

令和 3 年 6 月 16 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2020

課題番号：18K04610

研究課題名（和文）解空間の圧縮保持によりグラフ最適化問題を解く技法

研究課題名（英文）Solving graph optimization problems by compressing and storing solution space

研究代表者

川原 純（Kawahara, Jun）

京都大学・情報学研究科・准教授

研究者番号：20572473

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、解空間圧縮保持の技法において扱うことのできるグラフクラス、制約、目的関数を大幅に増やすことで、技法の有用性を高めた。ホットスポット検出、選挙区割を求める問題、クラウドソーシングのシャープレイ値計算、ノードの故障も考慮したネットワークの信頼性評価等、様々なグラフ最適化問題を解くための手法を提案し、有効性を示した。本研究では、解空間圧縮保持の技法を非専門家でも扱えるよう、ソフトウェアとして整備して公開した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

実社会に現れる最適化問題は、整数計画法として定式化が行われ、CPLEX等のソルバーソフトウェアを用いて解かれることが多いが、グラフの問題では整数計画法による定式化が難しい場合がある。そのような問題に対しても、解空間圧縮保持の技法を用いて解くことができる可能性がある。本研究では、解空間圧縮保持の技法の有用性を高めるため、扱うことのできるグラフの種類や制約条件、目的関数等を強化し、いくつかのグラフ最適化問題を解くための手法を提案した。本研究では、解空間圧縮保持の技法を非専門家でも扱えるよう、ソフトウェアとして整備して公開した。

研究成果の概要（英文）：In this research, a framework of compressing and storing search space is enhanced by increasing graph classes, constraints, and objective functions that the framework can treat. Using the framework, methods for detecting a hotspot, electoral redistricting, computing Shapley values for crowd sourcing, and network reliability with imperfect vertices, are proposed. The framework is implemented as a software library and has been published for non-specialists of algorithms.

研究分野：アルゴリズム

キーワード：グラフアルゴリズム データ構造 二分決定グラフ 区間グラフ 平面グラフ ホットスポット検出
選挙区割 ネットワーク信頼性評価

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

一票の格差の小さな選挙区割の求解や、災害からの避難時間を短くする避難所割当、電力ロスの小さな配電網設計などの社会システム設計において、グラフ最適化問題として定式化できる問題は多くあるが、その際に考慮すべき制約は多数存在する。従来、このようなグラフ最適化問題は、線形整数計画法として定式化を行い、CPLEX や Gurobi などの強力なソルバーにより解かれることが多かった。しかしながら、線形整数計画法では線形不等式での制約の記述が足かせとなり、定式化が複雑になりがちである。定式化の技法は広範に研究されているが、それらの技法を用いても記述が難しい制約も、特にグラフ最適化では多数存在する。

近年、グラフ最適化問題に対して、候補となる部分グラフをすべて列挙し、ゼロサプレス型二分決定グラフ(以下、ZDD)として圧縮して保持し、問題に応じた最適解を得る手法が研究されている。ZDD には各種の集合演算を効率的に実行できる特徴があり、それらの演算によって問題の制約を記述できる。本研究では ZDD を用いたアプローチを解空間圧縮保持の技法と呼ぶ。この技法によって配電網の電力ロス最小化問題や一票の格差が小さな選挙区割の列挙等の問題を解く手法が提案されている。

しかしながら、従来の解空間圧縮保持の技法では、扱える基グラフは、パスや全域木(森)、連結成分分割などの比較的単純なグラフ構造に限られてきた。適用可能な制約の種類は多くなく、線形整数計画法で容易に記述可能な線形制約でさえ利用が困難になることがある。実行可能解の集合から抽出できる最適解は目的関数が線形なものに限られる。本研究の学術的な問いは、解空間圧縮保持の技法が、線形整数計画法などの有力な既存手法にどこまで迫れるか、また、既存手法が苦手とする問題をどの程度解くことができるかである。

