

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 4 年 6 月 10 日現在

機関番号：82645

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K03963

研究課題名(和文) 普遍的なLESを実現するSGS応力方程式型モデリングの研究

研究課題名(英文) SGS stress transport equation-based SGS modeling for comprehensive LES model

研究代表者

松山 新吾 (Matsuyama, Shingo)

国立研究開発法人宇宙航空研究開発機構・航空技術部門・主任研究開発員

研究者番号：60392841

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では平面乱流噴流のDNSデータベースを活用しながらSGS応力輸送方程式型のLESモデリングを実現することを目指した。最初のステップとして、DNSデータを利用したアプリオリテストを実施することにより、SGS応力に関する輸送方程式中に含まれる速度相関項や圧力・速度相関項についてモデリングを行った。さらに、LESソルバーにSGS応力輸送方程式モデルを組み込み、風上型補間スキームと散逸項に歪時間スケールを導入することで安定な数値解法を構築することに成功した。以上の成果により、SGS応力方程式型の新たなLESモデリングを実現した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

解析対象の流れ場に応じたSGSモデルのチューニングが一切必要なく、粗い計算格子を用いても良い結果が得られるようなLESは誰もが望む理想像である。本研究において構築されたSGS応力方程式型のモデルでは仮定に基づいたSGS応力のモデリングを行わずに輸送方程式を直接解くため、モデルチューニングの必要性がない。また、SGS応力方程式によってSGS乱流成分が陽的に計算されるため、格子が粗い場合にはSGS乱流成分の寄与が増加して格子解像度に対する依存性が解消される。今後、SGS応力方程式型のLESモデリングが誰にでも使いやすい普遍的なLESモデルとして広く普及することを期待する。

研究成果の概要(英文)：In this study, we aimed to realize SGS stress transport equation-based LES modeling by utilizing the DNS database for turbulent plane jets. As a first step, a priori tests using the DNS data were performed to model the unclosed terms in the SGS stress transport equation. Furthermore, we incorporated the SGS stress transport equation model into the LES solver and succeeded in constructing a stable numerical solution method by introducing an upwind-type interpolation scheme and a strain time scale for the dissipation term. With these results, a new SGS stress equation-based LES modeling was realized.

研究分野：乱流工学

キーワード：SGS応力輸送方程式 LES 平面乱流噴流 高レイノルズ数

### 1. 研究開始当初の背景

近年の著しい計算機能力の向上に伴い、乱流解析における Large-eddy simulation (LES) は基礎研究のみならず設計などの応用分野にまで適用範囲が広がりつつある。LES では SGS 応力項を渦粘性により近似するモデルが大半であるが、最も一般的なスマゴリンスキーモデルではモデルパラメーターのチューニングが必要であったり、ダイナミックモデルでも計算安定化のための平均化操作が必要であったりなど、対象とする流れ場に応じた調整が必要である。また、解析結果の格子解像度に対する依存性が強く、特に高レイノルズ数 ( $Re$ ) 乱流の場合には不十分な解像度で単純な渦粘性型モデルを用いた解析により良い解を得ることはほぼ不可能である。スマゴリンスキーモデルよりも高度なモデルとして、スケール相似則モデル・混合モデルや非等方性を考慮した SGS モデルが多数提案されているが、いずれも SGS 応力項を何らかの仮定に基づいてモデル化したものである。

本研究では SGS 応力の輸送方程式を直接解くことが SGS 応力項のモデリング手法として最も第一原理的であると考え、SGS 応力方程式型の LES モデリングを提案するものである。SGS 応力方程式型モデルでは SGS 乱流成分が輸送方程式により陽的に計算されるため、格子解像度への依存性が劇的に改善されることが期待できる。また、等方性や局所平衡などの仮定を行わないため、チューニングを一切必要としない普遍的な LES が実現できるはずである。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は「SGS 応力方程式型の LES モデルを構築し、解析対象の流れ場に応じたモデルのチューニングが一切必要なく、どのような計算格子を用いても精度の良い結果が得られる LES を実現すること」である。これは誰もが望む LES の理想像であるが、いまだに実現されていない非常に困難な目標である。

