

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 3 年 6 月 22 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2020

課題番号：18K03613

研究課題名（和文）ホログラフィー等分配則と非加法的エントロピーに基づく革新的宇宙論モデルの構築

研究課題名（英文）Cosmological model from the holographic equipartition law with a nonadditive entropy

研究代表者

小松 信義（KOMATSU, Nobuyoshi）

金沢大学・機械工学系・准教授

研究者番号：20436827

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,500,000円

研究成果の概要（和文）：加速膨張宇宙のメカニズムを熱・統計力学的な視点から解明するため、非加法的エントロピーをホログラフィー等分配則に適用した宇宙論モデルを構築した。本モデルの加速度方程式の駆動項が熱力学第二法則で制約されていると考え、駆動項の上限値は観測されている宇宙項の大きさとほぼ一致することが判明した。

さらに、べき乗型の駆動項を本モデルに適用し、熱力学的な視点から散逸的宇宙と非散逸的宇宙を系統的に解析した。その結果、本解析では、非散逸的宇宙が、観測データとエントロピー最大化原理に関する熱力学的制約条件を満足することが判明した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

宇宙の加速膨張を説明するため、「ダークエネルギーを仮定した宇宙論モデル」が、標準モデルとして提案されている。しかし、標準モデルは、観測データと合うようにダークエネルギーの密度パラメータをチューニングする。本研究では、熱力学的な視点から、加速膨張宇宙のメカニズムを解明するため、新しい宇宙論モデルを構築し、このモデルの熱力学的制約条件を導出した。その結果、加速膨張に寄与する「加速度方程式の駆動項」（ダークエネルギーに相当）の上限値は熱力学的に制約され、その上限値は観測データとほぼ一致することが判明した。加速膨張宇宙のメカニズムを理解する上で、熱力学的アプローチが重要な役割を果たすことが示された。

研究成果の概要（英文）：A cosmological model is derived from the holographic equipartition law with a nonadditive entropy, in order to understand an accelerated expansion of the late universe from viewpoints of thermodynamics and statistical mechanics. The second law of thermodynamics should constrain the upper limit of an extra driving term of the acceleration equation in the present model. The upper limit implies that the order of the driving term is likely consistent with the order of the cosmological constant measured by observations.

In addition, a power-law term is applied to the present model, in order to systematically examine dissipative and nondissipative universes from a thermodynamics viewpoint. Consequently, a nondissipative model is found to be consistent with observations and satisfy the thermodynamic constraints related to the maximization of entropy. This result shows that the nondissipative universe is likely favored.

研究分野：宇宙物理にする理論，数理物理，物性基礎，流体力学，航空宇宙工学

キーワード：加速膨張宇宙 宇宙論 ホログラフィー原理 エントロピー 宇宙項

1. 研究開始当初の背景

(1) [ダークエネルギーと宇宙定数問題]

Boltzmann は、熱力学第二法則を宇宙全体に適用し、宇宙は最終的に「熱的死」と呼ばれる平衡状態に到達すると推測した。しかし、加速膨張宇宙の発見は、「熱的死」とは異なるパラダイムを示唆している。この加速膨張は、一般相対性理論の重力方程式に「負の圧力を有するダークエネルギー(万有斥力に相当する宇宙定数 $\Lambda$ )」を仮定した標準モデルで説明されている(図1)。しかし、ダークエネルギーには多くの疑念もある。例えば、ダークエネルギーは、真空エネルギーと関連すると予想されている。一方、観測データに基づくと、ダークエネルギーのエネルギー密度は、真空エネルギーの量子場の理論値と比べて、60桁~120桁も小さい。これは宇宙定数問題と呼ばれ、宇宙の力学的進化にも関わる未解決問題である。

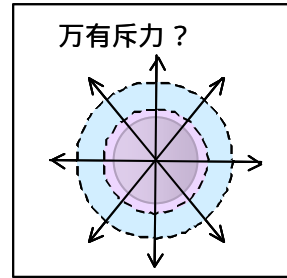


図1 宇宙の加速膨張

(2) [従来モデルとエネルギー密度の制約条件]

