

令和 5 年 6 月 14 日現在

機関番号：14501
研究種目：基盤研究(C) (一般)
研究期間：2018～2022
課題番号：18K03414
研究課題名(和文) 解析的デザイン論：組合せデザイン，ユークリッドデザイン，最適デザインの統一的研究

研究課題名(英文) Euclidean design theory: Unifying the theories of combinatorial designs, Euclidean designs and optimal designs

研究代表者
澤 正憲 (Sawa, Masanori)

神戸大学・システム情報学研究科・准教授

研究者番号：50508182
交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は，cubature，ユークリッドデザイン，最適デザインの構成理論を統一的に扱う枠組みを提案し，各研究対象の古典論の進展に寄与するものである．特にD型鏡映群に対するコーナーベクトル法と点数削減法を提案し，Graphs and Combinatorics などの関連分野の国際誌に成果を発表した．また関連研究について体系的に書かれたはじめての専門書 Euclidean Design Theory (Springer Briefs in Statistics, 2019) を執筆した．一連の研究成果により第34回日本統計学会小川研究奨励賞を受賞した．

研究成果の学術的意義や社会的意義
最適デザインに関する専門書の多くは凸最適化とのつながりを意識してまとめられたものであるのに対して，本研究の集大成ともいえる専門書 Euclidean Design Theory (Springer Briefs in Statistics, 2019) は最適デザインの構成理論を再生核やcubatureの枠組みで体系的にまとめたはじめての書であり，最適デザインとその周辺分野に斬新な視点を提供している．本研究の成果の一つに，品質管理などの分野で有用な中心複合計画やボックススペンケン計画の応答曲面計画としての次数の決定があり，応用上の反響も期待される．

研究成果の概要(英文)：This study provides a framework that unifies construction theories of cubature, Euclidean designs and optimum rotatable designs, and makes further progress on the existence problems of such objects. A main research achievement is the development of two basic constructions, namely so-called corner-vector construction and thinning construction for Weyl group of type D, which has been published in some international journals like Graphs and Combinatorics. Another main achievement is the treatise "Euclidean Design Theory", which is the first treatise compiling constructions of optimum designs in the framework of cubature and reproducing kernels, and which has been a reason for 34th Ogawa Prize from the Japan Statistical Society.

研究分野：統計的実験計画，代数的組合せ論，

キーワード：cubature 最適実験計画 ユークリッドデザイン 再生核 corner vector method

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

Cubature 公式の古典論は、直交多項式の零点の解析を中心として、数値解析学やその周辺分野において古くから研究されてきた。一方、組合せ論や離散幾何の分野では、多重同心球面上の重み付き点配置(ユークリッドデザイン)の研究が盛況である。これらの研究は、本研究開始当初までは、両分野の研究者によってそれぞれの視点から独立に進められてきた。他方、統計的実験計画法の分野では、多項式回帰モデルの未知パラメータの推定に適したサンプルリング手法(最適デザイン)の研究が古くから行われているが、そこで用いられている手法の多くは、組合せ論や離散幾何では馴染みの薄い凸解析の言葉で記述されており、このようなことが弊害となって、本研究開始当初は、cubature 公式と最適デザインの研究分野の交流は十分に行われていなかった。

2. 研究の目的

本研究は、組合せ論と実験計画法の基礎理論に基盤をおく研究代表者が、再生核と cubature 公式論の手法を用いて、あるいはそれらのハイブリッド版を提案することによって、cubature 公式や種々の「デザイン」に関する諸結果を統一する「Euclidean Design Theory」の構築を目指すものであり、これによって cubature 公式や各種「デザイン」の古典論に新たな知見をもたらすとともに、組合せ論と実験計画法、そしてそれらの周辺領域の研究交流を促進させることを目的としている。また、これらの分野と直接的な関連が見えにくいモデル理論との研究交流を通じて、基礎理論の「可算化」など、cubature 公式やデザイン理論、またモデル理論における斬新な研究課題・研究手法を創出することを目指す。本研究計画提案当初からの具体的な成果目標の一つとして分野の新たなスタンダードとなり得る当該研究課題の専門書の執筆を掲げているが、「4. 研究成果」で後述するように、その成果目標は当初予定通り達成された。

