

令和 3 年 5 月 30 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K03474

研究課題名(和文)量子系のエンタングルメントと幾何学に関する情報理論的研究

研究課題名(英文) Information-Theoretical Study of Entanglement and Geometry in Quantum Systems

研究代表者

松枝 宏明 (MATSUEDA, Hiroaki)

東北大学・工学研究科・教授

研究者番号：20396518

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：量子臨界系と古典的一般相対論の双対性(ホログラフィー原理)は、様々な物理分野の共通課題を含む非常に基礎的な研究課題である。この背景を情報幾何学・数理物理・物性物理などの異分野横断的観点から明らかにしたいということが本研究の大きな目的である。この実現のために、(1)特異値分解の機能性とホログラフィー原理の研究、(2)情報幾何学による量子古典変換理論の構築、の2つの具体的課題について研究を行い、一定の成果を得た。特に(1)に関しては、量子系の相関関数の族の情報の特異値分解(主成分解析)から波動関数が復元・推測できることが分かり、この成果が量子古典変換メカニズムの理解に貢献できることが分かった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

情報に関わる研究は現代の最重要テーマの一つである。AIや深層学習は現代技術社会における必須の技術であり、また量子コンピュータは国家的な戦略課題でもある。それと並行して、基礎科学の大きな革新である次世代物理学の構築にも量子情報理論の観点は本質的な役割を果たすと考えられている。本研究は極めて数理物理的な基礎研究ではあるものの、このような非常に広い視点から後者に貢献すべき堅実な研究成果であり、そこに学術的・社会的意義があると考えられる。

研究成果の概要(英文)：The duality (holographic principle) between quantum critical systems and classical general relativity is a very basic research subject that includes common issues in various physical fields. The main purpose of this research is to clarify this background from cross-disciplinary perspectives such as information geometry, mathematical physics, and condensed matter physics. To achieve this, I conducted research on two specific issues: (1) research to the functionality of singular value decomposition and holographic principles, and (2) construction of quantum classical correspondence by information geometry. In particular, regarding (1), it was found that the wave function can be restored and inferred from the singular value decomposition (principal component analysis) of the family information of the correlation function of the quantum system, and it is found that this result can contribute to the understanding of the mechanism of the quantum classical correspondence.

研究分野：物性基礎論

キーワード：エンタングルメント 情報幾何学 量子古典変換 ホログラフィー原理 くりこみ群 特異値分解

1. 研究開始当初の背景

理論物理学の多方面の領域(物性・素粒子・数理物理)において、「(A) エンタングルメント(量子もつれ)」と「(B) ホログラフィー原理」は、分野を横断した極めて重要な共通概念として定着しつつある。これらの深い理解が得られれば、理論物理学の伝統手法ではアプローチが困難であった諸問題の核心に迫ることが可能であるだけでなく、次世代の物理学を構築する重要な鍵ともなる。その理由としては、(A)に基づくエンタングルメント・エントロピーが系の量子相関を測る優れた指標であること、(B)がバルク境界対応に基づいて量子論と一般相対論をつなぐ重要な原理となり得るためである。またそれらの特徴ゆえに「くりこみ群」「可積分性」「重力」「量子古典変換」などの広大・深遠な理論物理の体系が、共通概念(A)(B)により非常にシンプルかつクリアに統一されることによる。更に(A)は量子情報理論における基本概念でもあり、異分野融合を図りながら、物理学の枠を超えたより対極的な視点から問題を捉えるところにもその特徴がある。物性物理分野で大きな興味を持たれているスピントロニクスやトポロジカル物質も、物質の電子構造の背景にある数理構造を明らかにしたことによって大きな発展を遂げている。物理現象の数学的抽象化・物理理論の情報論的再構築が現代物理の潮流を支えているといっても過言ではない。

