

令和 4 年 6 月 22 日現在

機関番号：12703

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K04602

研究課題名(和文) 複雑な相互内部構造を持つ高次元システムの準乱数シミュレーション

研究課題名(英文) Quasi-Monte Carlo Simulation for High-dimensional Systems with Complex Structure

研究代表者

諸星 穂積 (Morohosi, Hozumi)

政策研究大学院大学・政策研究科・教授

研究者番号：10272387

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：高次元の互いに依存関係をもつシステムを分析するための、非一様な確率分布をシミュレーションするための技法に関する研究を行った。研究は、主に接合関数によるモデル推定のための、乱数/準乱数生成のアルゴリズムの開発とその実装、性能評価をいろいろな指標を用いて行った。考案したアルゴリズムは、既存的手法にはないいくつかの特徴を示すことができた。具体的な問題としては、施設配置問題におけるロバスト最適化問題や、議席配分問題における公平性の指標の計算などを扱った。これらの問題において、モンテカルロ法や準モンテカルロ法によるアルゴリズムを活用しいくつかの知見を得ることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

高次元の非一様な乱数や準乱数の生成は、複雑な確率システム分析のためには必要不可欠な技術であるが、本研究では、一般的な多変量確率分布を統一的に扱う手法である接合関数を取り上げて、パラメトリックとノンパラメトリックの双方の立場から、アルゴリズムを考案した。特にノンパラメトリックな場合は、従来ほとんど研究が行われておらず、効率的なアルゴリズムを考案し性能評価を行ったことは、学術的な意義を持つと考える。またいくつかの応用例においては、シミュレーションを駆使した手法を活用すること自体新しい試みであり、今後とも発展が望まれる内容を示すことができた。

研究成果の概要(英文)：This research focused on generating non-uniform random numbers for the simulation analysis of high-dimensional complex systems. Our generation algorithms make use of copula, which is a unified methodology to describe multi-variate probability distributions. The main topics of the study are to develop and implement Monte Carlo and quasi-Monte Carlo algorithms as well as their performance tests of them. The new algorithms show good performance compared to the existing ones. Furthermore, some practical problems are investigated for the application. They are robust optimization of facility location problem and the measure of equity of apportionment problem. Simulation methods are useful for those problems to find new findings and implications.

研究分野：社会システム工学

キーワード：シミュレーション分析 準乱数 モンテカルロ法

1. 研究開始当初の背景

(1)互いに依存関係をもつ多数の構成要素からなる確率システムを分析するために、そのようなシステムをモデル化した高次元の非一様な確率分布が用いられる。システムの詳細な分析は、通常計算機を用いたシミュレーションによって行われるが、そのためには高次元の非一様な乱数が必要であり、シミュレーションを高速に行うためには、より性能のよい乱数生成のアルゴリズムの開発が重要である。高次元の確率分布を統一的に扱うための手法としては、接合関数を用いた研究が盛んに行われている。そこでは、一つの確率分布に対していくつかの生成法が提案されていて、乱数生成アルゴリズム研究の観点からは、それらの複数手法の中での効率性を比較検討することは、よりよいアルゴリズム開発のために必要な研究であろうと考えられる。

(2)乱数の生成には、大きく分けてモンテカルロ法と準モンテカルロ法があり、それぞれ発生したい確率分布が与えられると、いろいろな手法により目的の乱数を発生させる。モンテカルロ法は、いわば数学的な確率変数を擬似的に再現したもので、理論の直接的な応用が可能な手法であるが、準モンテカルロ法は、分布の性質を再現することに特化した手法であり、しばしばモンテカルロ法より高速な計算を実現するが、利用には細心の注意が必要である。接合関数を準モンテカルロ法で利用するために必要な条件を吟味することは、効率的なアルゴリズム実現のために資することになるだろう。

(3)マルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)は、分布関数が陽に分からないような高次元分布に対して有効な方法である。形状が複雑な領域で乱数を発生させたいときには、大変有効な手法であり、個々の問題に即したアルゴリズムがいろいろ工夫されている。理論的研究が多い一方で、現実の問題を MCMC を実装してみる研究は意外と少ないので、適用事例を広げる中で、新しい問題を見つけ出していくことが望まれている。

2. 研究の目的

(1)接合関数を用いた、乱数と準乱数を生成するアルゴリズムを開発し実装する。同一の接合関数に対して複数の乱数生成アルゴリズムが考えられるとき、モンテカルロ法と準モンテカルロ法で、どのアルゴリズムが有効かを調べる。具体的な問題を取り上げることで有効な応用例を示したい。