このため、「宇宙定数 $\Lambda$ に相当するダークエネルギーとコールドダークマター(Cold Dark Matter)を仮定した宇宙論モデル」(標準モデル:  $\Lambda$ CDM モデル)を超えた理論が切望され、粒子生成モデル等の多数の理論が提案されている。しかし、現状では、ダークエネルギーの密度パラメータに相当する「加速度方程式の駆動項」の大きさを、観測データに合うようにチューニングする方法が主流である。したがって、従来モデルでは、加速度方程式の駆動項のオーダーを理論的に説明することさえも、あきらめざるを得なかった。

(3) [ホログラフィー等分配則とエントロピー]

密度パラメータのチューニングを行わずに、加速膨張宇宙を説明できる可能性を秘めたアプローチとして、「熱力学第二法則」と「ホログラフィー原理」が有効であると、研究代表者は考えた。実は、ブラックホールのエントロピーは、その体積ではなく表面積に比例する。このブラックホール熱力学のアナロジーとして、ホログラフィー原理では、 $N$ 次元空間内の情報が  $N-1$ 次元表面上に蓄積されていると解釈する。例えば、ホログラフィー原理に基づき、「宇宙の事象の地平面上に作用するエントロピー力が、加速膨張の駆動力になる」などといった様々なアイデアが提案されている。その中で、本研究では、ホログラフィー原理を拡張したホログラフィー等分配則に注目する[引用文献, ]。ホログラフィー等分配則では、宇宙の事象の地平面上の自由度  $N_{\text{表面}}$  と体積内の自由度  $N_{\text{体積}}$  の差が、宇宙体積の時間変化  $dV/dt$  の要因であると考え(図2)。ここで、地平面上の自由度  $N_{\text{表面}}$  は地平面上のエントロピー(Bekenstein-Hawking entropy)に比例する。これらの関係式を用いると、(駆動項以外は)標準モデルと等価な加速度方程式が得られる。したがって、「熱力学第二法則に基づいて、駆動項の大きさを評価できる」と期待される。

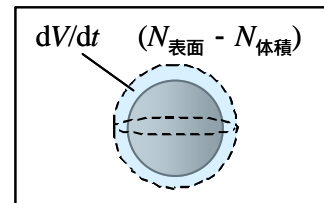


図2 ホログラフィー等分配則

(4) [問題点]

しかし、従来のホログラフィー等分配則から導出される加速度方程式には、駆動項が現れないため、「加速膨張宇宙を再現できない」という問題があった。研究代表者は、この問題が Boltzmann 統計に基づく Bekenstein-Hawking entropy にあると推察した。実は、Boltzmann 統計は「系を独立な部分系に分割できる加法的」を仮定している。しかし、重力などの長距離系は非加法的であり、独立な部分系に分割できない(図3)。したがって、加速膨張宇宙を再現し、駆動項の大きさを理論的に評価するためには、非加法的エントロピーが鍵であると、予備研究から研究代表者は推測した。この予備研究では駆動項として、 $H^\alpha$ 項が得られている( $H$ : Hubble 係数,  $\alpha$ : 非加法的な量子もつれのエントロピー係数)。初期宇宙とは異なり、現在の宇宙の量子もつれは小さく、 $\alpha \rightarrow 0$  と考えられるため、この  $H^\alpha$ 項は標準モデルの定数項に漸近する。

以上が、研究開始当初の背景である。

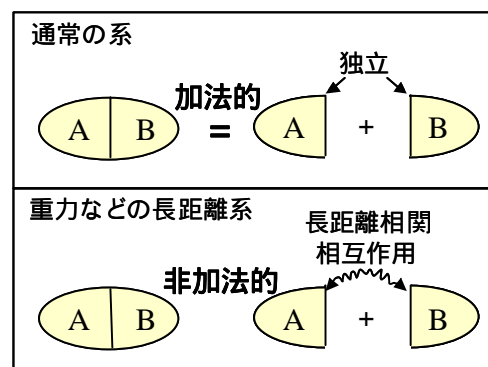


図3 エントロピーの加法的性(上)と非加法的性(下)

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、標準モデル ( $\Lambda$ CDM モデル) を超えた革新的モデルとして、「非加法的エントロピーとホログラフィー等分配則に基づく宇宙論モデル」を構築し、熱・統計力学的な視点から、加速膨張宇宙のメカニズムの解明に資することである。具体的には、以下の3項目を達成する。