(A)および(B)に基づいた異分野融合型研究は、近年、世界的な潮流である。研究の発芽は古くから存在しているが、現代的な発展はここ20年の間であり、現在は分野の草創期が過ぎて壮年期に入ったといつてよい状況である。分野草創期には、(A)の物理的意味が探求され、エンタングルメント・エントロピーのスケーリング法則が面積則に従い熱力学的エントロピーと異質のものであること、相関関数の対数やブラックホール・エントロピーと振る舞いが近いことなどが明らかとされた。また(B)の具体的な例として、量子多体系の臨界点近傍の状態と負曲率時空中における一般相対論の等価性(AdS/CFT対応)(J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1997))が明らかとされた。これらの研究成果の上に、量子臨界系における適切なテンソルネットワーク型波動関数の構成法である「エンタングルメントくりこみ群(MERA)」(G. Vidal, Phys. Rev. Lett. 99, 220405 (2007))や、AdS/CFT対応に基づいて量子系のエンタングルメント・エントロピーを双対な重力理論の幾何学量で表現する「笠 - 高柳の公式」(S. Ryu and T. Takayanagi, Phys. Rev. Lett. 96, 181602 (2006))に関して理解を深めることが最も重要な鍵となることが明らかとなった。

負曲率時空は動径座標方向にスケールが系統的に変化するため、実空間くりこみされた元の量子系の相関の情報時空の異なる領域に格納されることが上記の量子古典変換を理解する大きなポイントである。したがって研究課題の核心をなす学術的「問い」は、量子データの格納機構を決定する幾何学(量子状態の違いを計量テンソルとみなす)を情報論の視点から理解すること、また、何故、その幾何構造がアインシュタイン方程式の解として一般相対論と自然に結びつくのかということを理解することである。これらの問いに対する答えあるいはヒントが得られれば、基礎物理学を大きく進展させることに貢献できる。

2. 研究の目的

上記の課題を解決するためには情報論的なアプローチが必須であり、本課題では「特異値分解」「情報幾何学」「ウェーブレット」による量子古典変換の幾何学的理論の構築を行った。いずれも情報分野では主成分解析・推定問題・データ圧縮で頻出する手法であるが、それと同時に「(A) エンタングルメント」を、は「(B) ホログラフィー原理」をより前提知識なしに定義し得る最適の概念であり、本課題への応用が期待されていた。

そこで本研究の目的は、量子臨界系と一般相対論の双対性(ホログラフィー原理)を、情報幾何学・数理物理の観点から明らかにすることとした。特に、量子状態間の相関長の違いを計量とする幾何学を定義し、ホログラフィーにおけるアインシュタイン方程式やブラックホールの情報幾何学的意味を明らかにする。また、ホログラフィーと同等の数理構造を持つエンタングルメントくりこみ変分波動関数を解析し、対象とする量子系の可積分性や多重解像度構造がどのように波動関数に内蔵されているか明らかにする、特異値分解・情報幾何学・ウェーブレット解析を援用してこの視点を数学的に定式化し、伝統的な場の量子論ではアプローチしにくい上記課題を効果的に扱う新しい手法を考案する。新手法に基づいて具体的には以下の3課題を解決することとした。(1)特異値分解の機能性とホログラフィー原理の研究、(2)情報幾何学による量子古典変換理論の構築、(3)MERAネットワークのウェーブレット解析

3. 研究の方法

申請者は、科研費基盤研究(C)「量子・情報物理・幾何の絡み合いの解明：量子古典対応の研究」(平成27年度～平成29年度)において、本研究につながる基礎的研究を推進してきた。本

研究ではこの基盤研究(C)の成果を足掛かりに、量子古典変換における古典サイドの幾何学構造の導入法に特に注目しながら、より発展性の高い成果を目指して研究を行った。

(1) 特異値分解の機能性とホログラフィー原理の研究

特異値分解はホログラフィーと同等の数理を備えていることが本課題推進者らの一連の研究で明らかとなってきた。また複雑データの多重スケール分解として、連続極限では Mellin 変換となることが理論的に予想されている。この理論予想をスピン系の数値解析で詳細に調べた。また、量子系と古典系に特異値分解を応用すると、スケール分解において UV/IR 関係式が逆転するが、その機構を明らかにすることとした。

