2版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　３ 年　６ 月 ２１ 日現在

機関番号：３７１１２

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2020

課題番号：１８Ｋ０３６１８

研究課題名（和文）トポロジカル相転移に基づくクォークの閉じ込め・非閉じ込め相転移の研究

研究課題名（英文）Investigation of confinement-deconfinement transition from topological transition

研究代表者

柏　浩司（Kashiwa, Kouji）

福岡工業大学・情報工学部・准教授

研究者番号：５０６１２１２３

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　1,700,000円

研究成果の概要（和文）：有限温度・密度における量子色力学（QCD）の閉じ込め・非閉じ込め・相転移について、トポロジカルな観点から研究を行った。具体的には、トポロジカル秩序の観点から有限温度QCDの性質を調べることを目指した。当初目的としていたトポロジカル秩序の有限温度への適用法の一つである Uhlmann 位相の計算の成功には至らなかったが、純虚数化学ポテンシャルを利用したカノニカル・アンサンブルからの解析やパーシシテント・ホモロジーを用いた解析に成功した。これらの手法も理論のトポロジカルな性質を利用しており本研究の重要な成果である。

研究成果の学術的意義や社会的意義
本研究は量子色力学が有限温度・密度で示す閉じ込め・非閉じ込め相転移を、トポロジカルな観点から解明することを目指した研究である。閉じ込め・非閉じ込め相転移は、初期宇宙や中性子星の内部、近年の重イオン加速器実験等で実現される高エネルギー状態下で起こると期待される相転移であり、その理解は非常に重要である。本研究では、これまでに検討されてこなかった、虚数化学ポテンシャルやパーシシテント・ホモロジーを通じて理論のトポロジカルな観点に着目して解析を行い、相転移の性質の解明に迫った。

研究成果の概要（英文）：We investigated the confinement-deconfinement transition in quantum chromodynamics (QCD) at finite temperature and density from the topological viewpoint. Actually, we tried to calculate the Uhlmann phase which is the extension to apply the topological order to thermal system. The Uhlmann phase was not successfully calculated, but we can investigate the confinement-deconfinement transition from the canonical ensemble constructed by using the pure imaginary chemical potential and also the persistent homology analysis. Both of them are method based on the topological properties of the system and thus these are important progress in this study.

研究分野：QCD物性

キーワード：閉じ込め・非閉じ込め相転移

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

量子色力学（QCD）が有限温度領域で示す「閉じ込め・非閉じ込め相転移」の理解は、素粒子・ハドロン・原子核物理学のみにとどまらず宇宙物理学においても重要な研究である。純ゲージ極限（クォーク質量が無限の極限）では、ポリヤコフ・ループがその秩序変数となることが知られている。しかし、ひとたびクォーク質量が有限となると、ポリヤコフ・ループはもはや秩序変数ではなく、閉じ込め・非閉じ込め相転移を厳密に議論することができなくなる。

閉じ込め・非閉じ込め相転移の理解の一助となる可能性のある研究が[1]である。文献[1]ではゼロ温度において、閉じ込め状態と非閉じ込め状態が、トポロジカル秩序に伴う真空の縮退度の違いで判別できることが示された。しかし、真空の縮退は有限温度では利用できない概念であり、QCD が有限温度で示す閉じ込め・非閉じ込め相転移を完全に明らかにしたわけではない。そこでトポロジカルな観点からの研究を行うこととした。

２．研究の目的

ゼロ温度における閉じ込め状態と非閉じ込め状態の分類法は、空間を閉じた系における真空の縮退度を見ることで確立したといえる。しかし、有限温度における閉じ込めと非閉じ込め状態の判別については、現在の所満足のいく結果は得られていない。そこで本研究の目的では、トポロジカルな観点から閉じ込め・非閉じ込め相転移を明らかにすることを目的として研究を行った。具体的な研究としては大きく以下の二つのアプローチを利用した。