2. 研究の目的

本研究の大きな目的は、解空間圧縮保持の技法が、モデル立案者がグラフ最適化問題を解く際に初めに試す手法となることを目指し、扱えるグラフ、制約、目的関数を大幅に増やし、技法を体系立てて確立することである。現状、グラフ最適化問題を解く際には、整数計画法により定式化を行い、CPLEX などのソルバーにより求解を行うのが有力な手法の1つであろう。本申請では、そのような定式化で解けない厳密最適解が得られない問題に対し、解空間圧縮保持の技法を、もう1つの有力候補として確立することを目指す。具体的には以下を目的とする。

(1) 本技法で扱える基となるグラフの種類を拡張することで、より広範なグラフ最適化問題への対応を目指す。研究開始前の時点では、扱えるグラフはパスや全域木(森)、連結成分などの基本的なグラフ構造に限られていた。例えば、区間グラフ(区間の重なりをグラフとして表した構造)が扱えると、DNA の断片の復元に応用できる。解空間の圧縮保持の技法により圧縮が効くグラフの性質を明らかにする。

(2) 本技法で扱える制約や目的関数を拡張することで、より実際に近いグラフ最適化問題のモデル化をサポートする。例えば、選挙区割問題において、区割は細長くならないことが望ましく、現行の区割からなるべく変化が少ない方が望ましい。また、従来は保持している解空間から最適解を抽出する際、目的関数が線形でなければならない。ホットスポット検出問題に置いては、尤度のように対数を含む目的関数の最大化・最小化が必要になる。これらの複雑な制約を扱う手法を確立する。

(3) 本技法が適用可能なグラフ最適化問題を拡張する。(1)、(2)によって、本技法で扱えるグラフ、制約、目的関数が増えることにより、本技法がさらに広範なグラフ最適化問題に適用できると考えられる。また、解空間を圧縮して保持している特性を活かした応用を考案する。

(4) 本技法の非専門家でも手軽に使用できるソフトウェアを開発する。解空間圧縮保持の技法は、graphillion と呼ばれる python 言語のライブラリに実装されている。このライブラリでは、パスや全域木などの基本的なグラフ構造を扱えるが、上述した複雑なグラフ、制約、目的関数は扱えない。本研究で提案するアルゴリズムの実装を graphillion に追加し、非専門家がグラフ最適化問題の求解が可能となるよう、web 上で公開する。

3. 研究の方法

(1) 弦グラフや区間グラフなど多くの応用で現れるグラフクラスに対し、解空間圧縮保持で扱うための技法を開発した。提案手法では、グラフの辺に色を与え、色付きグラフの集合を圧縮して表現し、最終的に色を抜くことにより所望のグラフ集合を得る手法を提案しており、さらに、与えられた部分グラフ集合を誘導部分グラフとして含まない部分グラフ全体からなる集合を ZDD として構築する手法を提案した。この色を用いる手法は、弦グラフや区間グラフ、平面グラフや直並列グラフ等、様々なグラフクラスを扱える汎用的な技法となっている。

(2) 本研究では、ホットスポット検出、選挙区割を求める問題、クラウドソーシングのシャープレイ値計算、ノードの故障も考慮したネットワークの信頼性評価等、様々なグラフ最適化問題を通して、解空間圧縮保持の技法の汎用性を考察する。

4. 研究成果

以下の研究成果は、(8)以外は査読付き英文論文誌または査読付き国際会議の予稿集として発表されている。(8)はソフトウェアや普及活動であり、一般公開されている。

(1) 研究の方法の項目で述べた、色を付ける方法により、従来手法に比べて条件の記述が柔軟にできるようになった。この手法により、禁止誘導部分グラフで特徴づけられる部分グラフのクラスを扱うことが可能になった。具体的には弦グラフや区間グラフ、真区間グラフ等が扱える(図1右上)。弦グラフは長さ4以上のサイクルを誘導部分グラフとして含まないグラフとして特徴づけられる。与えられたグラフに対して、長さ4以上のサイクルは既存手法によりZDDとして表すことができる。このZDDに含まれるいずれのグラフも誘導部分グラフとして含まない部分グラフ全体からなる集合をZDDとして構築する手法によって、部分弦グラフの集合をZDDとして構築することができた。また、区間グラフは5種類のグラフクラスによって特徴づけられるが、同様の手法によって、部分区間グラフの集合をZDDとして構築することができた。これにより例えば与えられたグラフの部分グラフとなる弦グラフや区間グラフの列挙が可能になる。さらに、弦グラフや区間グラフに対するグラフ最適化問題にも応用ができる。例えば、113頂点、342辺のグラフについて、 4.3×10^{96} 個の部分弦グラフを表すZDDを1.13秒で構築できた。また、2888頂点、2981辺のグラフについて、 1.3×10^{894} 個の部分区間グラフを表すZDDを121.0秒で構築できた。いずれも既存手法では不可能であった。研究の目的の項目で述べた(1)が達成された。

