

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 19 日現在

機関番号：32708

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K03448

研究課題名（和文）可積分系の数理を用いた量子ダイナミクスの厳密計算

研究課題名（英文）Exact calculation of quantum dynamics using mathematical methods of integrable systems

研究代表者

佐藤 純 (Sato, Jun)

東京工芸大学・工学部・准教授

研究者番号：10735723

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000円

研究成果の概要（和文）：相互作用する量子多体系において、物理量の時間発展を精度よく計算することは困難を極める。そこで、量子可積分系として知られるスピン-1/2ハイゼンベルグXXZ模型を用いて、その厳密なダイナミクスを解析した。本研究では、開放端XXZ模型に注目し、その端スピンの自己相関関数のダイナミクスを調べた。有限系のベータ方程式の解の構造について詳細に調べた。基底状態、および低励起状態におけるストリング解の構造を明らかにし、そのベータ量子数を明らかにすることに初めて成功した。これらの成果をもとに、形状因子に対する行列式公式を用いて、形状因子展開の方法によって自己相関関数の有限時間ダイナミクスを得ることに成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究は、相互作用する量子多体系における物理量の時間発展を精度よく計算するという長年の課題に挑戦し、重要な成果を上げている。また、有限系のベータ方程式の解の構造について詳細に調べた。ベータ方程式は、量子可積分系の解析において重要な役割を果たす方程式であるが、その解の構造は複雑で、完全には解明されていなかった。さらに、形状因子に対する行列式公式を用いて、形状因子展開の方法によって自己相関関数の有限時間ダイナミクスを得ることに成功した。これは、従来の手法では困難だった自己相関関数の有限時間ダイナミクス解析を可能にするものであり、この分野における大きな進歩と言える。

研究成果の概要（英文）：Exact calculation of the time evolution of physical quantities in interacting quantum many-body systems is notoriously difficult. To address this challenge, we have analyzed the exact dynamics of the spin-1/2 Heisenberg XXZ model. In this study, we focus on the open-boundary XXZ model and investigate the dynamics of its edge spin auto-correlation function. We study the structure of the solutions of Bethe equations for finite systems, and for the first time, we elucidate the structure of string solutions in the ground state and low-lying excited states, revealing their Bethe quantum numbers. Building on these results, we successfully derive the dynamics of the auto-correlation function using the determinant formula for the form factor via the form factor expansion method.

研究分野：量子可積分系

キーワード：量子可積分系 ベータ仮説 ストリング解 量子ダイナミクス 開放端XXZ模型

## 様式 C-19、F-19-1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

相互作用する量子多体系において、物理量の時間発展を精度よく計算することは困難を極める。これまでの多くの研究では、平均場理論や摂動論などの近似手法に頼らざるを得なかった。1次元系の場合、強い量子揺らぎのためにこれらの近似手法は破綻するが、量子可積分系と呼ばれる一連の厳密に解けるモデルが存在する。これらを解析するためには、ベータ方程式の解の構造を明らかにする必要があるが、特に解放端境界条件の場合にはほとんどが未解明であった。

### 2. 研究の目的

ベータ方程式の根の複素平面における構造を明らかにし、量子可積分系のダイナミクスを厳密に計算する。さまざまな初期状態からの非平衡ダイナミクスを計算し、非平衡統計力学の基礎付けを目指す。

### 3. 研究の方法

有限系のベータ方程式の数値解を探索する。特に、ダイナミクスに重要な寄与をする低エネルギー励起に対し、そのベータ量子数を同定し、そのベータ根を求める。ストリング仮説からのずれを厳密に求める計算方法を確立し、有限系の非平衡ダイナミクスを計算する。

### 4. 研究成果

開放端 XXZ 模型に注目し、その端スピンの自己相関関数のダイナミクスを調べた。有限系のベータ方程式の解の構造について詳細に調べた。基底状態、および低励起状態におけるストリング解の構造を明らかにし、そのベータ量子数を明らかにすることに初めて成功した。これらの成果をもとに、形状因子に対する行列式公式を用いて、形状因子展開の方法によって自己相関関数の有限時間ダイナミクスを得ることに成功した。

マルチ量子ソリトンの構成とそのダイナミクスの解析を集中的に行った。まず、従来の量子ソリトンの構成を素直に拡張することにより、2-ダークソリトンが構成できることを示した。密度プロファイルを行列式公式で数値計算することにより、量子ソリトンの位相の回転数などを解析した。その結果、系の運動量を並進することにより、位相の回転数が増していくことを見出した。

また、全く新しいマルチ量子ソリトンの構成法も提案した。古典ソリトンにおけるタウ関数と頂点演算子によるマルチソリトンの構成法に着想を得て、量子系のベータ量子数の空間において、1-ソリトンを表す 1-hole 状態のセグメントの直積集合を取ることにより、マルチ量子ソリトンを構成できることを示した。これにより、古典ソリトンの特徴的な性質である衝突における位相シフトを、量子ソリトンで初めて観測することに成功した。さらに、位相シフトの結合定数依存性を調べ、量子性がどのような相互作用領域で効いてくるのかを解析した。