- (1) 非加法的エントロピーをホログラフィー等分配則に適用した宇宙論モデルを構築し、一様等方宇宙の重力方程式 (加速度方程式とフリードマン方程式) を定式化する。ここでは、 $\Lambda$ CDM モデルおよび  $\Lambda(t)$ CDM モデルに代表される非散逸的モデルとして定式化を行う。
- (2) 熱力学第二法則を用いて、ダークエネルギーの密度パラメータに相当する加速度方程式の駆動項の大きさ (上限値) を評価する。
- (3) 本モデルのアイデアを粒子生成モデルに代表される散逸的モデルにも適用し、散逸的モデルに関する定式化を行う。この散逸的モデルと(1)で構築した非散逸的モデルの2つの宇宙論モデルについて、観測データに基づく観測的制約条件とエントロピー最大化原理に基づく熱力学的制約条件を組み合わせ、モデルパラメータを策定する。

## 3. 研究の方法

(1) 非加法的エントロピーをホログラフィー等分配則に適用した宇宙論モデルの重力方程式を構築する。ただし、宇宙の事象の地平面上的エントロピーを非加法的エントロピーに限定せず、より普遍性の高い一般化エントロピーを用いて定式化する。なお、ここでは、 $\Lambda(t)$ CDM モデルに代表される非散逸的モデルとして、重力方程式 (加速度方程式とフリードマン方程式) の定式化を行う。

さらに、加速度方程式の駆動項 (いわゆる宇宙項) と一般化エントロピーの関係を評価し、熱力学第二法則を適用することで、駆動項の上限値を評価する。

(2) 上記(1)で構築した非散逸的モデルを  $\Lambda(t)$ CDM モデルと定式上は等価な宇宙論方程式として取り扱い、宇宙の事象の地平面上的熱力学を検討する。さらに、駆動項の大きさだけでなく、駆動項のタイプについても熱力学的な制約条件を議論するため、フリードマン方程式と加速度方程式にハッブル係数のべき乗  $H^\alpha$  を用いて定義される一般化した駆動項を仮定する。この宇宙論モデルを用いて、地平面上的エントロピーの変化を熱力学第二法則とエントロピー最大化原理の2つの観点から評価する。

(3) べき乗型の駆動項  $H^\alpha$  を散逸型の宇宙論モデル (例: 粒子生成モデル) に適用し、散逸的モデルの熱力学的制約条件を評価する。次に、これらの結果を踏まえて、非散逸的モデルと散逸的モデルの2つの宇宙論モデルについて、モデルパラメータの策定を行う。本研究では、観測データに基づく観測的制約条件を  $\chi^2$  解析 (カイ二乗解析) するだけでなく、エントロピー最大化原理に基づく熱力学的制約条件も組み合わせ、モデルパラメータの策定を試みる。

なお、観測データには、宇宙背景膨張に関する光度距離の超新星データと、宇宙の構造形成に対応する密度揺らぎのデータを使用する。特に、密度揺らぎに関しては、2つのモデルの密度揺らぎの線形擾乱解析式 (微分方程式) を新たに導出し、この微分方程式を数値的に解いた。

## 4. 研究成果

(1) 地平面上的エントロピーとして一般化エントロピーをホログラフィー等分配則に適用し、宇宙論モデルを構築した。本手法により、重力方程式 (加速度方程式とフリードマン方程式) を拡張した形で定式化することができた。特に、加速度方程式の駆動項 (いわゆる宇宙項) は、一般化エントロピーに関係する項として定式化されることが明らかになった。もちろん、一般化エントロピーを非加法的エントロピーに変更することも可能である。したがって、当初予定を拡張した成果が得られた。

さらに、本モデルの熱力学的検討を試みた。その結果、標準モデルとは異なり、本モデルでは、駆動項の大きさが熱力学的に制限され得ることが示された。また、この駆動項の大きさの上限値は、観測されている宇宙項  $\Lambda$  の大きさのオーダーと