(2) 情報幾何学による量子古典変換理論の構築

量子系のエンタングルメントを定義する際には、全系を部分系と環境に空間的に分割し、それらの間の量子相関を考える。これをシュミット分解で表すと、各シュミット係数が対応する基底の出現確率の意味を持ち、その確率の性質を使って情報幾何学の計量テンソルが導入できる。すなわち、量子系のエンタングルメントと幾何学の計量テンソルは非常に類似の物理量であることが情報幾何学的には自然に表現できる。このことから AdS/CFT 対応の数学的背景が解析可能か検討することが大きな目的であった。特筆すべきことは、ここ数年の研究の進展で、特に数学者や相対論者との共同研究が実現し、これまでは得られなかった厳密な計算が可能となったことである。アタックすべき問題は既知の量子古典変換を雛形としたものであるが、それを情報幾何学的に解析した場合に一段深い物理的・数理的視点が得られるかを問いとした。

(3) MERA ネットワークのウェーブレット解析

ウェーブレットは古典的な多重スケール解析では非常に有用であるが、MERA との関わりからこれを量子臨界系に応用する方法を考察した。またその過程で量子可積分性や特異値分解の性質がどのように MERA に変換されるか明らかにした。

4. 研究成果

上記(1)(2)(3)の各課題に関して、この3年間の研究成果は以下の通りである。

(1) 物性物理の典型的な量子臨界系である 1 次元ハイゼンベルグ模型の情報論的解析を行って、そこから量子古典変換につながる情報の発見を試みた。特に、過去に研究を進めた古典スピン系のモンテカルロ・スナップショット・エントロピーの量子版となりえる物理量を模索した。そこで全てのサイト間の相関関数を並べた行列の特異値分解に着目し、それを量子的特異値分解あるいは量子特徴抽出法と称して研究を進めた。全てのサイト間の相関関数を包括的に扱うことにより、情報の族・集合から大局的な視点で物理系の主成分を自動抽出したいということがこの方針を採用した着眼点である。システムサイズが N のとき、この行列の次元は N である。一方、元の波動関数やヒルベルト空間の次元は 2^N である。すなわち、この相関関数行列は問題の完全な情報のごく一部しか持っていない。ところが、特異値分解を効果的に用いる事により、波動関数の構造をよく推定でき、これが 1 次元高い古典論の幾何学構造と深く関係していることの傍証を得た(研究業績[1-6])。このような劣決定問題としてのアプローチが、自由度の少ない古典系への量子情報のマッピングを考えるうえで示唆に富む情報を与えることが分かった。更にこの結果は、ハイゼンベルグ模型の基底状態を量子アニーリング(D-wave に搭載されている量子アルゴリズム)で求める際にも表れることが分かり、今後の研究が待たれる。また UV/IR 関係式や Mellin 変換には研究期間内に触れることができなかったが、量子特徴抽出法を応用して研究が可能である傍証を得ており、今後更なる研究を進めていく必要がある。

[1] 松枝宏明, 「1次元自由電子系のエンタングルメントスペクトルに対するヘッセ幾何学()」, 日本物理学会(2018年9月)

[2] 松枝宏明, 「トポロジカル秩序を持つ系の特異値分解による解析」, 日本物理学会(2019年9月)

[3] 松枝宏明, 「Information-Theoretical Approaches to Measurement and Control of Novel Quantum Excitations in Condensed Matter」, Tohoku U×CROSS×JAEA 連携セミナー及び第62回黎明研究会(2021年2月25日(木)@オンライン)

[4] 熊本達也・大金幸平・松枝宏明, 「1次元 Kondo 不純物模型における量子相関行列の研究」, 日本物理学会(2021年3月)

[5] 大金幸平・熊本達也・松枝宏明, 「1次元 Heisenberg モデルにおける相関行列の量子特異値分解」, 日本物理学会(2021年3月)

[6] Kohei Ohgane, Tatsuya Kumamoto, and Hiroaki Matsueda, "Quantum Singular Value Decomposition of Spin Correlation Matrix in One-Dimensional Heisenberg Model", J. Phys. Soc. Jpn. 90, 054001 (2021)

また関連研究として、異分野横断で共同研究した下記[7]の業績を得た。

[7] Yuya Abe, Kenji Fukushima, Yoshimasa Hidaka, Hiroaki Matsueda, Koichi Murase, and

Shoichi Sasaki, "Image-processing the topological charge density in the CP^{N-1} model", Prog. Theor. Exp. Phys. 013D02 (2020)