SGS 応力方程式は空間フィルタリング操作から厳密に導出されるものであるが、式に含まれる相関項にはモデリングが必要であり、その良し悪しが LES の解析精度を決めると言って過言ではない。SGS 応力方程式型の LES モデリングがほとんど行われてこなかったのは、相関項のモデリングが困難であるためと考えるが、本研究では高  $Re$  乱流噴流の DNS データを積極的に利用することで相関項の高度なモデリングを目指す。また、SGS 応力方程式は生成項を含む式であることから性質が散逸的ではなく、安定に式を解くこと自体が容易ではない。類似の輸送方程式としては燃焼などの反応流における化学種の質量保存式があり、生成項を伴う方程式系を安定に解くための手法が多数研究されているため、本研究では化学反応流における手法と知見を応用することで SGS 応力方程式の安定な数値解法を実現する。

SGS 応力方程式を直接解くことで高度な LES モデリングを目指すことは自然な流れであるが、方程式に含まれる相関項のモデリング、また、生成項を含んだ式を解く難しさに加えて、解かなければならない方程式の本数増加といった理由から敬遠されてきたものと思われる。本研究ではそれらの困難を克服しながら従来の渦粘性型モデリングから脱却して、新たな LES モデリングを目指すものである。本研究で実現する SGS 応力方程式型の LES モデルにより、誰でも容易に高精度な解が得られる、という先に述べた LES の理想像が実現され、LES が乱流解析のスタンダードなツールとなるためのブレークスルーをもたらすことが出来る。

### 3. 研究の方法

本研究では平面乱流噴流を解析対象として、申請者が過去に実施した研究 (科研費 基盤研究 (C)15K05817、平成 27~29) で取得した  $Re=3\times 10^3 \sim 3\times 10^4$  までの DNS データベース (図 1 に例を示す) を活用しながら、次のステップにしたがって SGS 応力方程式型 LES のモデリングを実施した。

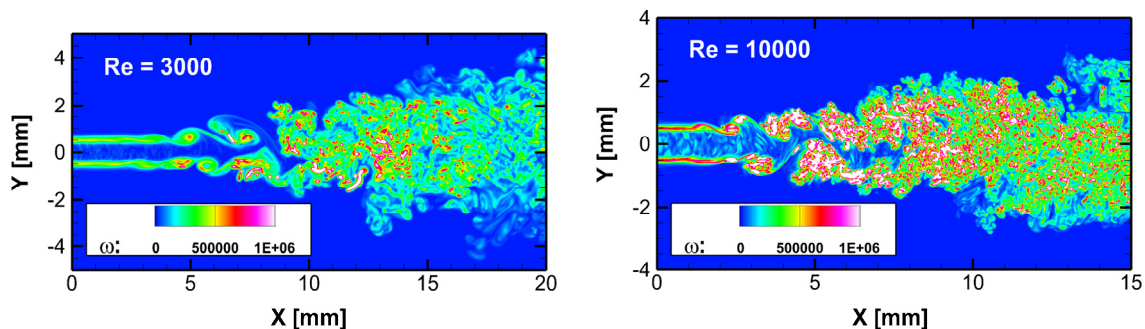


図 1 DNS データベースの例、 $Re=3\times 10^3$  および  $10^4$  に対する瞬時の渦度分布 ( $z=0$ )

○ アプリオリテストによる SGS 応力方程式のモデリング

以下に示す SGS 応力  $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$  に関する輸送方程式に含まれる速度相関項  $T_{ijk}$  や圧力・速度相関項  $\langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \rangle$  などの unclosed terms についてモデリングを行う。

$$\begin{aligned} \frac{D\tau_{ij}}{Dt} = & \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\text{viscous diffusion}} - \underbrace{\left( \tau_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \tau_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{production}} - \underbrace{\frac{\partial T_{ijk}}{\partial x_k}}_{\text{turbulent diffusion}} - \underbrace{\left( \langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \rangle + \langle \frac{\partial p}{\partial x_j}, u_i \rangle \right)}_{\text{velocity-pressure gradient correlation}} \\ & - 2\nu \underbrace{\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle}_{\text{dissipation}} \end{aligned} \quad (1)$$

$$T_{ijk} = \overline{u_i \bar{u}_j \bar{u}_k} - \bar{u}_j \tau_{ik} - \bar{u}_i \tau_{jk} - \bar{u}_k \tau_{ij} - \bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_k, \quad \langle a_i, b_j \rangle = \overline{a_i b_j} - \bar{a}_i \bar{b}_j$$