（１）有限温度においてトポロジカル秩序を記述できると期待されている Uhlmann 位相の計算への挑戦

（２）系のトポロジカルな情報を引き出すことができると期待される虚数化学ポテンシャルを利用した研究

以上の二つのアプローチを主に利用して閉じ込め・非閉じ込め相転移を研究した。

３．研究の方法

QCD のトポロジカルな性質を調べるため、（１）においては格子 QCD 計算で生成される配位を利用した計算法の確率に挑戦した。具体的にはカラー数が 2 の場合の淳ゲージ理論で計算を行った。系の空間に対して周期境界条件を課し、そこで出て繰るゲージ配位に対して特殊なゲージ固定を行う。その後、ゲージ場の空間方向の変化を引き出し、その位相を計算する。この方法は、先行文献[2]の拡張である。

アプローチ(2)については、広範な範囲の研究を行った。特に、カノニカル法と呼ばれる虚数化学ポテンシャル領域の情報から実数化学ポテンシャル領域の情報を構築する手法を利用して、閉じ込め・非閉じ込め相転移を調べた。特に、カノニカル・アンサンブルがどのように閉じ込め・非閉じ込め相転移と関係するかについて焦点を当てて研究を行った。

４．研究成果

(1) カラー数が 2 の場合の純ゲージ理論において配位を生成し、3 成分の内の一つの成分を 0 とする特殊なゲージ固定条件を課すことに成功した。この配位を用いることで、Uhlmann 位相の計算が可能となる。科研費交付年度では、この配位を利用してトポロジカルな違いが低温と高温領域において観測されるかについて調べた。格子計算ではモンテカルロ計算を行う事から揺らぎが大きく、明確な違いを観測するには至らなかった。Uhlmann 位相に関する研究については、日本物理学会九州支部例会において発表を行ったが、論文の完成までには至らなかった。

(2-1) 一方、虚数化学ポテンシャルを利用したトポロジカルな観点からの研究では大きな進展があった。まず、虚数化学ポテンシャルを利用したカノニカル法では Polyakov-loop paradox という問題があった[3]。カノニカル法では、虚数化学ポテンシャルの情報を利用してカノニカル・アンサンブルが構成でき、その性質が閉じ込め・非閉じ込め相転移に直接関係する期待がある。しかし、カノニカル・アンサンブルを用いてポリヤコフ・ル

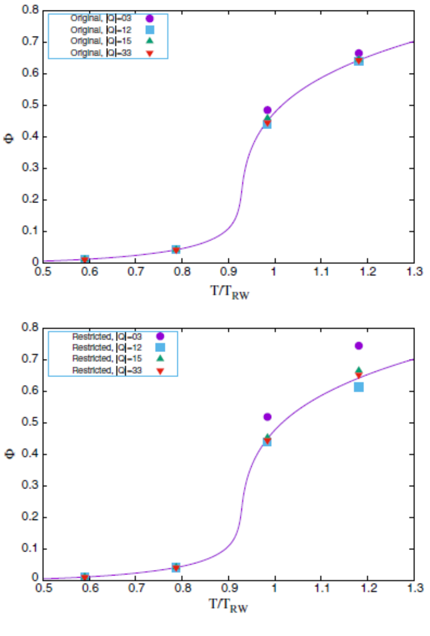

図１

ープを計算すると０もしくは発散するという問題があった。この問題を、変形ポリヤコフ・ループおよびフーリエ変換の積分範囲の制限によって解決した。この成果は、カノニカル法に残されていた矛盾を解消したという重要な成果である。図１は、大分配関数を用いて直接計算した場合（実線）とカノニカル・アンサンブルを用いて計算した場合（点）である。変形ポリヤコフ・ループと積分区間の制限のどちらにおいても、両者がもともとの結果と一致していることが見て取れる。