(2) AdS/CFT に関わる基礎研究の多くが素粒子論的内容で占められている中で、本課題推進者は物性基礎論における話題や情報理論を駆使して、本分野では独自の視点と成果を築いてきた。本研究でもこの流れを継承し、ここでしかできない異分野横断的アプローチによって研究を加速させた。先行研究として、一次元自由電子系の相関関数行列((1)の研究と類似の方法)の固有値分析からエンタングルメント・ハミルトニアンが構成できることが知られている(Siew-Ann Cheong and Christopher L. Henley, Phys. Rev. B69, 075111 (2004); 075112 (2004))。この方法の数学的な背景として Toeplitz 行列に対する Fisher-Hartwig 予想などの多くの蓄積があり、これらの知見に基づいて、一次元自由電子系の情報幾何学が構成できる。それにより、元の一次元自由電子系(量子系)の部分系サイズやエンタングルメントの情報が、幾何学サイドのどのようなパラメータにマップされるかが明らかとなった(研究業績[8])。但し、この結果は共形場の理論と近いところと異なるところがあり、その差異については考察中である。その調査を促進するために、理研グループとの数値計算的研究での連携を進めている。課題実施期間内の論文投稿・採録は叶わなかったが、数学的に確実な業績部分については現在論文を執筆中である。

[8] 日本物理学会秋季大会(2020年9月@オンライン)

松枝宏明,「ゲージ重力対応の情報幾何学的研究 - 古典座標の量子対応物に関する検討 -」

(3) MERA ネットワーク型変分波動関数の最適化を量子論理回路の問題と捉え定式化を行った。その変分最適化条件と、対象としている量子多体系の可積分性の条件である Yang-Baxter 方程式に極めて類似の数値構造を見出した。またこれが先行研究の結果とも整合していることが分かった(Glen Evenbly and Steven R. White, Phys. Rev. Lett. 116, 140402 (2016))。少数量子スピン系での解析は行うことができたが、大きなシステムサイズに一般化するための数学理論の構築までには至らなかった。しかしながら、この点は色々な大学や研究所で招待いただいた集中講義やセミナーにおいて議論を進めてきた。また関連研究の学会発表は行ってきた(研究業績[9])。今後、更なる研究の推進によって成果につなげていきたいと考えている。

[9] 松枝宏明・森知生・佐藤健太郎,「特異値分解とウェーブレット変換の比較」,日本物理学会(2020年3月)

上記の成果の基礎的な部分は下記の集中講義においても講演している。

名古屋大学大学院理学研究科集中講義(2020年9月2日(水)~4日(金)@オンライン)

「ハドロン物理学特別講義2 量子物理・時空物理に対する情報論的アプローチ」

また上記(1)(2)(3)に加え、特異値分解・エンタングルメント・高次元視点の研究成果を物性物理における光誘起相転移の研究に生かす方法での共同研究が進み、下記の成果につながった(研究業績[10-15])。本課題内容そのものではないが、関連する成果としてここに記載する。

[10] 及川達希・松枝宏明,「Lieb-Liniger 模型におけるベータ仮説と複合励起」,日本物理学会(2018年9月)

[11] Kunio Ishida and Hiroaki Matsueda, "Dynamics of photoinduced phonon entanglement generation between remote electron-phonon systems", arXiv:2005.14615

[12] 日本物理学会第75回年次大会(2020年月日(@))

石田邦夫・松枝宏明,「遠隔系間の光誘起フォノン量子もつれ生成ダイナミクスと光学応答」

[13] 日本物理学会2020年秋季大会(2020年9月8日(火)~11日(金)@オンライン)

石田邦夫・松枝宏明,「遠隔系間に生成される光誘起量子もつれ状態の複合粒子描像による解析」

[14] 日本物理学会第76回年次大会(2021年3月15日(月)@オンライン)

松枝宏明・井出恕也・石田邦夫,「環境及び励起光と結合した量子ビット系に対するエンタングルメントによる固有状態の分類」

[15] 日本物理学会第76回年次大会(2021年3月15日(月)@オンライン)