ここで、 $\bar{\cdot}$  は空間フィルタリングを施した量である。モデリングにあたり、DNS データを利用したアプリオリテストを実施する。

○ SGS 応力方程式の安定な数値解法の構築

SGS 応力の輸送方程式には移流・拡散・生成項が含まれるが、通常、安定性に影響を及ぼすのは生成項のみである。反応流において、類似の輸送方程式としては燃焼などの反応流における化学種の質量保存式があり、生成項を伴う方程式系を安定に解くための手法が多数研究されている。また、衝撃波を伴う圧縮性流れの数値解法では不連続を伴うような場合についても安定な解が得られる手法が提案されている。本研究では化学反応流と圧縮性流れにおける手法と知見を応用することで SGS 応力方程式の安定な数値解法を実現する。

○ 平面乱流噴流を対象とした LES の実施

上記のステップで構築した SGS 応力方程式とその数値解法を LES ソルバーに導入して  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流について LES を実施する。LES では以下の運動量保存則を解くが、SGS 応力  $\tau_{ij}$  は渦粘性モデルではなく輸送方程式から直接与えられる。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{p} \delta_{ij} - \bar{\sigma}_{ij} + \bar{\rho} \tau_{ij}) = 0 \quad (2)$$

$Re = 10^4$  の平面乱流噴流に対する LES を実施して、SGS 応力方程式型 LES モデリングが機能することを確認する。

4. 研究成果

○ DNS データを利用したアプリオリテスト

最初に、 $Re = 10^4$  の DNS データベース (図 1) を利用したアプリオリテストにより SGS 応力  $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$  を評価した。空間フィルタリングには以下の box filter を使用し、空間フィルターのサイズ  $\Delta$  を  $20 \sim 160\eta$  ( $\eta$  はコルモゴロフ長) で変化させた。

$$\bar{f}(x, t) = \int_{\Omega} f(x, t) G_{\Delta}(r) dr, \quad G_{\Delta}(r) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{if } r < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

平均操作には、500~1000 個の時系列データについて時間平均操作を行い、さらにスパン方向についてアンサンブル平均をとった。図 2 に  $\Delta = 80\eta$  の場合の  $x$ - $y$  断面 ( $z=0$ ) における SGS 応力の各成分の瞬時分布を示す。SGS 応力の対角成分 ( $\tau_{11}$ ,  $\tau_{22}$ ,  $\tau_{33}$ ) が支配的であることがわかる。対角成分以外の項では  $\tau_{12}$  が若干大きい、いずれも対角成分と比較すると小さい。

○ アプリオリテストによる unclosed terms のモデリング

次に、アプリオリテストにより得られた  $\tau_{ij}$  を利用して式 (1) の velocity-pressure gradient correlation 項と dissipation 項についてモデリングを行った。アプリオリテストの結果から viscous diffusion 項と turbulent diffusion 項が他の項と比べて小さいことが分かったためモデリングを省略した。まず、dissipation 項については、SGS 応力を歪時間スケール  $\tau_S$  で除した形式の以下のモデル