(2-2) 低温かつ有限密度の領域は、中性子星の物理と関係する重要な領域である。また、そのような有限密度領域では、様々な相の実現が期待されており非常に興味深い。しかし、符号問題が格子QCD 計算に生じるため、厳密な議論を行うことができない。そこで、カノニカル法を利用することで、低温且つ有限密度領域での閉じ込め・非閉じ込め相転移について議論を行った。その際、符号問題の生じない低温かつ虚数化学ポテンシャル領域において分かっている物理量の振る舞いを利用して議論を行うことに成功した。つまり、トポロジカルな構造と関係する虚数化学ポテンシャル領域から低温領域の議論を行なったという事である。具体的には、①クォーキョニック相、②カラー超伝導相、③カイラル相転移の三つについて議論を展開した。図 2 は実数および虚数化学ポテンシャルで期待される QCD の相構造の予想図である。横軸が負の領域が虚数化学ポテンシャル領域に対応し、この領域の情報から横軸が正の領域、つまり実数化学ポテンシャル領域の議論を行った。本研究は科研費交付年度に研究のお題部分を行い、Phys. Rev. D に 2021 年度に採択が決定した。

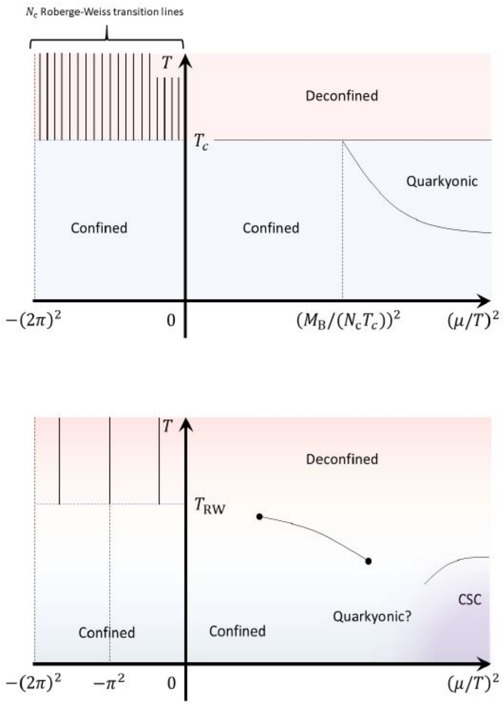

図 2

① クォーキョニック相に関する研究成果

クォーキョニック相は、カラー数が無限の極限で厳密に定義され、カラー数が現実に対応する 3 では定義に不明瞭な点が多い。この点について、カノニカル・アンサンブルの立場から議論を行った。まずカラー数が無限の極限において、カノニカル・アンサンブルがどのように振る舞うのかについて見積もり、カノニカル・アンサンブルの最低次の寄与から次の寄与へ、その寄与から更に高次の寄与へと移り変わることでクォーキョニック相が記述されることを見出した。またその際、二つの寄与が同程度になる共存領域が存在するが、その領域はカラー数が大きい場合に極めて小さいことが分かった。また、現実的カラー数の場合にもカノニカル・アンサンブル間の移り変わりは起こるが、共存領域はカラー数が小さくなるにしたがって狭くなり、クォーキョニック相としての性質がぼやけていくことも見出した。加えて、QCD の簡単な模型を利用して、上記の見積もりにおいて重要な役割を果たす係数の構造を詳しく議論した。

② カラー超伝導相に関する研究成果

カノニカル・アンサンブルを用いたカノニカル法でのカラー超伝導の記述法は、これまで議論されてこなかった。しかし、カラー超伝導相は高密度領域にその存在が期待されており、重要である。我々は、クォーキョニック相での議論に用いたアプローチに、簡単な仮定を加えてカラー超伝導相を議論した。具体的には、カラー対称性を破る外場を取り入れ、その外場のゼロ極限を取る。その際、虚数化学ポテンシャル領域に発生したダイクォーク凝縮は、極限に近づくにつれゼロとなっていく。そのため、単純にはカノニカル法ではカラー超伝導相が記述できない様に見える。しかし、我々は極限の散り方をつぶさに検討し、凝縮が虚数化学ポテンシャル領域でゼロに近づいても、そこから構成されるカノニカルセクターからゼロでないダイクォーク凝縮が実数化学ポテンシャルにおいて出てくることを数式的に示した。この結果は、今後の格子ＱＣＤ計算を用いたアプローチにおいて重要となると期待される。