(2) 色を付ける方法により、禁止トポロジカルマイナーで特徴づけられるグラフクラスを解空間圧縮保持の技法で扱う手法を提案した。トポロジカルマイナーで特徴づけられるグラフクラスは、平面グラフ、外平面グラフ、カクタスグラフ、直並列グラフ等、重要なグラフクラスを含む(図1右下)。(1)と合わせて、解空間圧縮保持の手法で扱うことのできる基グラフを大幅に拡張することに成功した。研究の目的の項目で述べた(1)が達成された。

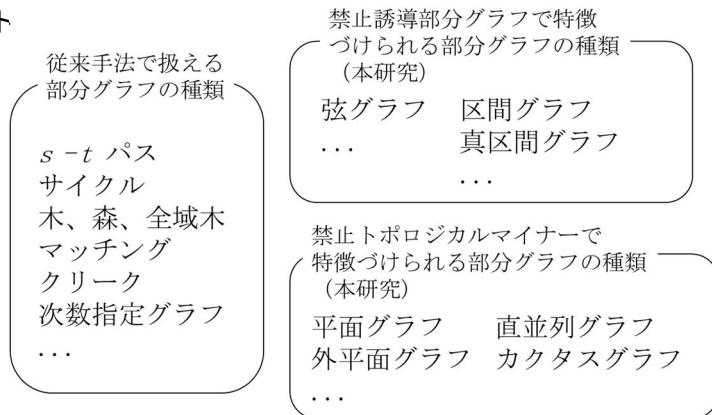


図1 解空間圧縮保持の技法により扱える部分グラフのクラス

(3) 与えられた地図上で、病気の発生頻度などの統計値が他の地域に比べて高い領域をホットスポットという。圧縮保持したホットスポット候補集合に対して、尤度が最大の領域を高速に抽出する手法の開発に成功した。これはZDD上の各節点に付加的なデータを加えることで探索を効率化する手法である。ホットスポットの検出をグラフ最適化問題として定式化し、領域候補を圧縮保持し、尤度が最大の領域を近似ではなく厳密に求める技法を開発した。ノースカロライナ州の100郡において、10の26乗個以上存在する全ホットスポットを圧縮して保持することに成功した。また、既存手法では困難な、11郡からなるホットスポットの中から尤度が厳密に最大となる領域を求めることができた。本技法により、線形以外の目的関数について最適化が可能となり、研究の目的の項目で述べた(2),(3)が達成された。

(4) 与えられた地図上における選挙区割の策定には、区割が恣意的に作られたかどうか判定するために、一様ランダムサンプリング等、統計的手法を利用する。既存手法[Kawahara et al. 2017]により選挙区割のパターンを解空間圧縮保持の手法で保持することは可能であるが、本研究により、保持した解空間から真に厳密にランダムサンプリングを行うことができる。本手法で厳密に求めた分布と、近似的手法の1つであるrandom-seed-and-grow法[Cirincione+ 2000]との比較を行い、random-seed-and-grow法が真の分布とはずれが生じることを計算機実験により示した。同様に近似的手法の1つであるMCMC法[Fifield+ 2014]とも比較を行い、MCMC法は真の分布に近い分布となることを示した。これは解空間圧縮保持の技法が最適値を求める問題以外にも活用された1つの例である。研究の目的の項目で述べた(3)が達成された。