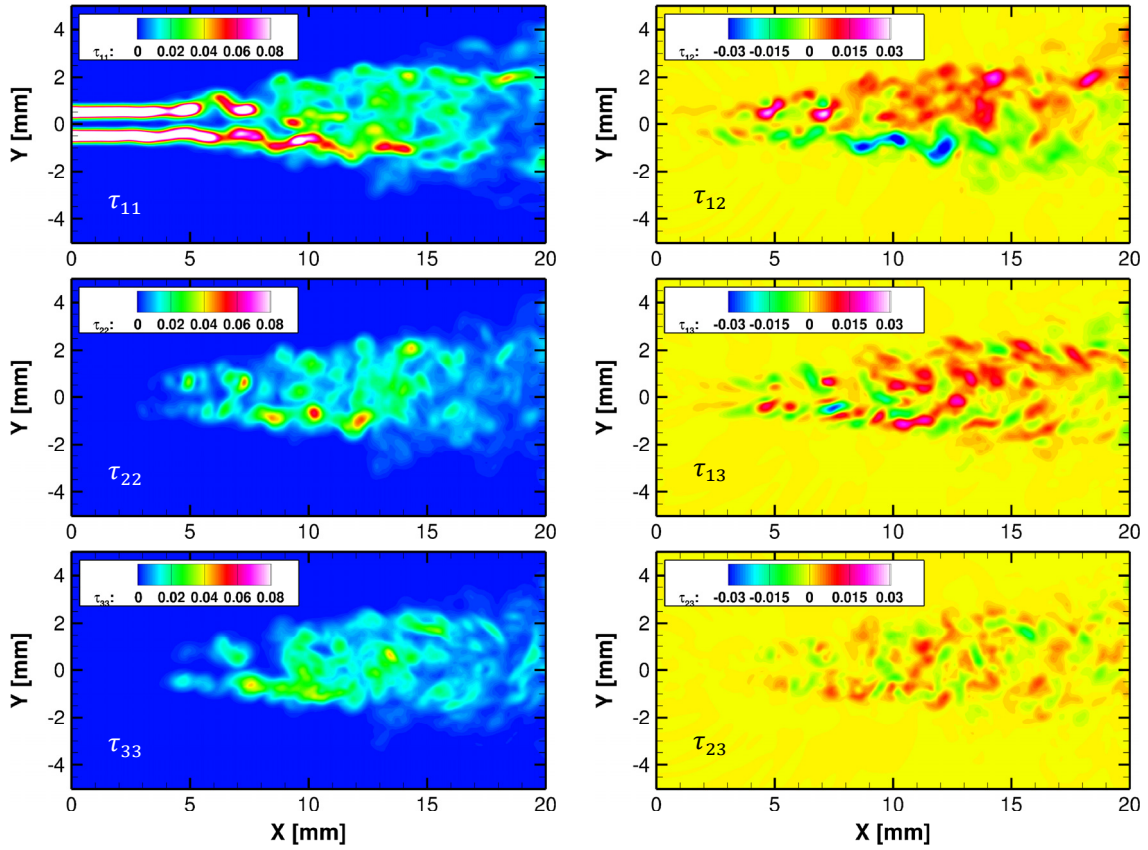


図 2 アプリオリテストにより評価した SGS 応力  $\tau_{ij}$  の例 ( $\Delta = 80\eta$ )

$$-2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k}, \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle = -C_\varepsilon \frac{\tau_{ij}}{\tau_s}, \quad \tau_s = 1/\sqrt{S_{ij}^2} \quad (4)$$

とした。ここで、 $C_\varepsilon$  はモデル定数であり、 $C_\varepsilon^{11} = C_\varepsilon^{13} = C_\varepsilon^{23} = 0.2$ 、 $C_\varepsilon^{22} = C_\varepsilon^{33} = 0.25$ 、 $C_\varepsilon^{12} = 0.05$  である。また、velocity-pressure gradient correlation 項については、レイノルズ応力輸送方程式型の RANS モデルを参考にして

$$-\left( \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i}, u_j \right\rangle + \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_j}, u_i \right\rangle \right) = C_{vp1} \frac{\tau_{ij}}{\tau_s} - C_{vp2} P_{ij} \quad (5)$$

とした。ここで、 $P_{ij}$  は式 (1) の production 項、 $C_{vp1}$ 、 $C_{vp2}$  はモデル定数であり、 $C_{vp1}^{11} = C_{vp1}^{22} = C_{vp1}^{33} = C_{vp1}^{12} = 2.5$ 、 $C_{vp1}^{13} = C_{vp1}^{23} = 1.0$ 、 $C_{vp2}^{11} = C_{vp2}^{22} = C_{vp2}^{33} = C_{vp2}^{12} = 3.0$ 、 $C_{vp2}^{13} = C_{vp2}^{23} = 1.0$  である。上記のモデル定数は  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流データを使用したアプリオリテストにより決定したが、これらのモデル定数に普遍性があるかについては検討が必要である。図 3 に  $\Delta = 80\eta$  として空間フィルタリングした DNS データベースから dissipation 項と velocity-pressure gradient correlation 項を評価した結果、および、式 (4)、(5) のモデルにより評価した結果を示す。式 (4)、(5) のモデルは DNS データベースによる結果を良く再現している。

○  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流に対する LES

式 (4)、(5) のモデルを SGS 応力方程式に組み込み、 $Re = 10^4$  の平面乱流噴流について LES を実施した結果 ( $x$  方向速度  $u$ 、および、SGS 応力の瞬時分布) を図 4 に示す。SGS 応力輸送方程式による LES で得られた速度場は少し振動がみられるが、計算が破綻することなく解を得ることができ、SGS 応力の分布は DNS によるアプリオリテストの結果と類似している。