③ カイラル相転移に関する研究成果

低温領域にカイラル相転移が存在すると仮定した場合、その相転移点がどのように振る舞うかについて、Lee-Yang zero 解析を利用して議論した。具体的には、虚数化学ポテンシャル領域での振動が低温では抑制される事実を利用することで、大分配関数の表式を簡単化し、Lee-Yang zero の振る舞いを見積もった。その結果、カラー数が大きい極限において、カイラル相転移点とクォーキョニック相への転移点は同じになり得るが、高い密度領域へずれることも可能性としてあることを見出した。残念ながら温度が高い領域の議論は行えなかったが、格子 QCD 計算が行えない低温且つ高密度での相構造を、カノニカル・アンサンブルの立場から一定程度明らかに

した点は評価に値する。

以上の結果は、カラー数が無限の極限や QCD の有効模型から予想されていた結果をサポートする結果であり、カノニカル・アンサンブルの立場からそれらの結果をどのように理解できるかを示した重要な研究である。

(2-3) ホログラフィック QCD 模型における虚数化学ポテンシャルの取り扱いについての議論も行った。ホログラフィックな模型での虚数化学ポテンシャル領域の構造はいくつかの研究がこれまでに行われているが、プローブ近似に由来する不安定領域の議論についてはこれまで行われてこなかった。特に、虚数化学ポテンシャル領域は実数化学ポテンシャル領域の情報を含むため、もし虚数化学ポテンシャルで使えない模型であった場合、実数化学ポテンシャル領域でも破綻することが想像される。そこで、クォークの backreaction を考慮できる背景時空を利用して不安定領域の議論を行った。その結果、周期性によって排除される領域にのみ不安定性が現れるため、ホログラフィック模型の正当性が有限密度領域でも揺らがない事を確認した。図 3 は、不安定領域を示した図である。横時期が虚数化学ポテンシャルを温度で割った値の絶対値であり、縦軸が温度である。(B)と表記されている領域が不安定領域である。ホログラフィック模型では QCD が持つ周期性を直接取り入れることが難しいが、不安定領域が周期性による一周期の外側に存在することが見て取れ、この領域が厳密な計算では現れない事が見て取れる。また、虚数化学ポテンシャルでの情報を利用してテーラー展開の係数を見積もり、その値が格子 QCD 計算の結果に近いことも確認した。

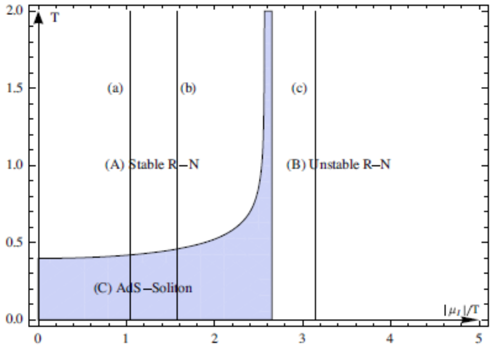

図 3

(3) 空間的なトポロジーを調べるため、パーシステント・ホモロジーの計算を QCD の有効模型の一つである Effective Polyakov-line model で計算を行った。パーシシテント・ホモロジーは、データ点を中心とする球を考え、その半径を拡大していったときに現れる空隙の構造に由来するトポロジーを計算する手法である[4]。そのとき、空隙の生まれる時間を birth time、消える時間を death time と呼ぶ。この二つの量の比を見ることで、系全体としての閉じ込め・非閉じ込めの構造が見て取れることを明らかにした。図 4 は birth time と death time の比であり、横軸は温度に対応する。具体的には、ポリヤコフ・ループを複素空間で 3 つの領域に分け (center domain)、その 3 っつのデータの組に対してパーシステント・ホモロジーを計算した。四角と丸の記号は自明な center domain と非自明な center domain に対する結果である。自明な center domain からの結果はポリヤコフ・ループの結果と非常に似た傾向を指名している。

