

令和 3 年 6 月 15 日現在

機関番号：17102  
研究種目：基盤研究(C) (一般)  
研究期間：2018～2020  
課題番号：18K03951  
研究課題名(和文) Exact coherent states in channel flow

研究課題名(英文) Exact coherent states in channel flow

## 研究代表者

Wall Darren (Wall, Darren)

九州大学・工学研究院・准教授

研究者番号：30534309

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は平面Poiseuille及び平面Couetteを配置するチャンネル流れの遷移・乱流を検討する。特に、Poiseuilleの層流から相次いで分岐する流れ族が乱流と関連するという従来研究による結論を再検討する。本研究はこの流れ族の全部は最初の遷移が行うReynolds数の3倍以上しか現れないとわかった。従来の結果が低い切り捨て設定のせいで、数値アーチファクトであることを説明する。回転させた平面Couette流れも検討する。回転率の増加を伴って2次元の渦流れは最初の2次流れと思われたが、そのロールセル流れは存在点から不安定で、小さなReynolds数において存在ができない。

## 研究成果の学術的意義や社会的意義

乱流流れの無効化的ポンプ輸送は世界の電力の10%を浪費することとされている。この問題を取り組むために先に乱流のメカニズムを理解しなければならない。この基礎的な研究ではこの現象の従来の誤解を訂正し、新しい理解を導入する。乱流が急に発生する平面Poiseuille流れ(PPF)と遷移が相次いで行うが可能である回転させた平面Couette流れ(RPCF)という2つの流れ配置を検討する。特に(PPF)においての低いReynolds数に現れる乱流が層流から分岐する流れによって説明ができない。それから、RPCFは回転率の増加を伴って最初現れる流れはロールセルでなく、傾斜渦流れと思われる。

研究成果の概要(英文)：This study considers transition and turbulence of channel flows in plane Poiseuille and Couette configurations. In particular, we consider whether the families of flows that bifurcate successively from the laminar Poiseuille flow are relevant to the turbulent flow, as suggested by previous research. The present study computes a number of families of such flows, but finds all exist above a value around three times the size of Reynolds number at which transition is first observed. The previous results of Ehrenstein & Koch (JFM, 1991), which differ from the present results, are shown to be numerical artefacts due to the low truncation level used in their study. We have also considered rotating plane Couette flow, finding the unexpected result that the 2D roll-cell flow that was thought to explain the first transition from the basic state with increasing rotation rate is unstable from its inception, and the flow observed in experiments is likely to be a newly discovered tilted vortex flow.

研究分野：流体力学

キーワード：Navier-Stokes equations Rotating Couette Flow Tilted vortex Plane Poiseuille Flow Exact coherent states

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

130年間以上の研究活度及びその関連の進行があっても、せん断乱流を支持するメカニズムはまだ不明である。これは科学的な疑問だけではなく、乱流流れのポンプ輸送は無効果などで、メカニズムを理解した上の制御により経済的及び環境的な利益が予想されている。この問題に取り組むための手法として最近力学系理論を応用されてきました。これは、Navier-Stokesという支配方程式の厳密な解('exact coherent solutions' (ECS))とその解の力学的な繋がりから乱流流れを説明する力学的な枠組みを探す手法である(R. Kerswell, Nonlinearity, vol18, 2005)。本研究において、この力学系手法を平面Poiseuille(ppf)流れ及び平面Couette(pcf)流れというチャンネル流れに応用する。ppfの層流の基本流はpcfや管内流れなどの他のせん断流れと異なり、有限のReynolds数において不安定になることである。この不安定はReynolds数の増加に伴うTollmien-Schlichting(TS)というスパン方向に依存しない2次元不安定が最初に現れる。こちらの不安定は流れの分岐点とみなして、この分岐点から得られた流れはppfあるいは他のせん断流れにおいても、どういう役割を持つかという疑問は本研究の開始点である。

## 2. 研究の目的

本研究はppfの基本解から分岐点から得られたECSを可能な限りを見出し、役割を調べることである。この調査において、2次元二次流れも、3次元三次・4次流れも導き、平面Couette流れを中心として、ppf以外の他のせん断流れにおいても、この流れと乱流の関連性を調べる。