○ まとめ

本研究では SGS 応力の輸送方程式を解くことにより SGS 応力を直接求める新たな LES モデリングを実現した。構築したモデルにより  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流に対する LES 解析を実施し、アプリオリテストの結果と類似した SGS 応力の分布が得られた。式 (4) のモデルに歪時間スケールを取り入れ、風上差分による高次精度化を採用したが安定性に少し課題が残った。今後、さらに安定性を維持する工夫をしながら SGS 応力方程式モデルの検証とモデルのアップデ



ートを進めたい。

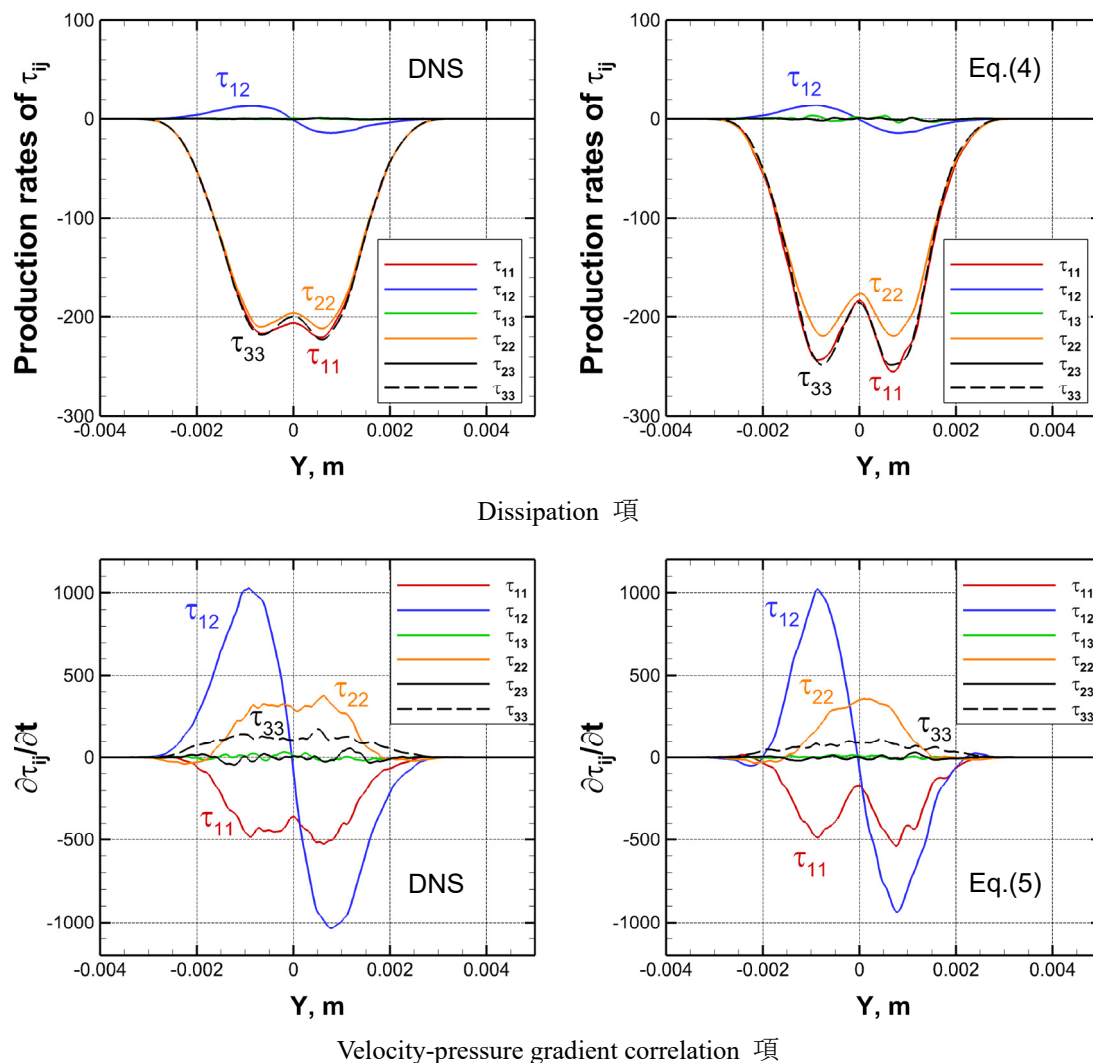


図 3 アプリオリテストによる unclosed terms のモデリング ( $\Delta = 80\eta$ )