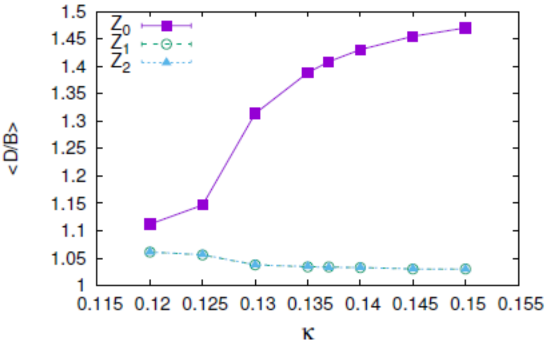

図 4

(4) 有限密度領域をトポロジカルな観点からより詳しく調べるためには符号問題への対応が必要となる。そこで、経路最適化法を用いた符号問題への対処についても研究を行った。経路最適化法では積分経路を一端に複素化し、その複素化した空間において符号問題の弱くなる経路を機械学習を利用して探す手法である。具体的にはゲージ自由度の制限が符号問題への抑制に重要であることを見出した。

<引用文献>

[1] M. Sato, Phys. Rev. D 77, 045013 (2008),
[2] F. V. Gubarev and V. I. Zakharov, Int. J. Mod. Phys.A17, 157 (2002).
[3] S. Kratochvila and P. de Forcrand, Phys. Rev. D73, 114512 (2006).
[4] 例えば、T. Nakamura, Y. Hiraoka, A. Hirata, E. G. Escolar, and Y. Nishiura, Nanotechnology 26, 304001 (2015); Y. Hiraoka, T. Nakamura, A. Hirata, E. G. Escolar, K. Matsue, and Y. Nishiura, Proceedings of the National Academy of Sciences 113, 7035 (2016); I. Donato, M. Gori, M. Pettini, G. Petri, S. De Nigris, R. Franzosi, and F. Vaccarino, Phys. Rev. E 93, 052138 (2016).

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計11件（うち査読付論文　11件／うち国際共著　0件／うちオープンアクセス　10件）

１．著者名 Kashiwa Kouji、Kouno Hiroaki	４．巻 100
２．論文標題 Roberge-Weiss periodicity, canonical sector, and modified Polyakov loop	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Physical Review D	６．最初と最後の頁 94023
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.100.094023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Yuto Mori, Kouji Kashiwa, Akira Ohnishi	４．巻 2019
２．論文標題 Path optimization in 0+1D QCD at finite density	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	６．最初と最後の頁 113B01, 1, 12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/ptep/ptz111	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kashiwa Kouji、Kikuchi Yuta、Tomiya Akio	４．巻 2019
２．論文標題 Phase transition encoded in neural network	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	６．最初と最後の頁 083A04, 1, 14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1093/ptep/ptz082	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 Kashiwa Kouji、Mori Yuto、Ohnishi Akira	４．巻 99
２．論文標題 Application of the path optimization method to the sign problem in an effective model of QCD with a repulsive vector-type interaction	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Physical Review D	６．最初と最後の頁 114005
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.99.114005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Ghoroku Kazuo、Kashiwa Kouji、Nakano Yoshimasa、Tachibana Motoi、Toyoda Fumihiko	4．巻 99
2．論文標題 Color superconductivity in a holographic model	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Physical Review D	6．最初と最後の頁 106011
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.99.106011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kashiwa Kouji	4．巻 11
2．論文標題 Imaginary Chemical Potential, NJL-Type Model and Confinement?Deconfinement Transition	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Symmetry	6．最初と最後の頁 562，562
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/sym11040562	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kashiwa Kouji、Mori Yuto、Ohnishi Akira	4．巻 99
2．論文標題 Controlling the model sign problem via the path optimization method: Monte?Carlo approach to a QCD effective model with Polyakov loop	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Physical Review D	6．最初と最後の頁 1-9
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.99.014033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kashiwa Kouji	4．巻 11
2．論文標題 Imaginary Chemical Potential, NJL-Type Model and Confinement?Deconfinement Transition	5．発行年 2019年
3．雑誌名 Symmetry	6．最初と最後の頁 562～562
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/sym11040562	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Hirakida Takehiro、Kashiwa Kouji、Sugano Junpei、Takahashi Junichi、Kouno Hiroaki、Yahiro Masanobu	4．巻 35
2．論文標題 Persistent homology analysis of deconfinement transition in effective Polyakov-line model	5．発行年 2020年
3．雑誌名 International Journal of Modern Physics A	6．最初と最後の頁 2050049～2050049
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0217751X20500499	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 －