(2)パラメトリックな場合とノンパラメトリックな場合とで、アルゴリズムの有効性を示したい。パラメトリックな場合は、所与のパラメータをもつ分布のサンプルを忠実に再現すること、データからパラメータ推定を行うことが、主要な課題である。ノンパラメトリックな場合は、計算の安定性や、パラメトリックブートストラップなどへの利用を考える。

(3)複雑な形状をした高次元の領域で乱数を発生する問題に対する MCMC 法を利用し、期待値や確率の推定を行う。複数の手法を比較することで信頼性の高い計算結果を得るための工夫をして、実用的な手法としての確率を目指すようにする。

3. 研究の方法

(1)主に数値実験により、実装時のアルゴリズムの正確性や効率性の確認を行う。複数のアルゴリズムで確認することで、計算結果の信頼性を確保する。

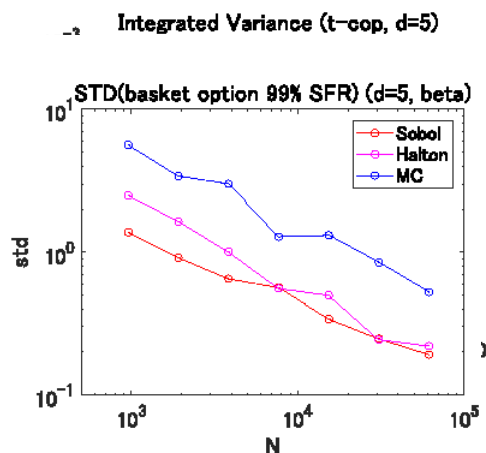
(2)代表的な事例を用いて実験を行うことで、手法の有用性、応用可能性をわかりやすい形で提示する。

(3)具体的な事例を多く取り上げて、計算結果を示すことにより、本手法が実際に役立つものであることを、明示的に報告する。

4. 研究成果

(1)代表的な接合関数を選んでサンプルを模擬的に生成し、そのサンプルから乱数と準乱数で生成したサンプルが、元の分布にどのくらい忠実になっているかを、不偏性の尺度 IV を計算して確かめてみた。右図のように準乱数(Sobol)の尺度が、乱数(random)よりかなり小さい値を示し、準乱数のサンプルの忠実性を確認した。具体的な数値計算問題に適用してみたときの計算の効率性を測る実験として、バスケットオプションの価格計算にも2つの手法を適用してみた。ここでは計算の収束の速さを見るために、計算値の標準誤差を調べた。こちらの実験でも、乱数(MC)より、準乱数(Sobol, Halton)のほうが、収束が早い様子が実験的に確認された。

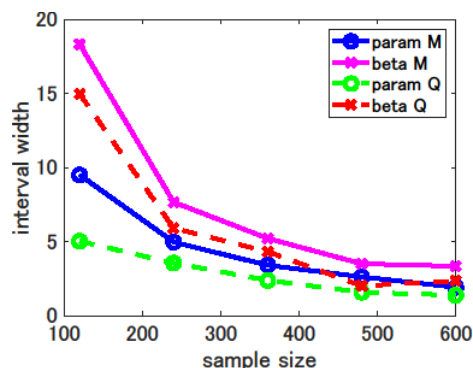
一方でこれらの方法で乱数を発生させるために利



用した逆関数法による生成では、サンプル生成の計算時間が長くかかってしまい、実用上は問題があることが分かった。アルゴリズムを見直して、より高速な生成法の必要性が新たに課題となった。これについての研究が次のステップで行われた。

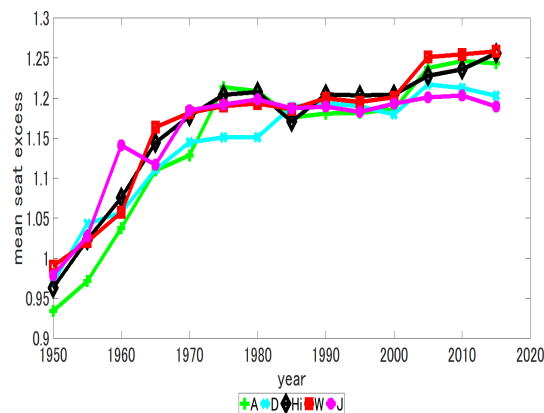
(2) サンプル生成に用いたベータ関数やパーンスタイン関数の和による表現に対して逆関数を求める方法が非常に低速であることを改善するために、問題の関数表現が、混合型の確率分布とみなせることに注目した、新しいアルゴリズムを案出した。

