

令和 5 年 6 月 5 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03620

研究課題名（和文）グラディエント・フローを用いた場の理論からの高次元時空の構築

研究課題名（英文）Construction of higher dimensional spacetime from field theories with the gradient flow

研究代表者

大野木 哲也 (Onogi, Tetsuya)

大阪大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70211802

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,700,000円

研究成果の概要（和文）：本研究はフロー方程式を用いた場の理論からの高次元時空の構築を目的とする。

1) 有限温度のd次元のmassless スカラー場理論において事象の地平線がなくエキゾチックな物質場のエネルギー運動量テンソルを持つ時空が得られた。さらにFlow方程式を拡張したSpecial Flowを提案しGKP-Witten関係式を再現した。

2) 一般相対性理論における新しいエネルギー保存量を発見した。一様等方な宇宙ではその保存量熱力学の第1法則を満たしエントロピーと解釈できることを示した。さらにこの研究の延長線上で準局所エネルギーとの比較を行なった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

AdS/CFT対応の場の理論からの理解につながると期待されるフロー方程式とその拡張によって様々な結果が得られた。特にGKP-Witten関係式を場の理論から導出したことは今後の発展につながると期待される。また副産物として得られた一般相対性理論における新しいエネルギー保存量を発見した。従来に知られていた保存量とは独立な保存量で重力系に対して新しい知見を与えると期待される。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research is to construct higher-dimensional spacetime from field theory using flow equation. we also obtained research results.

1) In the d-dimensional massless scalar field theory, we obtain a spacetime with no event horizon and exotic matter field energy-momentum tensor for finite temperature. In addition, we proposed "Special Flow", which is an extension of the Flow equation. The space-time constructed using this clearly has the isometry of the AdS space as symmetry.

2) We studied energy conservation in general relativity. We show that the energy-momentum tensor multiplied by a new class of vector fields gives conserved quantities without global symmetry, and that such vector fields can always be constructed. We showed that the homogeneous isotropic universe satisfies the first law of thermodynamics, which can be interpreted as entropy. Furthermore, as an extension of this research, a comparison with conventional quasi-local energies was made.

研究分野：素粒子論

キーワード：高次元 フロー方程式 一般相対論 保存量

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

近年格子ゲージ理論において提唱されているフロー方程式が提唱された。これを用いると場の理論において発散のない複合演算子が構成できる。これに目をつけ、代表者を含む共同研究で d 次元の場の理論から $d+1$ 次元上の時空の計量を構成できる。その結果、共形場の理論に対しては AdS/CFT が構成できることがわかっていった。

2. 研究の目的

本研究はフロー方程式を用いて自然に定義される誘導計量を用いて d 次元の場の理論からの $d+1$ 次元の時空の構成時空を構成することを目指す。特に、本研究において

- 1) 重力の自由度がどのように場の理論から得られるか、
- 2) グラディエント・フローとホログラフィック繰り込み群との関係、
- 3) $O(N)$ スカラー模型以外への拡張、

を明らかにすることで AdS/CFT 対応に対して新しい見方を与えるとともに、時空の揺らぎのダイナミクスを通して場の理論による重力理論の構成の可能性を追求する。

3. 研究の方法

ゼロ温度での $O(N)$ スカラー模型での成果をもとに、それを有限温度に拡張した共形場の理論について、ブラックホールが生じるかを探求する。

また、フロー方程式を用いて、背景 AdS 時空上での相関関数も求め、GKP-Witten 関係式が構成できるか、を調べる。

4. 研究成果

1) フローを用いた有限温度の場の理論の作る時空の研究：場の理論から出発してフローされた場の作る計量から時空を構成する試みは、AdS/CFT 対応の新しい理解のヒントになりうると期待される。CFT の一例である d 次元の massless スカラー場の理論において、有限温度の場合にどのような時空が構成されるかを調べた。純粋な AdS ブラックホール解と共通点もありながら、事象の地平線がなく、エキゾチックな物質場のエネルギー運動量テンソルを持つ時空が得られた。

2) 重力における保存量の研究：上の研究の副産物として、ブラックホールの質量を保存量として計算する新しい方法を発見した。これはキリングベクトルを用いた方法でより一般化が可能であり、従来のハミルトニアンを用いた方法に比べると理論的に自然でかつシンプルな定義を与えている。様々なブラックホールやコンパクト天体など幅広い応用が可能である。

3) ドメインウォールフェルミオンを用いた Mod 2 index の研究：アノマリーを理解する上で重要な指標となる mod 2 index はこれまで非物理的な境界条件で定式化されており、バルクとエッジの寄与の分離は難しいと考えられていた。深谷、川井、松木、大野木、山口はドメインウォールフェルミオンを用いて mod 2 index を物理的境界条件の下でバルクとエッジの寄与を分離することが出来る可能性を示した。

4) Atiyah-Patodi-Singer (APS) 指数定理と domain-wall Dirac 演算子の研究：深谷、大野木、山口は、2017 年に APS 指数と同じ量が domain-wall Dirac 演算子から得られることを示した。この研究は発見法的になされたが、東大の古田、山下、名古屋大の松尾の 3 名の数学者が共同研究に加わり、一般に偶数次元の APS 指数は domain-wall Dirac 演算子の不変量で書き直せることを数学的に証明した。