石田邦夫・松枝宏明,「光誘起量子もつれ生成におけるフォノン状態のダイナミクス」

得られた成果の国内外における位置づけや波及効果としては、既に何度か述べてきたように、物性物理を中心とした分野への応用可能性の道が見えてきたことである。それに伴い、研究協力・共同研究が進んでおり、より広範に量子情報物理学の重要性・必要性をアピールできたと考えている。また逆に今後は量子光学・量子情報通信・量子測定の分野から新たな知見を導入することで、本理論を更に発展させることも必要であると考えている。

この3年間の計画期間中、仙台高等専門学校の副校長業務、仙台高等専門学校から東北大学への転職、コロナウイルス感染症拡大防止など、様々な困難・制約があり、当初予定した具体的課題のすべてが完遂できなかったことは非常に残念である。しかしながらその中であっても新たな成果や視点を果たしたことは非常に大きく、次の発展的研究につながる基盤ができたと考えている。令和3年度～令和5年度に採択されている科研費基盤(C)「エンタングルメントおよびホログラフィー原理に基づく量子特徴抽出法の研究」においては、この成果・観点を生かして、エンタングルメントの基礎研究を物性物理のスペクトロスコピー解析などに応用する数理基盤を構築する予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Yuya Abe, Kenji Fukushima, Yoshimasa Hidaka, Hirokai Matsueda, Koichi Murase, Shoichi Sasaki	4. 巻 013D02
2. 論文標題 Image-processing the topological charge density in the CP(N-1) model	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 1-19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/ptep/ptz134	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kohei Ohgane, Tatsuya Kumamoto, Hiroaki Matsueda	4. 巻 90
2. 論文標題 Quantum Singular Value Decomposition of Spin Correlation Matrix in One-Dimensional Heisenberg Model	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1-9
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.90.054001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件（うち招待講演 4件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 松枝宏明
2. 発表標題 トポロジカル秩序を持つ系の特異値分解による解析
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松枝宏明, 森知生, 佐藤健太郎
2. 発表標題 特異値分解とウェーブレット変換の比較
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hiroaki Matsueda
2. 発表標題 Singular Value Decomposition & Information Geometry - Information-Theoretical Approaches to Interdisciplinary Physics Research -
3. 学会等名 KITS Workshop on "Electron correlation, Quantum Biology and Quantum Information", KITS Beijing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松枝宏明
2. 発表標題 ホログラフィック原理と情報幾何・エンタングルメント
3. 学会等名 東大物性研研究会「量子情報・物性の新潮流-量子技術が生み出す多様な物性と情報処理技術-」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroaki Matsueda
2. 発表標題 Singular-Value-Decomposition Study of Holography and Renormalization
3. 学会等名 International Conference on Holography, String Theory and discrete Approaches in Hanoi, Institute of Physics, VAST, Hanoi, Vietnam (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 及川達希, 松枝宏明
2. 発表標題 Lieb-Liniger模型におけるベ-テ仮説と複合励起
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松枝宏明
2. 発表標題 1次元自由電子系のエンタングルメントスペクトルに対するヘッセ幾何学()
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松枝宏明
2. 発表標題 Information-Theoretical Approaches to Measurement and Control of Novel Quantum Excitations in Condensed Matter
3. 学会等名 Tohoku U x CROSS x JAEA連携セミナー及び第62回黎明研究会(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 熊本達也, 大金幸平, 松枝宏明
2. 発表標題 1次元Kondo不純物模型における量子相関行列の研究
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大金幸平, 熊本達也, 松枝宏明
2. 発表標題 1次元Heisenbergモデルにおける相関行列の量子特異値分解
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松枝宏明, 井出恕也, 石田邦夫
2. 発表標題 環境及び励起光と結合した量子ビット系に対するエンタングルメントによる固有状態の分類
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 石田邦夫, 松枝宏明
2. 発表標題 光誘起量子もつれ生成におけるフォノン状態のダイナミクス
3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 石田邦夫, 松枝宏明
2. 発表標題 遠隔系間に生成される光誘起量子もつれ状態の複合粒子描像による解析
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 石田邦夫, 松枝宏明
2. 発表標題 遠隔系間の光誘起フォノン量子もつれ生成ダイナミクスと光学応答
3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

投稿中の論文は以下の通り：

Kunio Ishida and Hiroaki Matsueda, "Dynamics of photoinduced phonon entanglement generation between remote electron-phonon systems", arXiv:2005.14615

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------