手法の評価のために、代表的な接合関数を選んでその分布のパラメータを推定する区間幅を適切に計算できるかという実験を行った。同じ設定で比較すると、乱数(M)より準乱数(Q)が、より狭い区間推定の幅を与えることが示された。また新しいアルゴリズムが正しい結果を与えること(推定区間の中に真の値が含まれること)も確認された。

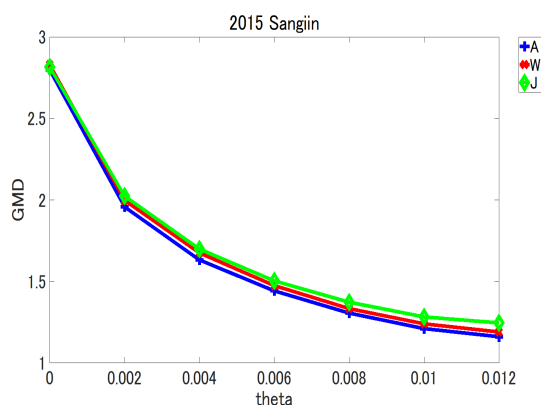


(3) 施設配置問題で協調型被覆問題の拡張として、ロバスト性を加味したモデルを考案した。その際、ロバスト最適化における不確実性を表現する集合の推定を行うために、モンテカルロ法や準モンテカルロ法による集合のパラメータ推定を試みた。パラメータの推定はほぼ安定して求めることができたが、最適化については、問題の規模が大きくて近似的な解しか求めることができず、最終的な成果を得るには追加的な実験が必要である。

(4) 議席配分問題において、モンテカルロ法を用いた公平性を測る手法を開発した。この問題に表れる配分多面体に注目し、高次元多面体の内部でランダムな点を生成する手法として有効なマルコフ連鎖モンテカルロ法を具体的に実装し、計算を行った。方法の特徴としては、この多面体が通常のユークリッド空間上ではなく、1次元の低い単体上に存在していることを考慮したアルゴリズムを開発した。また公平性の指標として、従来考えられてきた比例性に関する指標に加えて、相対的な比較による指標であるジニ平均差を対数スケールで計算する基準を考案し、2つの指標をこの方法で計算した。具体的には、日本の国会(衆議院、参議院)の選挙区について、都道府県への配分議席数が、現行の数値とほかの代表的な配分法を使う場合とで、どのように異なるかを調べた。右図は参議院の結果である。近年は格差が広がる傾向で、どの配分法で格差の是正は難しい。



また、異なる実験として最小議席数の制約が、公平性の指標にどのような影響を与えるかを、同手法を用いて調べた。右図は参議院の結果である。最小議席を設定することで、かなり格差を是正することに効果があるし、実際の状況にも近いと思われる結果を得ることができた。



5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Hozumi Morohosi	4. 巻 12
2. 論文標題 Logarithmic Gini mean difference measure for apportionment problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 69-71
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14495/jsiaml.12.69	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 古田壮宏, 諸星穂積	4. 巻 65
2. 論文標題 救急車配置のためのシミュレーションと最適化モデル	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 484-490
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 H. Morohosi	4. 巻 -
2. 論文標題 Network-Based Multiple UAVs Search Planning for Disaster Relief.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Oper. Res. Soc. China	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s40305-019-00283-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 1件/うち国際学会 2件）

1. 発表者名 諸星穂積
2. 発表標題 議席配分問題における公平性についての考察
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 諸星穂積
2. 発表標題 経験ベータコピュラによる乱数の生成と応用
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2021年春季研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 H. Morohosi
2. 発表標題 Simulating empirical copulas: Empirical comparison MC and QMC.
3. 学会等名 The 12th International Conference on Monte Carlo Methods and Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 諸星穂積
2. 発表標題 経験コピュラによる乱数と準乱数の生成について
3. 学会等名 日本OR 学会秋季研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hozumi Morohosi
2. 発表標題 Network-based multiple UAVs search planning for disaster relief
3. 学会等名 The 13th International Symposium on Operations Research and its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 諸星穂積
2. 発表標題 災害時の捜索における複数ドローン の利用可能性についての試算
3. 学会等名 日本OR学会周期研究発表会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 日本応用数学会、大山 達雄	4. 発行年 2022年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 352
3. 書名 選挙・投票・公共選択の数理	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------