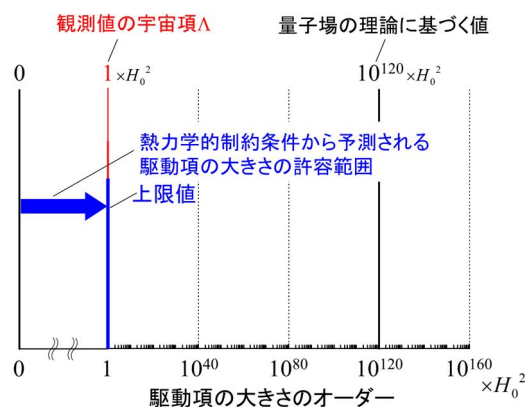


図4 熱力学的制約条件から予測される駆動項の大きさ (雑誌発表論文[1]の図を改訂)

ほぼ一致することが判明した(図4)。なお、図4の $H_0$ は、現在のハッブル係数を表す。本成果は雑誌発表論文[1]に出版された。

(2) 上記(1)で構築した非散逸モデルを $\Lambda(t)$ CDMモデルと等価な宇宙論方程式として取り扱い、一般化したべき乗駆動項 $\Psi H^\alpha$ を用いて、事象の地平面上の熱力学を熱力学第二法則とエントロピー最大化原理の2つの観点から評価した。 $\Psi$ と $\alpha$ は、駆動項の大きさと駆動項のタイプに関するパラメータである。その結果、本モデルでは、「エントロピー最大化原理による制約条件が、駆動項の大きさとタイプを大幅に制限する」ことが示された。例えば、エントロピー最大化原理に基づく熱力学的制約条件を図5に示す。図5では、過去、現在、未来の3つの時期の熱力学的制約条件の曲線を図示している。図中の $a$ は宇宙のサイズに相当するスケールファクター、 $a_0$ は現在のスケールファクターを表す。膨張宇宙では、宇宙の力学的進化に伴い、 $a/a_0$ が増加する。曲線に付随している矢印がある側の領域は、熱力学的制約条件を満足している領域を表す。また、横軸 $\Psi$ と縦軸 $\alpha$ は、駆動項の大きさとタイプに関するパラメータをそれぞれ表す。図中の $\Lambda$ CDMモデル(標準モデル)は、 $\Psi = 0.685$ 、 $\alpha = 0$ に相当する。

図5から、宇宙の力学的進化(時間の進行)に伴い、エントロピー最大化原理に基づく熱力学的制約条件を満足するパラメータ範囲の領域が変化し、徐々に広がっていくことが分かる。さらに、観測データを用いてチューニングされた $\Lambda$ CDMモデルは、現在の熱力学的制約条件を満たす領域内にあることが確認できる。駆動項の大きさとタイプは、一般的には観測データから決定される。しかし、駆動項の大きさとタイプを熱力学的な観点から予め議論できるようにすることは、宇宙論モデルを構築する上でも重要であると考えられる。このように、一般化したべき乗駆動項 $H^\alpha$ を用いた本モデルの熱力学的制約条件を明らかにすることができた。本成果は雑誌発表論文[2]に出版された。

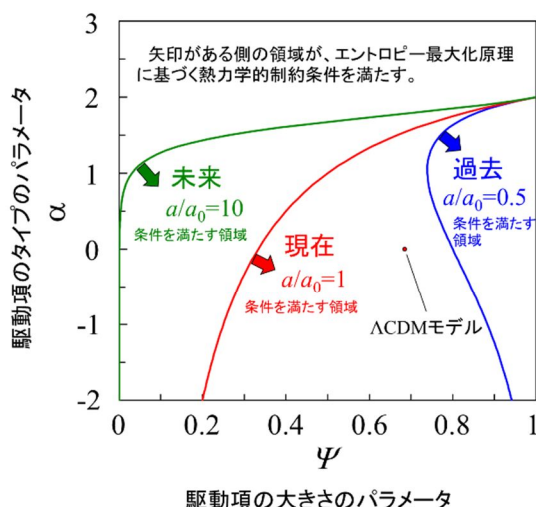


図5 エントロピー最大化原理に基づく熱力学的制約条件(雑誌発表論文[2]の図を改訂)