1．著者名 Ghoroku Kazuo、Kashiwa Kouji、Nakano Yoshimasa、Tachibana Motoi、Toyoda Fumihiko	4．巻 102
2．論文標題 Extension to imaginary chemical potential in a holographic model	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Physical Review D	6．最初と最後の頁 46003
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.102.046003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

1．著者名 Kashiwa Kouji、Mori Yuto	4．巻 102
2．論文標題 Path optimization for U(1) gauge theory with complexified parameters	5．発行年 2020年
3．雑誌名 Physical Review D	6．最初と最後の頁 54519
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.102.054519	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

〔学会発表〕　計10件（うち招待講演　5件／うち国際学会　2件）

1．発表者名 柏浩司、河野宏明
2．発表標題 カノニカル法における Polyakov-loop paradox の研究
3．学会等名 日本物理学会第75回年次大会
4．発表年 2019年

１．発表者名
柏浩司、土居孝寛

２．発表標題
Uhlmann位相を利用した非閉じ込め相転移の研究

３．学会等名
第125回日本物理学会九州支部例会

４．発表年
2019年

１．発表者名
柏浩司、森勇登、大西明

２．発表標題
Toward solving the sign problem in dense QCD matter via the path optimization method

３．学会等名
Quarks and Compact Stars (QCS 2019)（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2019年

１．発表者名
柏浩司

２．発表標題
Toward solving the sign problem in dense QCD matter with the machine learning technique

３．学会等名
The 16th Yonsei-Saga partnership program 2019（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
柏浩司

２．発表標題
QCD相構造研究における機械学習の利用

３．学会等名
日本物理学会四国支部学術講演会（招待講演）

４．発表年
2019年

１．発表者名
土居　孝寛

２．発表標題
Dirac-mode expansion for quark-number holonomy in lattice QCD

３．学会等名
Quark Matter 2018

４．発表年
2018年

１．発表者名
柏　浩司

２．発表標題
Toward solving the sign problem with machine learning

３．学会等名
Deep Learning and physics 2018（招待講演）

４．発表年
2018年

１．発表者名
柏　浩司

２．発表標題
トポロジカルな観点からの非閉じ込め相転移の研究

３．学会等名
日本物理学会九州支部例会

４．発表年
2018年

１．発表者名
柏　浩司

２．発表標題
経路最適化法を用いたQCD有効模型における符号問題の研究

３．学会等名
日本物理学会第74回年次大会

４．発表年
2018年

１．発表者名 Kouji Kashiwa
２．発表標題 Exploring the QCD phase diagram with holographic models
３．学会等名 KEK Theory Workshop 2020（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2020年

〔図書〕　計1件

１．著者名 橋本　幸士、大槻　東巳、真野　智裕、斎藤　弘樹、藤田　浩之、安藤　康伸、永井　佑紀、青木　健一、藤田　達大、小林　玉青、大関　真之、久良　尚任、福嶋　健二、村瀬　功一、船井　正太郎、柏浩司、富谷　昭夫	４．発行年 2019年
２．出版社 朝倉書店	５．総ページ数 212
３．書名 物理学者，機械学習を使う	

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

６．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	土居　孝寛 (Doi Takahiro) (50804910)	国立研究開発法人理化学研究所・仁科加速器科学研究センター・基礎科学特別研究員 (82401)	

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関