(5) クラウドソーシングにおいて多数のワーカの意見を集約し、集約した意見の質をコントロールすることは重要である。その際に、悪意のワーカによって自身の意見を複数人に見せかけられる可能性がある。この問題に対し、協力ゲームにおいて、各ワーカによる貢献を測定するために使われるシャープレイ値回帰を利用する。ワーカの数 n 人としたとき、 n 人のべき集合の部分集合すべてに対してシャープレイ値を計算する必要があるため、 2^n 回の計算が必要である。本問題について解空間圧縮の技法により、ワーカの連合の候補を効率良く保持することで、比較的大きな n の値についてシャープレイ値を計算できることを示した。研究の目的の項目で述べた(3)が達成された。

(6) ネットワークのリンクに静的な故障確率が与えられるとき、指定された 2 点間が通信可能である確率を求める問題をネットワーク信頼性評価と呼ぶ。ネットワーク信頼性評価では通常リンクのみが故障する可能性があると考えるが、本研究では、ノードの故障も考慮したネットワーク信頼性評価を、解空間圧縮保持の技法を用いて行う手法を提案した。再帰的アルゴリズムを設計することにより、技法が扱える制約条件を拡張できた。提案したアルゴリズムは最大で 1074.6 倍高速に計算できることを計算機実験により示した。研究の目的の項目で述べた(2),(3)が達成された。

(7) 解空間圧縮保持のために、これまでの研究では ZDD が用いられていたが、最近研究が進められている ZSDD を用いた手法の研究も行った。本研究の開始当初、ZSDD は萌芽的であったが、研究が進むにつれ、本研究で扱うグラフ最適化問題にも適用できる可能性が見えてきた。ZSDD は ZDD の一般化であり、圧縮効果がより高いが、構築アルゴリズムが複雑になる傾向がある。本研究では、与えられたグラフの部分グラフ集合を ZSDD として表現するための汎用的なアルゴリズムの枠組みを構築した。グラフの辺の数、次数、連結性等の基本的な制約を組合せて用いることで、パスやサイクル、全域木等、ZDD で表すことのできる多くの部分グラフ集合を ZSDD でも表すことができた。入力例によっては、全域木の集合を表す ZSDD の構築を、ZDD の場合に比べて 7898 倍高速にでき、使用メモリを 476 分の 1 に抑えることができた。この研究は開始当初に想定していなかった結果である。