3. 研究の方法

再生核に関する高度な手法を取り入れて、拙論文「Cubature 公式の理論」(数学, 68, 24-53 (2016)) でカバーされていない、cubature や各種デザインに関する古典論の一般化および進化を目指す。再生核の理論に精通し、共著論文の執筆実績がある Yuan Xu 教授(オレゴン大)との研究交流をいっそう密にし、またデザインの可算化に関する共著実績がある 桔梗宏孝教授(神戸大)を連携研究者に迎えることで研究体制を盤石にする。研究成果を関連分野の学術誌や会合・研究集会で定期的に発表し、けねきゅ遂行上有用な着想・知見の収集に努める。

4. 研究成果

組合せ論周辺の国際研究集会 The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications 2018 (於 東北大学) においてミニシンポジウム「Finite Combinatorics and Infinite Combinatorics」を開催し、組合せ論、実験計画法、モデル理論の学者がはじめて一堂に会する機会を設けた。これを皮切りに、「神戸 組合せ論・モデル理論セミナー」を立ち上げ、モデル理論と組合せ論の研究者が問題意識を共有し、共同研究の機会を模索するためのプラットフォームを築き、現在も継続されている。

Cubature 公式・ユークリッドデザイン・最適デザインの古典的な構成法である B 型鏡映群のコーナーベクトル法 (corner vector method), またその改良を与えた Nozaki-Sawa (St Petersburg Math. Jour. 46(2013), 615-646), Sawa-Xu (Mathematics of Computation 83(2014), 1251-1277) の諸結果を, D 型鏡映群と B 型鏡映群を網羅するハイブリッド形式の拡張結果を得た。一連の研究成果は, Graphs and Combinatorics の招待論文をはじめとする組合せ論や数学一般の国際的な雑誌に発表されるとともに, 日本数学会 2020 年度秋季総合分科会 (応用数学分科会) における基調特別講演としても発表された。

研究代表者の過去の総説論文「Cubature 公式の理論」(数学, 68, 24-53 (2016)) でカバーされなかった, cubature 公式に関する古典論 (例えば「cubature 公式の不変式論」として知られている Sobolev の定理 (Dokl. Akad. Nauk SSSR, 146 (1962), 310-313)) を自乗可積分関数からなる一般の関数空間に対して拡張した。一連の研究成果と前段落の諸結果をまとめて, cubature 公式・ユークリッドデザイン・最適デザインの構成理論に関する専門書 Euclidean Design Theory (Springer Briefs in Statistics, 2019) を執筆した。これらの研究成果は日本統計学会第 34 回小川研究奨励賞を受賞理由となり, 日本統計学会誌への寄稿論文ならびに 2020 年度統計関連学会連合大会における基調特別講演として発表された。