## 3. 研究の方法

目的とする流れを導き、解析するためには、1) Navier-Stokes方程式のECSを解くこと2) 分岐される流れを見出すために、そのECSの安定性解析もしなければならない。上の1), 2)に取り組むための数学的な問題はNavier-Stokes方程式から得られた基本解の擾乱を支配する非線形偏微分方程式を導く。それから、上の1)はこの非線形擾乱方程式を解く計算コードを作成し、2)を解くためにこの方程式の線形化にした方程式を解く別の計算コードも作成する。擾乱をfourier-fourier-chebyshev級数に分解すれば、1)は非線形代数方程式を得、2)は線形固有値問題を得る。1)を解くためにはNewton法をする計算コードを作成し、2)を解くためには別の線形固有値問題を解く計算コードを作成する。本研究を検討する流れは数値収束が比較的遅いので、この両方のコードは一つの計算機のノードに入れなく、MPIにより並列化をしなければならない。

## 4. 研究成果

### 平面Poiseuille流れ

ppfの層流基本流はReynolds数 $Re=5772$ においてTS擾乱により不安定になる。これを分岐点とみなして、2次元ECSを得、その解は、従来の研究(Casas & Jorba Commun Nonlinear Sci Numer Simulat vol. 17, 2012)と同じく、最小Reynolds数 $Re_{2D,min}=2939$ を計算した。これに対して、実際

流れにおいて遷移流れが  $Re_G = 1000$  から現れる。この2次元の流れの対称解析により、superharmonic分岐で得られる3次元の3次流れは2つがある。その一つはTW\_aと呼び、TS流れが持つ「shift-reflect」の対称性を保存し、その他はTW\_bと呼び、この対称性を失う(図1を参考)。それから本研究の計算により、こちらの3次流れは $Re_{2D,min}$ 未満のReの値では存在が不可である。これは従来研究(Ehrenstein&Koch JFM 1991)と異なる。Ehrenstein&Kochはこういう流れは3つを見つけ、その中の「 $M^{(n,2m)}$ 」という一つは $Re_G$ まで存在し、そしてその摩擦係数(friction factor)も乱流の数字に似ていると結論した。本研究では、本研究の結論とこの従来結論の相違は説明を明らかにした。特に、「 $M^{(n,2m)}$ 」解を本研究でも見出したが、実はこの流れはTW\_a流れである。というのは、「 $M^{(n,2m)}$ 」という3つ目の流れは存在しないことを明らかにした。「 $M^{(n,2m)}$ 」流れではスパン方向の波数を2倍とし、偶数の係数の指数を半分とすると同一のTW\_a流れを得られる(図2)。それから、計算では従来のEhrenstein&Kochの研究に合わせて切り捨て設定低くすれば、この従来研究と同じく、3次元の流れは $Re_G$ まで存在し、摩擦係数も乱流に似ている。しかしながら、数値収束になるように切り捨て設定を高くすると、こういう3次元解は $Re_{2D,min}$ 未満のReの値では存在が不可であることは分かる(図3)。つまりこの従来乱流の最初に現れるRe数及びその摩擦係数に合う結果が数値アーティファクトである。本研究の調べた範囲により、こういうTS不安定点に関連する3次元の流れは、図3で示すように、低いRe乱流と直接な関係していない。