(8) 本研究の成果を、graphillion と呼ばれるグラフ列挙のライブラリの一部として公開した (<http://graphillion.org/>)。グラフ分割や弦グラフの列挙と、それによる組合せ最適化問題の求解が、アルゴリズムの専門知識を意識せずにできるようになった。本技法の普及を目指して、解説スライドを公開した (<https://www.algo.cce.i.kyoto-u.ac.jp/jkawahara/frontier/>)。研究の目的の項目で述べた(4)が達成された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Nakahata Yu, Kawahara Jun, Horiyama Takashi, Minato Shin-ichi	4. 巻 12049
2. 論文標題 Implicit Enumeration of Topological-Minor-Embeddings and Its Application to Planar Subgraph Enumeration	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 In Proceedings of the 14th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2020)	6. 最初と最後の頁 211-222
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-39881-1_18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Jun Kawahara, Koki Sonoda, Takeru Inoue, and Shoji Kasahara	4. 巻 188
2. 論文標題 Efficient Construction of Binary Decision Diagrams for Network Reliability with Imperfect Vertices	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Reliability Engineering & System Safety	6. 最初と最後の頁 142-154
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.res.2019.03.026	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fumio Ishioka, Jun Kawahara, Masahiro Mizuta, Shin-ichi Minato, and Koji Kurihara	4. 巻 2
2. 論文標題 Evaluation of Hotspot Cluster Detection using Spatial Scan Statistic based on Exact Counting	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 241-262
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-018-0030-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yuko Sakurai, Jun Kawahara, and Satoshi Oyama	4. 巻 11248
2. 論文標題 Aggregating Crowd Opinions Using Shapley Value Regression	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 In Proceedings of the 12th Multi-disciplinary International Conference on Artificial Intelligence (MIWAI 2018)	6. 最初と最後の頁 151-160
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-03014-8_13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun Kawahara, Toshiki Saitoh, Hirofumi Suzuki, Ryo Yoshinaka	4. 巻 11544
2. 論文標題 Colorful Frontier-Based Search: Implicit Enumeration of Chordal and Interval Subgraphs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 In Proceedings of the Special Event on Analysis of Experimental Algorithms (SEA^2 2019)	6. 最初と最後の頁 125-141
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-34029-2_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yu Nakahata, Masaaki Nishino, Jun Kawahara, Shin-ichi Minato	4. 巻 160
2. 論文標題 Enumerating All Subgraphs under Given Constraints Using Zero-suppressed Sentential Decision Diagrams	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 In Proceedings of the 18th Symposium on Experimental Algorithms	6. 最初と最後の頁 9:1--9:14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.SEA.2020.9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Benjamin Fifield, Kosuke Imai, Jun Kawahara, Christopher T. Kenny	4. 巻 7
2. 論文標題 The Essential Role of Empirical Validation in Legislative Redistricting Simulation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Statistics and Public Policy	6. 最初と最後の頁 52-68
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/2330443X.2020.1791773	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 2件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 二分決定図を用いた部分弦グラフと部分区間グラフの列挙
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 二分決定グラフを用いたネットワーク信頼性計算の最近の動向
3. 学会等名 電子情報通信学会ネットワークシステム研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 Power set scan 法を用いた連結なホットスポット検出アルゴリズム
3. 学会等名 基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト「2019年度 秋のワークショップ」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 On implicit enumeration of subgraphs in some graph classes
3. 学会等名 WINTER FESTA Episode 5
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuko Sakurai, Jun Kawahara, and Satoshi Oyama
2. 発表標題 Aggregating Crowd Opinions Using Shapley Value Regression
3. 学会等名 The 12th Multi-disciplinary International Conference on Artificial Intelligence (MIWAI 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 フロンティア法のチュートリアル+最近の状況
3. 学会等名 基盤(S)離散構造処理系プロジェクト京大拠点キックオフ ミニ集会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中畑 裕, 川原 純, 堀山 貴史, 笠原 正治
2. 発表標題 決定グラフによる禁止マイナー演算
3. 学会等名 北海道大学 ERATO/基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト 「2018年度 初夏のワークショップ」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 グラフ集合を圧縮して活用するためのデータ構造とアルゴリズム
3. 学会等名 第21回情報論的学習理論ワークショップ
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中畑 裕, 川原 純, 堀山 貴史, 湊 真一
2. 発表標題 禁止細分で特徴づけられる部分グラフの列挙索引化
3. 学会等名 基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト 「2018年度 秋のワークショップ」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 グラフの連結成分列挙の改良
3. 学会等名 基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト「2018年度 秋のワークショップ」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 桃井 雄資, 川原 純, 笠原 正治
2. 発表標題 ZDDを用いた安定マッチング列挙の検討
3. 学会等名 基盤(S) 離散構造処理系プロジェクト「2018年度 秋のワークショップ」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 二分決定グラフを用いたグラフ最適化
3. 学会等名 平成30年電気関係学会関西連合大会(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Kawahara, Toshiki Saitoh, Hirofumi Suzuki, Ryo Yoshinaka
2. 発表標題 Colorful Frontier-based Search: Implicit Enumeration of Chordal and Interval Subgraphs
3. 学会等名 In Proceedings of the Special Event on Analysis of Experimental Algorithms (SEA^2 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yu Nakahata, Jun Kawahara, Takashi Horiyama, Shin-ichi Minato
2. 発表標題 Implicit Enumeration of Topological-Minor-Embeddings and Its Application to Planar Subgraph Enumeration
3. 学会等名 In Proceedings of the 14th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yu Nakahata, Masaaki Nishino, Jun Kawahara, and Shin-ichi Minato
2. 発表標題 Enumerating All Subgraphs under Given Constraints Using Zero-suppressed Sentential Decision Diagrams
3. 学会等名 In Proceedings of the 18th Symposium on Experimental Algorithms (SEA 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	ハーバード大学			