

令和 5 年 5 月 23 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18K03933

研究課題名（和文）調整パラメーターを含まない、乱流のクロージャーモデル

研究課題名（英文）Closure model in turbulence without tuning parameters

研究代表者

岡村 誠（Okamura, Makoto）

九州大学・応用力学研究所・准教授

研究者番号：00185472

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：乱流は複雑な振る舞いをする予測不可能な流れである。そのような複雑な流れを理解するための一つの方法は、平均流を考えることである。しかし、平均流に関する時間発展方程式系は閉じないという悪名高い乱流のクロージャー問題が存在する。

ここでは平均流の方程式系を閉じさせるために、ラグランジュ速度が正規分布をすると仮定して、ラグランジュ速度の2次モーメントに関する、調整パラメーターを含まないクロージャー方程式を導いた。レイノルズ数無限大の場合にはコルモゴロフのエネルギースペクトルをコルモゴロフ定数を含む形で再現した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

例えば、自動車が走行しているときの空気抵抗を評価することを考えよう。もちろん、風洞実験、スーパーコンピュータによる数値シミュレーションも可能であるが、予算も時間も莫大なものとなる。しかし、平均流方程式を使うと、空気抵抗を簡単に評価できる。これが乱流の平均流方程式を導出するという研究の社会的意義の一つである。一方、本研究の主要結果はコルモゴロフのエネルギースペクトルをコルモゴロフ定数を含む形で再現したことである。この結果は現実的ではない一様等方性乱流についてのみであり、現状では本研究の成果は学術的意義は大きいものの社会的意義は小さいと言わざる負えない。

研究成果の概要（英文）：Turbulent flows are unpredictable flows with complex behavior. One way to understand such complex flows is to consider mean flow. However, there is the infamous closure problem of turbulence, in which the system of time evolution equations for mean flow is not closed.

Here, in order to close the mean flow system of equations, the closure equations for mean flow are derived assuming that the Lagrangian velocity is normally distributed. In the case of infinite Reynolds number, the Kolmogorov energy spectrum is reproduced including the Kolmogorov constant.

研究分野：乱流の統計理論

キーワード：乱流のクロージャー

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

乱流のクロージャーモデルは実用上とても重要であるので、 $K$ -モデルのように調整パラメータを含んだモデルは非常にたくさん提案されている。一方、調整パラメータを全く含まない乱流のクロージャーモデルは、これまでに僅かしか提案されていない。また、調整パラメータを含んだモデルは剪断乱流にも応用されているが、調整パラメータを含まないモデルはそのほとんどがフリー空間で導出されているので、一様等方性乱流の場合にしか適用されていない。このような背景から、本研究では、調整パラメータを含まない乱流のクロージャーモデルを新たに提案して、さらにそのモデルを剪断乱流にも適用することを計画している。

### 2. 研究の目的

乱流は複雑な振る舞いをする予測不可能な流れである。そのような複雑な流れを理解するための一つの方法は、平均流を考えることである。しかし、平均流に関する時間発展方程式は閉じないという悪名高い乱流のクロージャー問題が存在する。本研究では、剪断乱流のような実用的な乱流の、調整パラメータを含まないクロージャーモデルを以下の三つのステップを踏んで導出することを目的としている。

- (1) レイノルズ数無限大の一様等方性乱流のクロージャーモデルを導出
- (2) (1)のクロージャーモデルを有限レイノルズ数に拡張
- (3) 剪断乱流の物理空間でのクロージャーモデルを導出

### 3. 研究の方法

ここで扱うのは、渦粘性の概念も調整パラメータも使わずに、いくつかの仮定の下でナビエ・ストークス方程式から導出するクロージャーモデルである。例えば、渦粘性の効果を人工的に取り入れた Eddy damped quasi normal Markovian approximation (EDQNM 近似) よりも、ここで扱うモデルのほうが渦粘性の概念を使わないという意味において原理的である。このような理論的なクロージャーモデルは、これまで一様等方性乱流に対してのみ適用されてきた。これを剪断乱流に適用して、調整パラメータを含まない、実用的なクロージャーモデルを導出することが、本研究の最大の目的である。しかし、いきなり剪断乱流に適用するのはかなり難易度が高いので、以下のように三段階に分けて最終目標の達成を目指す。