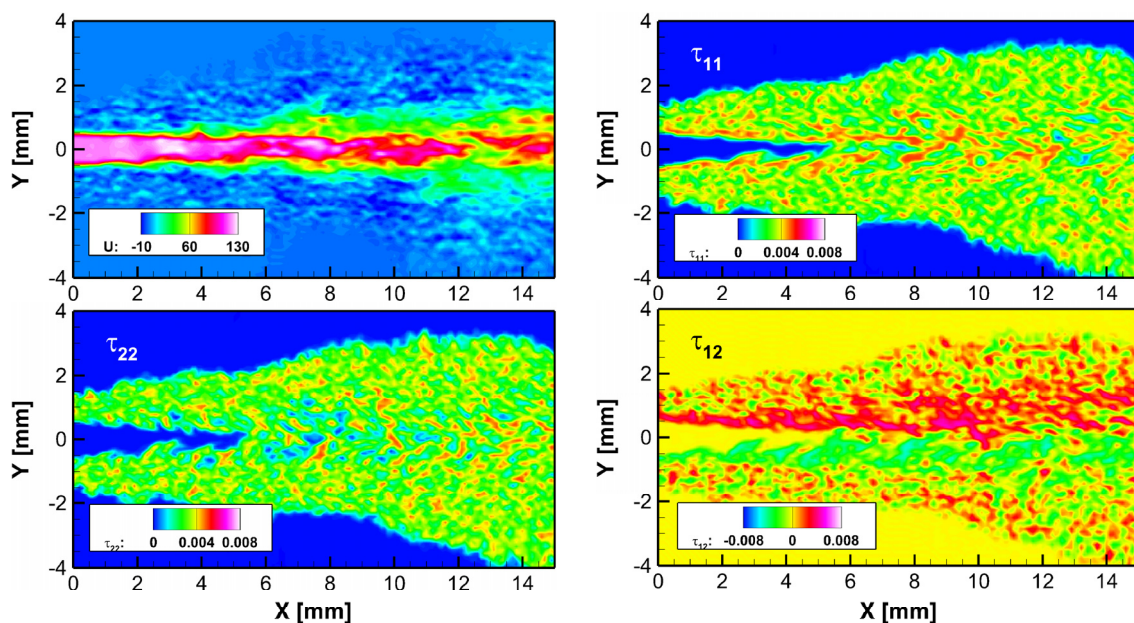


図 4  $Re = 10^4$  の平面乱流噴流に対する LES の結果、 $x$  方向速度  $u$  と SGS 応力 ( $\tau_{11}$ ,  $\tau_{22}$ ,  $\tau_{12}$ ) の瞬時分布

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 陰的LESとDNSの比較を通したLESに関する一考察
3. 学会等名 第37回生研TSFDシンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式によるLESモデリング
3. 学会等名 第34回数値流体力学シンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式によるLESモデリングの提案
3. 学会等名 第36回生研TSFDシンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式型のLESモデリングに向けた平面乱流噴流DNSデータによるアプリオリテスト
3. 学会等名 日本流体力学会年会2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式型モデルによる平面乱流噴流のLES
3. 学会等名 第33回数値流体力学シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式型モデルによる平面乱流噴流のLES
3. 学会等名 第35回生研TSFDシンポジウム
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 平面乱流噴流のレイノルズ数依存性に関するDNS
3. 学会等名 日本流体力学会 年会2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松山 新吾
2. 発表標題 SGS応力輸送方程式型のLESモデリングを目指した平面乱流噴流DNSデータによるアプリオリテスト
3. 学会等名 第34回生研TSFDシンポジウム
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

○JAXAスーパーコンピュータシステム利用成果報告(2021年4月～2022年3月)「普遍的なLESを実現するSGS応力方程式型モデリングの研究」  
<https://www.jss.jaxa.jp/ar/j2021/18533/>  
○JAXAスーパーコンピュータシステム利用成果報告(2020年4月～2021年3月)「普遍的なLESを実現するSGS応力方程式型モデリングの研究」  
<https://www.jss.jaxa.jp/ar/j2020/14503/>  
○JAXAスーパーコンピュータシステム利用成果報告(2019年4月～2020年3月)「普遍的なLESを実現するSGS応力方程式型モデリングの研究」  
<https://www.jss.jaxa.jp/ar/j2019/11428/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------