

令和 6 年 6 月 27 日現在

機関番号：32678

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03431

研究課題名（和文）ボラティリティ推定に関する新提案について

研究課題名（英文）A new type of volatility estimator defined by jump diffusion model

研究代表者

金川 秀也（Kanagawa, Shuya）

東京都市大学・共通教育部・教授

研究者番号：50185899

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：30年間にわたる日経225平均株価とダウ平均株価の日時収益率について分析した。分析のために長期観測された日次株価データの数理モデルとして、従来から用いられてきたジャンプ型拡散過程において複合ポアソン過程の補正項として日次ボラティリティをかけて改良したモデルを用いた。その結果、日次ボラティリティによって基準化された日次収益率から純粋なジャンプ過程部分を選び出すことが出来ることから、このモデルの有効性を示した。またこのモデルから、30年間の日時収益率データからLevy過程成分を抽出できることから、長期観測された日次株価データをLevy過程を用いて分析できることが示された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来から実際の株価データに関し秒や分単位での短期データに適合する数理モデルは存在していたが、年単位での長期株価データの厳密な分析は困難であった。本研究では、30年間にわたる日経225平均株価とダウ平均株価の日時収益率について分析し、複合ポアソン過程の補正項として日次ボラティリティをかけて改良したモデルを提案した。そして、基準化された日次収益率から純粋なジャンプ過程部分を選び出すことが出来ることから、このモデルの有効性を示した。またこのモデルから、30年間の日時収益率データからLevy過程成分を抽出できることから、長期観測された日次株価データをLevy過程を用いて分析できることが示された。

研究成果の概要（英文）：We investigate the daily share prices of Japan NIKKEI 225 Stock Market Indexes and the Dow-Jones industrial average and shows an optical method to identify large pure jumps in these data of share prices using the Merton model defined which consists of the Black-Scholes model and a compound Poisson process with a stochastic volatility. The identification method of pure jumps will contribute to structural analysis of financial mathematical models, e.g., Levy measure of Levy process, compound Poisson process, etc. We focus on that the number of big jumps of returns of stock indexes by the following scheme. Let $R(t)$ be a normalized return of stock prices. If the sequence of share prices such that $R(t) > \text{some } >0$ fits to Poisson distribution well, then we could conclude that such share prices have pure jumps generated from the compound Poisson process. We investigate daily returns in the 30 years period from 25/May/1985 to 2/May/2015, respectively.

研究分野：確率過程論、数理統計学、数理ファイナンス

キーワード：ボラティリティ Levy過程 複合ポアソン過程 ジャンプ拡散過程

様式 C-19、F-19-1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

株価指標の時系列データを用いたリスク分析において、収益率の標準偏差であるボラティリティの推定は最も重要な問題である。特に、年単位の長期間にわたってボラティリティが時間の経過とともにランダムに変動する場合はその推定は容易でなく、現在でもランダムなボラティリティを用いて構成された株価長期間モデルを正確に求める手法は確立されていない。

2. 研究の目的

本研究では複合ポアソン過程によって構成されたジャンプ拡散過程に注目し、収益率をボラティリティによって基準化した場合に、ボラティリティが正確に予測出来た場合のみ単位時間当たりの基準化された収益率のジャンプ回数がポアソン分布に従うことを利用したボラティリティの新たな推定法について提案し、その推定精度について考察する。さらに為替などの株価指標以外の資産の収益率ボラティリティについてジャンプ拡散過程に基づく分析を行い、本研究手法が株価以外の資産にも適用出来ることを実証する。

3. 研究の方法

研究分担者の前園宣彦九州大学教授はボラティリティ推定量の漸近展開やブートストラップ法の適用を担当する。税所康正広島大学准教授はボラティリティ推定量の精度検証やジャンプ拡散過程の数値実験を担当する。細野泰彦東京都市大学准教授は品質管理における時系列分析への応用を担当する。海外共同研究者である謝南瑞国立台湾大学教授は中国・台湾の上場企業の株価分析を担当する。2018年7月に台北で開催される国際会議「AIMS2018 Taipei」に出席し、本研究で提案したボラティリティ推定について講演する。オーストラリアで2023年度に開催される国際学会MODSIM 50thに参加する。また研究分担者である前園宣彦九州大学教授と税所康正広島大学准教授との共同研究のために九州大学、広島大学に出張する。株価や為替データ分析のために必要な機材を購入する。また、データ入力などの作業のために人件費を用いる。

4. 研究成果

30年間にわたる日経225平均株価とダウ平均株価の日時収益率について分析した。分析のために長期観測された日次株価データの数理モデルとして、従来から用いられてきたジャンプ型拡散過程において複合ポアソン過程の補正項として日次ボラティリティをかけて改良したモデルを用いた。上記の問題を解決するために、ブラック・ショールズ・モデルと複合ポアソン過程から構成されるジャンプ拡散モデル(1)を提案する。