- (1) レイノルズ数無限大の一様等方性乱流のクロージャーモデルを導出

先行研究よりもすっきりとした二つの仮定 ( 1. ゆっくり変動する運動と素早く変動する運動は統計的に独立である。 2. ラグランジュ速度は正規分布に従う。 ) を使ってナビエ・ストークス方程式からクロージャーモデルを導出する。

- (2) (1)のクロージャーモデルを有限レイノルズ数に拡張

有限レイノルズ数のクロージャーモデルを導出するためには、ある波数のみに成分を持つ仮想ランダム外力を加えればよい。レイノルズ数無限大の場合より複雑にはなるだろうが、基本的にはレイノルズ数無限大の場合と同様にモデル方程式を導出できるはずである。

- (3) 剪断乱流の物理空間でのクロージャーモデルを導出

剪断乱流の物理空間でのクロージャーモデルを導出する。原理的には一様等方性乱流の場合と同じである。ただし、これはかなり複雑になるので、必要に応じて計算機センターの高速計算機を使う予定である。

### 4. 研究成果

- (1) M. Okamura: Closure model for homogeneous isotropic turbulence in the Lagrangian specification of the flow field. J. Fluid Mech. (2018)

レイノルズ数無限大の一様等方性乱流の場合の調整パラメータを含まない新たなクロージャーモデルを提案した。これはオイラー速度に関するエネルギーの発展方程式、オイラー速度とラグランジュ速度の時間相関関数の発展方程式、ラグランジュ速度の自己時間相関関数の発展方程式の3種類の二次モーメントの時間発展方程式で閉じたクロージャーモデルである。このモデルをナビエ・ストークス方程式から導くために二つの仮定 ( 1. ゆっくり変動する運動と素早く変動する運動は統計的に独立である。 2. ラグランジュ速度は正規分布に従う。 ) を使っている。具体的には、オイラー速度とラグランジュ速度の関係式を使って、三つの二次モーメントの時間発展方程式に現れるオイラー速度をラグランジュ速度に書き換える。そして、ラグランジュ速度は正規分布に従うという仮定を使って、新たなクロージャーモデルを導出した。

レイノルズ数無限大の一樣等方性乱流の場合におけるコルモゴロフ定数  $C_K$  と縦速度の歪度  $S$  の結果を過去の乱流モデル(理論)の結果とともに以下の表に記している。結果にはかなりのバラツキがある。

	本研究	Kraichnan (1966)	McComb & Shanmugasundaram (1984)	Kaneda (1986); Kida & Goto (1997)	Bos & Bertoglio (2006)
$C_K$	1.78	1.77	2.3	1.72	1.73
$S$	-0.49		-0.35	-0.66	-0.4

一方、実験は有限レイノルズ数ではあるが、その結果にかなりバラツキがあり、Sreenivasan (1995) が様々な実験結果をまとめて、 $C_K=1.62$  を提案している。また、数値計算においても、やはり有限レイノルズ数ではあるが、Donzis & Sreenivasan (2010) が  $C_K=1.58$  を提案している。実験、数値計算の場合にはどちらも有限レイノルズ数なのでコルモゴロフのエネルギースペクトル(マイナス3分の5乗則)からのずれがあり、正確にコルモゴロフ定数を決定するのはむづかしい。

## (2) 有限レイノルズ数の一樣等方性乱流の場合の調整パラメーターを含まない新たなクロージャーマデルの導出

これはレイノルズ数無限大のクロージャーマデルに、有限波数における仮想ランダム外力を加えるだけで同様にできると考えていた。しかし、新たに加えた仮想外力とラグランジュ速度の相関関数を評価することが必要になり、これを含めて閉じた方程式系にできないことが障壁となって先に進めなくなった。そのため、ここで研究内容を変更して、一樣等方性乱流における渦伸長とエンストロフィー生成についての理論解析をすることにした。この研究成果は以下に述べる。

## (3) M. Okamura: Vortex stretching and enstrophy production in stationary homogeneous isotropic turbulence. Phys. Fluids (2022)