(3) べき乗型の駆動項 $\Psi H^\alpha$ を散逸型の宇宙論モデルに適用し、散逸的モデルの熱力学的制約条件を評価した。その結果、べき乗型駆動項を有する散逸的モデルでは、ハッブル体積内で生成される不可逆的なエントロピーは、ハッブルパラメータに反比例することが判明した。また、エントロピー最大化原理に注目して、べき乗型駆動項を有する散逸モデルの熱力学的制約条件を明らかにした。本成果は雑誌発表論文[3]に出版された。

これらの成果を踏まえて、非散逸的モデルと散逸的モデルの2つの宇宙論モデルについて、観測データに基づく制約条件を解析し、熱力学的制約条件と組み合わせてモデル評価を試みた。図6に2つの宇宙論モデルの熱力学的制約条件と観測的制約条件の解析結果をまとめる。熱力学的制約条件は、図5のエントロピー最大化原理に基づく制約条件の曲線(現在と未来)を再プロットしている。観測データに基づく制約条件は、超新星データと密度揺らぎデータの制約条件を $\chi^2$ 解析した結果をカラーマップの等値面としてプロットしている。このカラーマップでは、 $\chi^2_{total}$ の値が小さいほど観測データと良く一致することを表す。ただし、 $\chi^2_{total} < 900$ の領域のみを図示している。カラーマップ内の $\times$ 印は、 $\chi^2_{total}$ が最小値の位置に対応する。

図6から、左側の(a)の非散逸的モデルでは、観測的制約条件を満たしつつ、熱力学的制約条件も同時に満足するパラメータ範囲が存在する。一方、右側の(b)の散逸的モデルでは、観測的制約条件と熱力学的制約条件を同時に満足するパラメータ範囲が確認できない。したがって、加速膨張宇宙と密度揺らぎの観測データを満足し、熱力学的制約条件も満足するモデルは、非散逸的モデルであることが明らかになった。このように、観測的制約条件と熱力学的制約条件を組み合わせて、宇宙論モデルを評価する手法も提案し、その有効性を示すことができた。本成果は雑誌発表論文[4]に出版された。

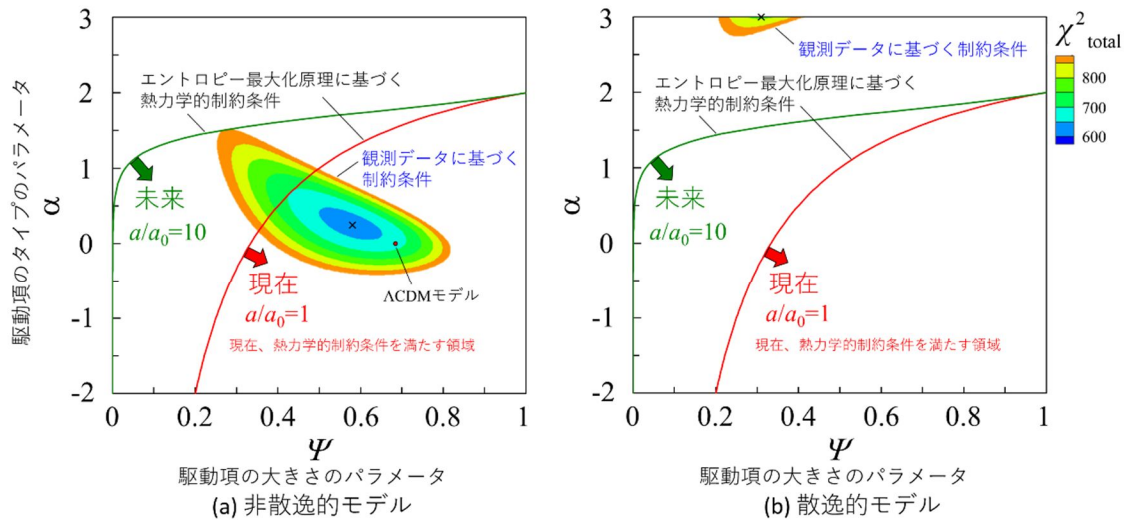


図6 各モデルの観測的制約条件と熱力学的制約条件 (雑誌発表論文[4]の図を改訂)