$\{S(t_k), k \geq 1\}$ を株価、 $\{B(t), t \geq 0\}$ を標準ブラウン運動、 $\{Z(t), t \geq 0\}$ を複合ポアソン過程とする。さらに、

$$\Delta S(t_{k+1}) = \mu_k S(t_k) \Delta t + \sigma_k S(t_k) \Delta B(k) + \sigma_k S(t_k) \Delta Z(t_k), \quad k \geq 0. \quad (1)$$

ただし、

$$\Delta t > 0, \quad t_k = k \Delta t, \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$\Delta S(t_k) = S(t_k) - S(t_{k-1}), \quad \Delta B(t_k) = B(t_k) - B(t_{k-1}), \quad \Delta Z(t_k) = Z(t_k) - Z(t_{k-1}),$$

また、 μ_k, σ_k は時点 t_k におけるトレンドとボラティリティである。(1)では複合ポアソン過程から収益率 $\Delta S(t_{k+1})/S(t_k)$ が生成されるため、株価指数の収益率におけるジャンプ部分 $\Delta Z(t_k)$ がポアソン分布に従うことに注目する。このスキームでは、確率ボラティリティを推定するために伝統的なヒストリカル・ボラティリティを使用し、ヒストリカル・ボラティリティを計算する。ここで、 $R(t)$ は株価日次収益率を μ_k, σ_k によって基準化したものである。ある $\beta > 0$ に対して $|R(t)|$ がポアソン分布に当てはまるような株価の列があれば、そのような株価は(1)の複合ポアソン過程から生成された純粋なジャンプを持っていることがわかり、以下の結果が導かれる。

結論

1. 日経平均株価とダウ・ジョーンズ工業株平均株価のジャンプ部分は、 $|R(k)| \geq \beta$ のときポアソン分布に適合する。したがって、ジャンプ拡散モデル(1)が株価指数データに十分に適合していると考えられる。
2. 日経平均株価については、ヒストリカル・ボラティリティの最適な観測期間は18日である。
3. ダウ・ジョーンズ工業株平均については、ヒストリカル・ボラティリティの最適な観測期間は16日である。
4. 純粋なジャンプを抽出する本スキームは、観測期間に対して頑健性を持つ。
5. $U(t_k)$ を時点 t_k における収益率を基準化したのとする、その増分 $\Delta U(t_{k+1}) = \Delta B(t_k) + \Delta Z(t_k)$, $k \geq 1$ は i. i. d. 確率変数列である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 9件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 6件）

| | |
|---|--------------------------------|
| 1. 著者名 Shuya Kanagawa, Kiyoyuki Tchizawa | 4. 巻 12 |
| 2. 論文標題 Structural Stability in 4-Dimensional Canards | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Advances in Pure Mathematics | 6. 最初と最後の頁 600, 613 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4236/apm.2022.1211046 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Shuya Kanagawa, Kiyoyuki Tchizawa | 4. 巻 ISBN 978-1-80355-094-7 |
| 2. 論文標題 4-Dimensional Canards with Brownian Motion | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Advanced Topics of Topology, IntechOpen | 6. 最初と最後の頁 25, 36 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5772/intechopen.94646 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Shuya Kanagawa | 4. 巻 10 |
| 2. 論文標題 Asymptotic Expansions for Symmetric Statistics with Degenerate Kernels | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Mathematics | 6. 最初と最後の頁 1, 10 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math10214158 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Shuya Kanagawa and Kiyoyuki Tchizawa | 4. 巻 39 |
| 2. 論文標題 4-Dimensional Canards with Brownian Motion | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Advanced Topics of Topology, IntechOpen Limited, London, UK | 6. 最初と最後の頁 1, 11 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5772/intechopen.102151 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|------------------------|
| 1. 著者名 Shuya Kanagawa and Kiyoyuki Tchizawa | 4. 巻 11 |
| 2. 論文標題 Extended Wiener Process in Nonstandard Analysis | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Applied Mathematics | 6. 最初と最後の頁 247, 254 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4236/am.2020.113019 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 S. Kanagawa and K. Tchizawa | 4. 巻 10 |
| 2. 論文標題 Proof of Ito's Formula for Ito's Process in Nonstandard Analysis | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Applied Mathematics | 6. 最初と最後の頁 561-567 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4236/am.2019.107039 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 S. Kanagawa, M. Namekawa and K. Shinkai | 4. 巻 23 |
| 2. 論文標題 An improvement of jump diffusion model for Japan Nikkei 225 indexes and its application to estimating the stochastic volatility | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Proc. 23rd International Congress on Modeling and Simulation | 6. 最初と最後の頁 505-511 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 金川秀也 | 4. 巻 22 |
| 2. 論文標題 ジャンプ拡散過程を用いた株価モデルの提案とその確率的ボラティリティ推定への応用について | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 応用力学論文集、土木学会 | 6. 最初と最後の頁 25-29 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2208/jscejam.75.2_1_25 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 S. Kanagawa, R. Nishiyama and K. Tchizawa | 4. 巻 9 |
| 2. 論文標題 Extended Wiener Measure by Nonstandard Analysis for Financial Time series | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Applied Mathematics | 6. 最初と最後の頁 975-984 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計11件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 2件)