任意の時刻での流体要素の長さは、初期時刻よりも平均的には長くなるということはよく知られている(1969年にCockeにより数学的に証明済)。また、レイノルズ数が無限大のとき、渦線は流体とともに運動するという(渦線の凍結運動)もよく知られている事実である。この二つのことから、流体要素の長さが平均的に増大することを証明するときに使った手法によって、平均エンストロフィー(2乗渦度)が時間とともに増大していくことが容易に示せると思われる。しかし、そう簡単にはいかない。というのも、流体要素の運動はkinematic(流速に依存しない)であるが、渦度の運動はdynamic(流速に依存する)であることが重要となってくるからである。つまり、流体要素の平均的長さが増大することを証明するときに使った手法では初期時刻に流体要素は流速と統計的に独立であることを使っているが、渦度は流速と独立でないので同様の方法が使えないのである。

この論文では条件付確率を導入して、レイノルズ数が無限大の場合には、任意の時刻の平均エンストロフィーは初期時刻の平均エンストロフィーより必ず大きくなることを示した。さらに、レイノルズ数が臨界値より大きい場合には平均エンストロフィー生成が常に正となることも解析的に示した。

## 参考文献

- Okamura, M.: Closure model for homogeneous isotropic turbulence in the Lagrangian specification of the flow field. *J. Fluid Mech.* **841**, 521 (2018).
- Kraichnan, R. H.: Isotropic turbulence and inertial-range structure. *J. Fluid Mech.* **9**, 1728 (1966).
- McComb, W. D. & Shanmugasundaram, V.: Numerical calculation of decaying isotropic turbulence using the LET theory. *J. Fluid Mech.* **143**, 95 (1984).
- Kaneda, Y.: Inertial range structure of turbulent velocity and scalar fields in a Lagrangian renormalized approximation. *Phys. Fluids*, **29**, 701 (1986).
- Kida, S. & Goto, S.: A Lagrangian direct-interaction approximation for homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **345**, 307 (1997).
- Bos, W. J. T. & Bertoglio, J. P.: A single-time two-point closure based on fluid particle displacements. *Phys. Fluids*, **18**, 031706 (2006).
- Sreenivasan, K. R.: On the universality of the Kolmogorov constant. *Phys. Fluids*, **7**, 2778 (1995).

- Donzis, D. A. & Sreenivasan, K. R.: The bottleneck effect and the Kolmogorov constant in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **657**, 171 (2010).
- Okamura, M.: Vortex stretching and enstrophy production in stationary homogeneous isotropic turbulence. *Phys. Fluids*, **34**, 015102 (2022).
- Cocke, W. J.: Turbulent hydrodynamic line stretching: consequences of isotropy. *Phys. Fluids*, **12**, 2488 (1969).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 M. Okamura	4. 巻 34
2. 論文標題 Vortex stretching and enstrophy production in stationary homogeneous isotropic turbulence	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physics of Fluids	6. 最初と最後の頁 15102
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1063/5.0078184	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Okamura	4. 巻 841
2. 論文標題 Closure model for homogeneous isotropic turbulence in the Lagrangian specification of the flow field	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 521-551
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/jfm.2018.98	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Hirakawa and M. Okamura	4. 巻 50
2. 論文標題 Fully- and weakly-nonlinear bi-periodic traveling waves in shallow water	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Fluid Dynamics Research	6. 最初と最後の頁 25510
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1873-7005/aa9e99	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件／うち国際学会 0件）

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 コルモゴロフのエネルギースペクトルはレイノルズ数無限大の極限で存在するのか？
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会「乱流基礎相似則の再検討」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 コルモゴロフのエネルギースペクトルはレイノルズ数無限大の極限で存在するのか？
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 コルモゴロフのエネルギースペクトルはレイノルズ数無限大の極限で存在するのか？
3. 学会等名 流体力学会年会2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 有限レイノルズ数における一様等方性乱流のクロージャーモデル
3. 学会等名 流体力学会年会2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 K41の普遍性に対するランダウのコメントに矛盾しない新たな視点
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 岡村 誠
2. 発表標題 縦速度微分の歪み度のレイノルズ数依存性
3. 学会等名 日本物理学会第74回年次大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関