また、ASEP と呼ばれる確率過程模型のベータ方程式の根を詳しく調べた。根が虚部を持つ場合、通常のエルミートな物理系の場合には、ストリング仮説と呼ばれる規則的な配置を複素平面で取ることが知られている。このストリング仮説が、非平衡性を表す非エルミートな物理系の場合にどう変形されるかを詳しく調べた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yuki Ishiguro, Jun Sato, Takahiro Ezaki, , Katsuhiko Nishinari	4. 巻 4
2. 論文標題 Constructing quantum dark solitons with stable scattering properties	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review Research	6. 最初と最後の頁 L032047
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevResearch.4.L032047	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kayo Kinjo, Eriko Kaminishi, Takashi Mori, Jun Sato, Rina Kanamoto, Tetsuo Deguchi	4. 巻 8(1)
2. 論文標題 Quantum Dark Solitons in the 1D Bose Gas: From Single to Double Dark-Solitons	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Universe	6. 最初と最後の頁 2
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/universe8010002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yuki Ishiguro, Jun Sato, Katsuhiko Nishinari,	4. 巻 90
2. 論文標題 Relationships among the asymmetric simple exclusion process, the Burgers equation and the derivative nonlinear Schrodinger equation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 114008
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.90.114008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takashi Imoto, Jun Sato, Tetsuo Deguchi	4. 巻 52
2. 論文標題 Exact regimes of collapsed and extra two-string solutions in the two down-spin sector of the spin-1/2 massive XXZ spin chain	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 35203
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1751-8121/aaf29f	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kayo Kinjo, Jun Sato, Tetsuo Deguchi	4. 巻 56
2. 論文標題 Dynamics of quantum double dark-solitons and an exact finite-size scaling of Bose-Einstein condensation	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 164001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/acc496	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuki Ishiguro, Jun Sato, Katsuhiro Nishinari	4. 巻 5
2. 論文標題 Asymmetry-induced delocalization transition in the integrable non-Hermitian spin chain	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review Research	6. 最初と最後の頁 33102
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevResearch.5.033102	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 佐藤純, 石黒裕樹, 西成活裕
2. 発表標題 微分型非線形 Schrodinger 方程式のソリトン解と排他的確率過程の対応
3. 学会等名 非線形波動から可積分系へ 2022, 久留米工業大学
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐藤純
2. 発表標題 量子可積分系の相関関数
3. 学会等名 公立鳥取環境大学 応用数理研究交流会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐藤純
2. 発表標題 確率過程と微分型非線形シュレディンガー方程式
3. 学会等名 第19回数学総合若手研究集会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 石黒裕樹, 佐藤純, 西成活裕
2. 発表標題 可積分非エルミートスピン鎖におけるベ-テ方程式の双対共役性
3. 学会等名 日本物理学会 2021年秋季大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 石黒裕樹, 佐藤純, 西成活裕
2. 発表標題 量子可積分系におけるソリトンの量子効果
3. 学会等名 日本物理学会 第77回年次大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 金城佳世, 佐藤純, 出口哲生
2. 発表標題 1次元ボーズ粒子系における量子ダークソリトンのダイナミクス
3. 学会等名 日本物理学会 第77回年次大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐藤純, 上原恵理香, 金城佳世, Jason Cantarella, Clayton Shonkwiler, 出口哲生
2. 発表標題 抵抗距離を用いたネットワーク弾性率の計算
3. 学会等名 日本物理学会 2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 佐藤純, 上原恵理香, 金城佳世, Jason Cantarella, Clayton Shonkwiler, 出口哲生
2. 発表標題 ネットワーク理論を用いた高分子弾性の厳密解析
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 石黒裕樹, 佐藤純, 西成活裕
2. 発表標題 非対称単純排他過程におけるベーテ方程式のストリング解
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 井元隆史, 佐藤純, 出口哲生
2. 発表標題 Massive-XXZ鎖のtwo down-spin sectorのBethe量子数と解の形について
3. 学会等名 日本物理学会 2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 石黒裕樹, 佐藤純, 西成活裕
2. 発表標題 微分型非線形シュレディンガー方程式とBurgers方程式の対応とASEPの有限粒子補正
3. 学会等名 日本物理学会 2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 佐藤純, 西成活裕
2. 発表標題 非一様な非対称単純排他過程の厳密解
3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤純
2. 発表標題 境界量子転送行列法による量子ダイナミクスの厳密解析
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤純, 石黒裕樹, 西成活裕
2. 発表標題 非一様な非対称単純排他過程の厳密な定常状態
3. 学会等名 日本数学会2024年度年会
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------