上記の研究過程において, 有理点・有理数重みの cubature の存在問題に関する知見を得た。合理的な cubature の存在および構成問題は, 整数論の Waring 問題を解決した Hilbert (Math. Ann. 67(1909), 281-300) の仕事まで遡る。一部の研究成果は, 数学の著名誌にも掲載済みであり (例えば, Trans. Amer. Math. Soc. 373 (2020), 1243-1264), 組合せ論や数値解析学を中心とする現代の cubature 公式業界への数論の研究者の参入を促す端緒となるものである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 澤正憲	4. 巻 51
2. 論文標題 Quadrature公式の構成理論と実験計画法	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本統計学会誌	6. 最初と最後の頁 179-211
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.11329/jjssj.51.179	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 M. Sawa, M. Hirao, K. Ito	4. 巻 37
2. 論文標題 Geometric designs and rotatable designs, I	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 1605-1651
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00373-021-02274-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 M.Sawa, Y.Uchida	4. 巻 373
2. 論文標題 Algebro-geometric aspects of the Christoffel-Darboux kernels for classical orthogonal polynomials	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 1243-1264
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/tran/7998	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 M.Sawa, Y.Uchida	4. 巻 71
2. 論文標題 Discriminants of classical quasi-orthogonal polynomials with application to Diophantine equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Jour. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 831- 860
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/jmsj/79877987	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 M. Hirao, M. Sawa	4. 巻 2
2. 論文標題 On almost tight Euclidean designs for rotationally symmetric integrals	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 615-639
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00048-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 H. Yamamoto, M. Hirao, M. Sawa	4. 巻 200
2. 論文標題 A construction of the fourth order rotatable designs invariant under the hyperoctahedral group	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Planning and Inference	6. 最初と最後の頁 63-73
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jspi.2018.09.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 S. Satake, M. Sawa, M. Jimbo	4. 巻 54
2. 論文標題 Erdős-Rényi theory for asymmetric digraphs	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SUT Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 109-129
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 M. Sawa, Y. Uchida	4. 巻 71
2. 論文標題 Discriminants of classical quasi-orthogonal polynomials with application to Diophantine equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 831-860
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/79877987	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件（うち招待講演 11件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 澤正憲
2. 発表標題 ハウスドルフの構成法とquadrature公式
3. 学会等名 実験計画法とその周辺：オンラインセミナー（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 Cubature公式の構成理論とその数値解析・統計学への応用
3. 学会等名 2020年度日本数学会秋季総合分科会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 解析的なデザイン理論の構築に向けて
3. 学会等名 2020年度統計関連学会連合大会（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 On the rationality of classical orthogonal polynomials, quadrature formulas and geometric designs
3. 学会等名 日本数学会2020年度年会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 M. Sawa
2. 発表標題 Zeros of classical quasi-orthogonal polynomials and application to spherical design theory
3. 学会等名 Research on Algebraic Combinatorics, Related Groups and Algebras (RIMS Conference). (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 M. Sawa
2. 発表標題 On a certain system of Diophantine equations and Gaussian designs
3. 学会等名 10th Discrete Geometry and Algebraic Combinatorics Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 M. Sawa
2. 発表標題 A graph-theoretic construction of Dihedral quadruple systems and its countable analogue
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 古典直交多項式に対するカーネル多項式の代数幾何的側面とその応用
3. 学会等名 第35回代数的組合せ論シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 古典準直交多項式の判別式の明示公式とその応用
3. 学会等名 2018年度日本数学会秋季総合分科会 代数学分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉田 和輝, 佐竹 翔平, 澤 正憲
2. 発表標題 強さ3の巡回的準直交配列の構成法と機能的MRI実験への応用
3. 学会等名 2018年度日本数学会秋季総合分科会 代数学分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 回転不変積分に対するcubature 公式の研究の動機付け
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐竹 翔平, 吉田 和輝, 澤 正憲, F. K. H. Phoa
2. 発表標題 強さ3の巡回的準直交配列の構成と平方剰余部分列の出現位置について
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 Quadrature 公式の理論と実験計画法への応用
3. 学会等名 第12回 東京大学数理情報学談話会（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 ユークリッド空間上のデザインの統計的側面
3. 学会等名 九州大学IMI共同研究"機械学習への組合せ論的アプローチ（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 澤 正憲
2. 発表標題 幾何的デザインの理論と実験計画法への応用
3. 学会等名 東北大学情報数理談話会（招待講演）
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 M.Sawa, M.Hirao, S.Kageyama	4. 発行年 2019年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 134
3. 書名 Euclidean Design Theory	

1. 著者名 澤正憲, 萩田真理子, 神保雅一	4. 発行年 2019年
2. 出版社 丸善	5. 総ページ数 348
3. 書名 ヴァンリント&ウィルソン 組合せ論 下	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	桔梗 宏孝 (Kikyo Hirotaka) (80204824)	神戸大学・システム情報学研究科・教授 (14501)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications 2018	開催年 2018年~2018年
--	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------