学会等名 Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (国際学会)
4.発表年 2020年 1.発表者名 Usuba Toshimichi 2.発表標題 The generic multiverse and large cardinals 3.学会等名 Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (国際学会) 4.発表年
4 . 発表年 2020年 1 . 発表者名 Usuba Toshimichi 2 . 発表標題 The generic multiverse and large cardinals 3 . 学会等名 Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (国際学会)

1.発表者名
Usuba Toshimichi
2.発表標題
\$\text{\$\text{Yomega_1\$-strongly compact cardinals and cardinal functions in topology}}
2
3 . 学会等名
Reflections on Set Theoretic Reflection (国際学会)
4.発表年
2018年
2010+
1.発表者名
Usuba Toshimichi
Syntactical and semantical approach to generic multiverse
ey, was to an account of good to make the control of
3.学会等名
Sendai Logic School 2018(招待講演)(国際学会)
4.発表年
2018年
1.発表者名
1 . 発表者名 薄葉季路
薄葉季路
薄葉季路 2.発表標題
薄葉季路
薄葉季路 2.発表標題
薄葉季路 2.発表標題
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta}-topology and compact cardinals
薄葉季路 2.発表標題 \$G_\text{Ydelta}\$-topology and compact cardinals} 3.学会等名
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta}-topology and compact cardinals
薄葉季路 2.発表標題 \$G_\text{Ydelta}-topology and compact cardinals 3.学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題
薄葉季路 2.発表標題 \$G_\text{Ydelta}-topology and compact cardinals 3.学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4.発表年
薄葉季路 2.発表標題 \$G_\text{Ydelta}-topology and compact cardinals 3.学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta}\tas-topology and compact cardinals} 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{\$\frac{4}{2}}\$ topology and compact cardinals 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta}\tas-topology and compact cardinals} 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{\$\frac{4}{2}}\$ topology and compact cardinals 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta\$-topology and compact cardinals} 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年 1 . 発表者名 薄葉季路
薄葉季路 2. 発表標題 \$G_\text{\text{\$\text{\$\text{4}}\$}}\$ compact cardinals 3. 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4. 発表年 2018年 1. 発表者名 薄葉季路 2. 発表標題
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{Ydelta\$-topology and compact cardinals} 3 . 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4 . 発表年 2018年 1 . 発表者名 薄葉季路
薄葉季路 2. 発表標題 \$G_\text{\text{\$\text{\$\text{4}}\$}}\$ compact cardinals 3. 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4. 発表年 2018年 1. 発表者名 薄葉季路 2. 発表標題
薄葉季路 2. 発表標題 \$G_\text{\text{\$\text{\$\text{4}}\$}}\$ compact cardinals 3. 学会等名 一般位相幾何学の進展と諸問題 4. 発表年 2018年 1. 発表者名 薄葉季路 2. 発表標題
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{\text{\text{\text{4c}}}}
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{\text{\$\frac{4}{2}}} \$G_\te
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_\text{\text{\text{\text{4c}}}}
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_¥delta\$-topology and compact cardinals 3 . 学会等名
7
薄葉季路 2 . 発表標題 \$G_¥delta\$-topology and compact cardinals 3 . 学会等名
7

1.発表者名
薄葉季路
2.発表標題
数学基礎論と位相空間論のコンパクト
3 . 学会等名
筑波大学数学域談話会(招待講演)
4.発表年
2018年
20104
1.発表者名
/J/K J PH
2.発表標題
Axiomatization of Generic Multiverse
3 . 学会等名
証明論研究集会 2018
4.発表年
2018年
1.発表者名
薄葉季路
2.発表標題
多元宇宙の理論
」 3.学会等名
3 · 子云守石 山陰 基礎論・解析学セミナー 2019
4.発表年
2019年
1.発表者名
薄葉季路
2.発表標題
GCH at strongly compact cardinals
3 . 学会等名
日本数学会2019年度年会
4.発表年
2019年

1. 免疫者名
薄葉季路
0 7X = 1# 0X
2.発表標題
Generically extendible cardinals
3.学会等名
日本数学会2021 年度秋季総合分科会
4 . 発表年
2021年
20214
A TOTAL OF
1.発表者名
大島幸信 平田康史 薄葉季路

2 . 発表標題

Equalities for the extent of infinite products and -products

3 . 学会等名

日本数学会2021 年度秋季総合分科会

4 . 発表年

2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

C III 穴 织 纯

6	.研究組織			
	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考	
	酒井 拓史			
研究協力者	(Sakai Hiroshi)			
	松原 洋			
研究協力者	(Matsubara Yo)			
	矢島 幸信			
研究協力者	(Yajima Yukinobu)			

6 . 研究組織(つづき	•
--------------	---

	・ M 元 組織 (所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	平田 康史		
研究協力者			
研究協力者	スタマチス ディモポロス (Stamatis Dimopoulos)		

7 . 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------