5) 一般相対性理論におけるエネルギー保存量の研究について：大野木は、青木慎也（京大）、横山修一（京大）と共同で一般相対性理論におけるエネルギー保存量について研究を行なった。エネルギー運動量テンソルに新しいクラスのベクトル場をかけたものがグローバル対称性がなくても保存量を与え、かつそのようなベクトル場が常に構成できることを示した。一様等方な宇宙ではその保存量熱力学の第 1 法則を満たしエントロピーと解釈できることを示した。さらにこの研究の延長線上で、従来の準局所エネルギーとの比較を行なった。準局所エネルギーはネーターの第二定理による拘束条件であり、運動方程式と無関係に保存する量であることを明らかにした。

6) Special Flow について：大野木は、青木慎也（京大）、横山修一（京大）、J. Balog (Etvos U) との共同研究で Flow 方程式を拡張した Special Flow を提案した。このフローを用いて構成した時空は AdS 空間の isometry を明白に対称性として持つ。これにより AdS/CFT 対応の理解が深まると期待できる。

7) APS 指数とベリー位相の関係について：大野木は、世田拓也（京大）と共同で Atiyah-Patodi-Singer (APS) 指数について研究を行なった。断熱近似が有効な場合、APS 指数を Domain-wall フェルミオンで再定式化した新しい指数はベリー位相から簡単に与えることができると conjecture を提唱し、解析的計算が可能な 2 次元の特殊なケースについて、この推測を明示的に検証した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 8件／うち国際共著 5件／うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 H. Fukaya, M. Furuta, Y. Matsuki, S. Matsuo, T. Onogi, S. Yamaguchi, M. Yamashita	4. 巻 112
2. 論文標題 Mod-two APS index and domain-wall fermion	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Lett. Math. Physics	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11005-022-01509-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 T. Onogi and T. Yoda	4. 巻 12
2. 論文標題 Comments on the Atiyah-Patodi-Singer index theorem, domain wall, and Berry phase	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 96
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP12(2021)096	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Sinya Aoki, T. Onogi and Shuichi Yokoyama	4. 巻 36
2. 論文標題 Charge conservation, entropy current and gravitation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Int. J. Mod. Phys. A	6. 最初と最後の頁 215021
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0217751X21502018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama	4. 巻 36
2. 論文標題 Conserved charges in general relativity	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Int. J. Mod. Phys. A	6. 最初と最後の頁 2150098
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0217751X21500986	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Fukaya, T. Onogi, S. Yamaguchi, X. Wu	4. 巻 101
2. 論文標題 Thouless-Kohmoto-Nightingale-den Nijs formula for a general Hamiltonian}	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 074507-1 ~ 12
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.101.074507	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Fukaya, M. Furuta, S. Matsuo, T. Onogi, S. Yamaguchi and M. Yamashita	4. 巻 380
2. 論文標題 The Atiyah-Patodi-Singer Index and Domain-Wall Fermion Dirac Operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1295 ~ 1311
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-020-03806-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Fukaya, N. Kawai, Y. Matsuki, M. Mori, K. Nakayama, T. Onogi and S. Yamaguchi	4. 巻 2020
2. 論文標題 The Atiyah-Patodi-Singer index on a lattice	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 1 ~ 11
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptaa031	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama	4. 巻 814
2. 論文標題 What does a quantum black hole look like?	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physics Letters B	6. 最初と最後の頁 1 ~ 8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physletb.2021.136104	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 R. Sommer, T. Onogi, R. Horsley	4. 巻 ALPHAS2019
2. 論文標題 The 2019 lattice FLAG χ average	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of Science	6. 最初と最後の頁 020-1 ~ 020-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.365.0020	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Fukaya, M. Furuta, S. Matsuo, T. Onogi, S. Yamaguchi, M Yamashita	4. 巻 LATTICE2019
2. 論文標題 A physicist-friendly reformulation of the Atiyah-Patodi-Singer index and its mathematical justification	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of Science	6. 最初と最後の頁 1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Fukaya, T. Onogi, S. Yamaguchi, X. Wu	4. 巻 LATTICE2019
2. 論文標題 TKNN formula for general lattice Hamiltonian in odd dimensions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of Science	6. 最初と最後の頁 052-1 ~ 052-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 H. Fukaya, N. Kawai, Y. Matsuki, M. Mori, K. Nakayama, T. Onogi, S. Yamaguchi	4. 巻 LATTICE2019
2. 論文標題 A lattice formulation of the Atiyah-Patodi-Singer index	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of Science	6. 最初と最後の頁 149-1 ~ 149-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Fukaya, Hidenori and Kawai, Naoki and Matsuki, Yoshiyuki and Mori, Makito and Onogi, Tetsuya and Yamaguchi, Satoshi	4. 巻 LATTICE2019
2. 論文標題 The Anomaly Inflow of the domain-wall fermion in odd dimension	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of Science	6. 最初と最後の頁 147-1 ~ 147-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計3件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama
2. 発表標題 Geometry from flow equation - Does CFT at finite T give AdS blackhole? -
3. 学会等名 YITP workshop on Strings and Field 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大野木哲也
2. 発表標題 一般化されたハミルトニアンを持つ奇数次元のトポロジカル絶縁体におけるTKNN 公式 と有効場の理論によるトポロジカルな記述の等価性
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Onogi
2. 発表標題 APS index theorem from domain-wall fermion
3. 学会等名 Keio workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------