【雑誌発表論文 4 件】

本研究の雑誌発表論文 (査読付国際誌) は, 以下の 4 件である。

- [1] N. Komatsu, Generalized thermodynamic constraints on holographic-principle-based cosmological scenarios, Phys. Rev. D, Vol. 99, Issue 4, 043523, pp.1-9, (2019).
- [2] N. Komatsu, Horizon thermodynamics in holographic cosmological models with a power-law term, Phys. Rev. D, Vol. 100, Issue 12, 123545, pp.1-16, (2019).
- [3] N. Komatsu, Entropy production due to adiabatic particle creation in a holographic dissipative cosmology, Phys. Rev. D, Vol. 102, Issue 6, 063512, pp.1-15, (2020).
- [4] N. Komatsu, Evolution of dissipative and non-dissipative universes in holographic cosmological models with a power-law term, Phys. Rev. D, Vol. 103, Issue 2, 023534, pp.1-17, (2021).

< 引用文献 >

T. Padmanabhan, Emergence and Expansion of Cosmic Space as due to the Quest for Holographic Equipartition, arXiv:1206.4916, pp.1-4 (2012); Emergent perspective of gravity and dark energy, Res. Astron. Astrophys., Vol. 12, No. 8, pp.891-916 (2012).

N. Komatsu, Thermodynamic constraints on a varying cosmological-constant-like term from the holographic equipartition law with a power-law corrected entropy, Phys. Rev. D, Vol. 96, Issue 10, 103507, pp.1-9 (2017); Cosmological model from the holographic equipartition law with a modified Rényi entropy, Euro. Phys. J. C, Vol. 77, No. 4, 229, pp.1-12 (2017).

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Komatsu Nobuyoshi	4. 巻 99
2. 論文標題 Generalized thermodynamic constraints on holographic-principle-based cosmological scenarios	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 1-9
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.99.043523	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Komatsu Nobuyoshi	4. 巻 100
2. 論文標題 Horizon thermodynamics in holographic cosmological models with a power-law term	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.100.123545	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Komatsu Nobuyoshi	4. 巻 102
2. 論文標題 Entropy production due to adiabatic particle creation in a holographic dissipative cosmology	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.102.063512	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Komatsu Nobuyoshi	4. 巻 103
2. 論文標題 Evolution of dissipative and nondissipative universes in holographic cosmological models with a power-law term	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.103.023534	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 小松信義
2. 発表標題 ホログラフィー等分配則に基づく加速膨張宇宙モデル
3. 学会等名 非平衡系の物理学 - 階層性と普遍性 -, 基研研究会・iTHEMS研究会 2018, 京都大学 (2018.12.27). [ポスター発表]
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小松信義
2. 発表標題 ホログラフィー等分配則に基づく宇宙論モデルの熱力学的制約
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会 (2019年), 九州大学 (2019.03.14).
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小松信義
2. 発表標題 ホログラフィー宇宙論モデルの熱力学
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会 (2020年), 名古屋大学, (2020.3.19). (新型コロナウイルス感染拡大のため学会自体は中止となり, 講演は成立という扱い。)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

【アメリカ科学振興協会のEurekaAlertのホームページ上での研究紹介】 [Holographic cosmological model and thermodynamics] <a href="https://www.eurekaalert.org/pub_releases/2020-03/ku-hcm032520.php">https://www.eurekaalert.org/pub_releases/2020-03/ku-hcm032520.php</a>
【金沢大学学術情報リポジトリKURA (Physical Review Dへの掲載論文4編)】 <a href="https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=47470&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21">https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=47470&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21</a> <a href="https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=50283&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21">https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=50283&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21</a> <a href="https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=53270&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21">https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=53270&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21</a> <a href="https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=54080&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21">https://kanazawa-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&amp;active_action=repository_view_main_item_detail&amp;item_id=54080&amp;item_no=1&amp;page_id=13&amp;block_id=21</a>
【金沢大学ホームページ上の研究紹介】 <a href="https://www.kanazawa-u.ac.jp/latest-research/77412">https://www.kanazawa-u.ac.jp/latest-research/77412</a> <a href="https://www.kanazawa-u.ac.jp/rd/77551">https://www.kanazawa-u.ac.jp/rd/77551</a> [Papers of the Month 2020年03月] <a href="http://o-fsi.w3.kanazawa-u.ac.jp/showcase/papers/archive.php">http://o-fsi.w3.kanazawa-u.ac.jp/showcase/papers/archive.php</a>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------