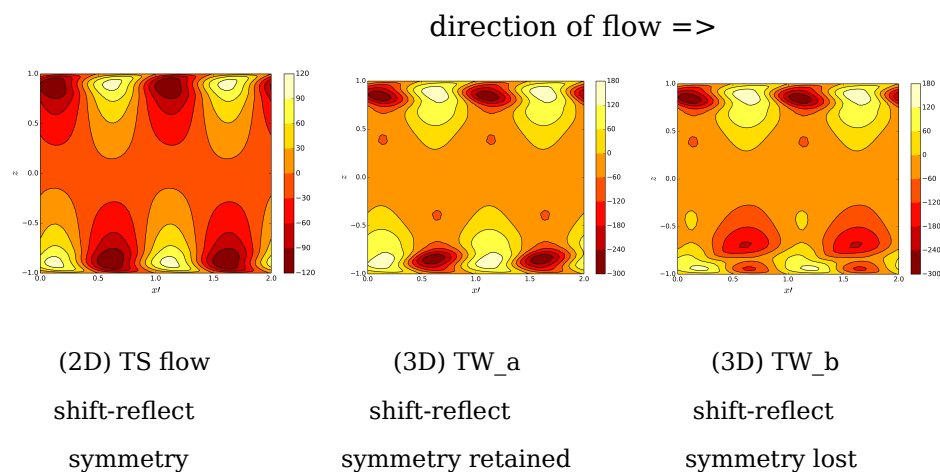


図1:2次元の2次流れ及び3次元の3次流れの構造。流れ方向(x)一主流に直交する方向(z)平面において擾乱の流れ方向の速度の成分を示す。ここで $Re=7500$ ,流れ方向波数 $\alpha=1.12$ ,スパン方向の波数 $\beta=8.76$ 。

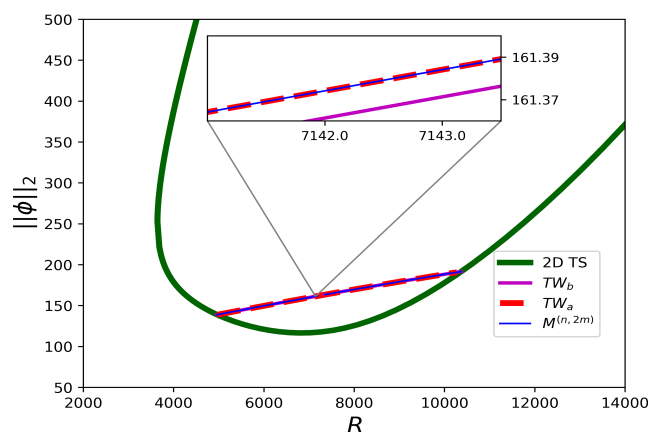


図2:Ehrenstein & Koch (JFM 1991)を見出した「 $M^{(n,2m)}$ 」というNavier-Stokesの解が存在しなく、実はTW\_aの解である。ここでTS2次流れから分岐される波数 $(\alpha,\beta)=(1.12,8.76)$ のTW\_aとTW\_bを示す。TW\_aとTW\_bは異なるが、TW\_aの $\beta$ を半分し、スパン方向の切り捨てを2倍した  $M^{(n,2m)}$ はTW\_aと機械精度まで同意する。

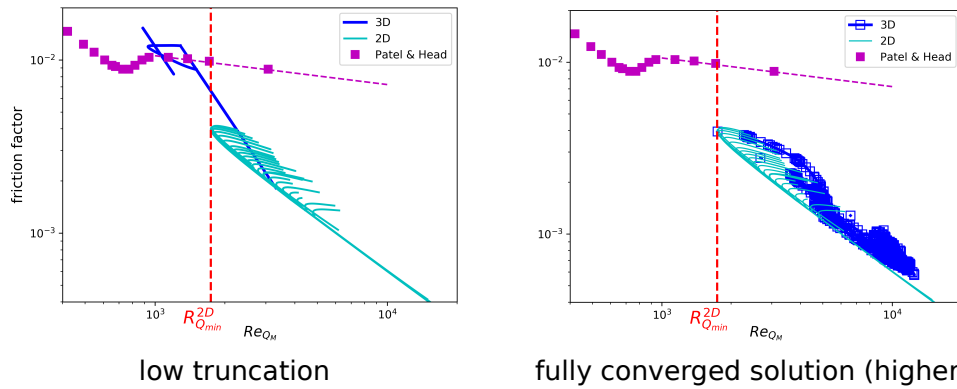


図3: 摩擦係数vsReを示す。従来の研究は3次元の3次元流れはRe及び摩擦係数が実際に観察した流れ(Patel & Head, JFM 1969)に同意することを結論した。(左)本研究のコードによるこの結果の確認である。しかし、本研究によりこの結果が数値アーティファクトであることが明らかになった。数値収束まで切り捨て設定を上げると(右)3次元流れはReも摩擦係数も実際の流れに近づかない。