| |
|---------------------------------|
| 1. 発表者名 上江洲弘明、金川秀也 |
| 2. 発表標題 ファジィ分割表による類似度評定とその応用 |
| 3. 学会等名 BMFSA2022年次大会 |
| 4. 発表年 2022年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 金川秀也, 上江洲弘明, 新海公昭, 梁山教大 |
| 2. 発表標題 ファジィ数と確率変数の同値関係とそのファジィシステムへの応用 |
| 3. 学会等名 バイオメディカル・ファジィ・システム学会 第35回年次大会 |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 金川 秀也 |
| 2. 発表標題 超準解析を用いた確率解析とその工学への応用について |
| 3. 学会等名 バイオメディカル・ファジィ・システム学会 第33回年次大会 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 金川 秀也, 上江洲 弘明, 野原 勉 |
| 2. 発表標題 確率微分方程式及びファジィ理論による不確実システムの分析 |
| 3. 学会等名 第65回理論応用力学講演会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 上江洲 弘明, 金川 秀也 |
| 2. 発表標題 n 次元ファジィ数ベクトルの順序とType-2ファジィ分割表分析 |
| 3. 学会等名 第32 回バイオメディカル・ファジィ・システム学会年次大会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 金川 秀也, 上江洲 弘明 |
| 2. 発表標題 ジャンプ拡散過程を用いたボラティリティ推定 |
| 3. 学会等名 第32 回バイオメディカル・ファジィ・システム学会年次大会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 染山 教大, 新海 公昭, 津田 栄, 山下 元, 金川 秀也 |
| 2. 発表標題 ファジィグラフの特性解析と応用 |
| 3. 学会等名 第32 回バイオメディカル・ファジィ・システム学会年次大会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 S. Kanagawa, M. Namekawa and K. Shinkai |
| 2. 発表標題 An improvement of jump diffusion model for Japan Nikkei 225 indexes and its application to estimating the stochastic volatility |
| 3. 学会等名 The 23rd International Congress on Modelling and Simulation (MODSIM2019) (招待講演) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名 金川秀也 |
| 2. 発表標題 ジャンプ拡散過程による時系列解析とその応用 |
| 3. 学会等名 バイオメディカル・ファジィ・システム学会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Shuya Kanagawa |
| 2. 発表標題 Estimation of Volatility of Share Prices of Stock Index Using a Jump Diffusion Model |
| 3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Shuya Kanagawa |
| 2. 発表標題 Identification of Large Jumps in Daily Share Prices of Stock Index Using a Jump Diffusion Model |
| 3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

〔図書〕 計1件

| | |
|-----------------------------|-----------------|
| 1. 著者名 金川秀也、高橋弘、西郷達彦、謝南瑞 | 4. 発行年 2019年 |
| 2. 出版社 培風館 | 5. 総ページ数 153 |
| 3. 書名 ファイナンスを読みとく数学 | |

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-------|---|---------------------------------|----|
| 研究分担者 | 滑川 光裕 (Namekawa Mitsuhiro) (60289931) | 嘉悦大学・経営経済学部・教授 (32801) | |
| 研究分担者 | 前園 宜彦 (Maezono Nobuhiko) (30173701) | 中央大学・理工学部・教授 (32641) | |
| 研究分担者 | 税所 康正 (Saisho Yasumasa) (70195973) | 東京学芸大学・教育学部・研究員 (12604) | |
| 研究分担者 | 細野 泰彦 (Hosono Yasuhiko) (40157029) | 東京都市大学・知識工学部・准教授 (32678) | |
| 研究分担者 | 上江洲 弘明 (Uesu Hiroaki) (60350401) | 金沢工業大学・基礎教育部・准教授 (33302) | |

6. 研究組織（つづき）

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-----------|--|--|----|
| 研究 分担者 | 新海 公昭 (Shinkai Kimiaki) (10612137) | 東京家政学院大学・現代生活学部・准教授 (32648) | |

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|-----------|--------------------------------|-----------------------|------------|
| 研究 協力者 | 謝 南瑞 (Shieh Narn-Rueih) | | 台湾国立大学名誉教授 |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
| | |