### 平面Couette流れ

平面Poiseuille流れのために作った計算コードは同じデカルト座標を表示される平面Couette流れにも応用するので、続いて平面Couette流れも検討した。特に、スパン方向の軸を回転させた平面Couette流れ(RPCF)における「ribbon」流れの対称性は平面Poiseuille流れにTS関連の2次、3次、4次流れに対応するので、RPCFは他の研究者M. Nagata とB. Songを協力し、検討した。特に最近の実験的研究(Kawata & Alfredsson JFM vol.791 2016)を中心にRe=100において回転率の増加を伴う遷移現象を調べた。従来の研究によるとTaylor Couette 流れと同じく、回転率が増加すると基本解の次に現れる流れが2次元の流れ方向に依存しないロールセルであると思われる。このロールセル流れに対応するTV1という厳密な解を見いだせるが、安定解析すると、この流れは基本解から分岐してから不安定で、存在ができないことと分かる(図4)。特に長波長の擾乱に安定を失う。この長波長の極限值において、ribbonの分岐点がTV1の分岐点に近づく。その上、ribbonの分岐点と同じ点から分岐するtilted vortexという傾斜渦 流れも見つけ、この流れはKawata & Alfredssonの実験に現れる2次元流れに対応することと考えられる。

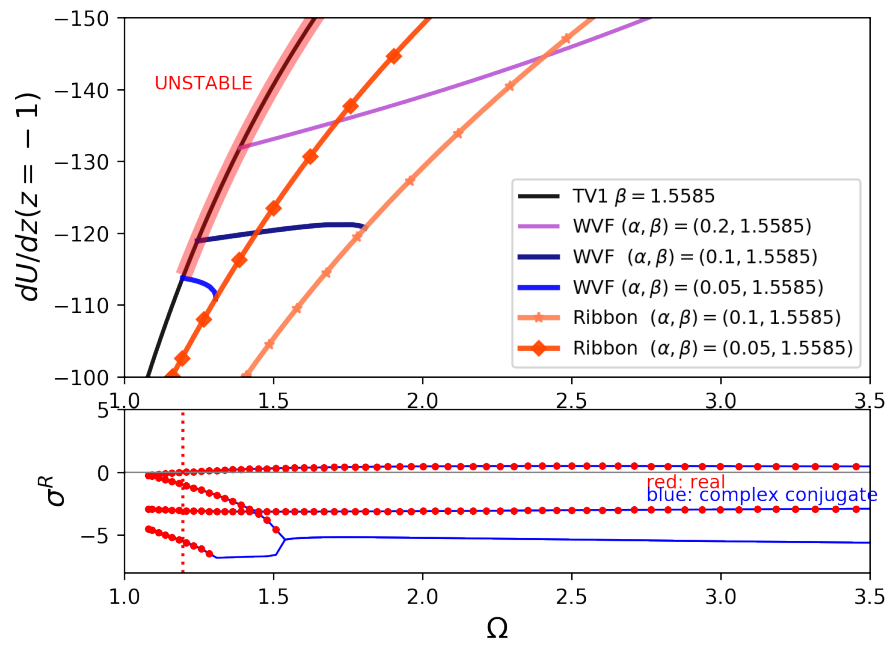


図4: (上)RPCFにおいての厳密な解の壁におくせん断応力vs回転率 $\Omega$ 、(下)TV1の二次流れの安定性、成長率 vs  $\Omega$ 。  $\Omega$ の増加を伴うTV1流が分岐されるが、長波数擾乱により分岐点から不安定であり、存在ができない。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Masato Nagata, Baofang Song, Darren P. Wall	4. 巻 918
2. 論文標題 Onset of vortex structures in rotating plane Couette flow	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 A2
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/jfm.2021.283	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件/うち国際学会 4件）

1. 発表者名 M. Nagata B. Song D.P. Wall
2. 発表標題 Transition in Rotating Plane Couette Flow, Revisited
3. 学会等名 IUTAM symposium on Laminar-Turbulent transition, London (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 M. Nagata B. Song D.P. Wall
2. 発表標題 Transition in rotating plane Couette flow
3. 学会等名 17th European Turbulence Conference, Torino (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 B. Song, D. P. Wall & M. Nagata
2. 発表標題 BIFURCATION IN ROTATING PLANE COUETTE FLOW REVISITED
3. 学会等名 Euromech Colloquium 598: Coherent structures in wall bounded turbulence (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Nagata B. Song D.P. Wall
2. 発表標題 Bifurcation in rotating plane Couette flow, revisited
3. 学会等名 Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics Association (BIFD) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
中国	Tianjin University	Center for Applied Mathematics	School of Mechanical Engineering