

令和 6 年 5 月 31 日現在

機関番号：32714

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2023

課題番号：18K04622

研究課題名（和文）レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖の数値計算法

研究課題名（英文）Numerical algorithm for block-structured Markov chains with level-dependent transitions

研究代表者

井家 敦（Inoie, Atsushi）

神奈川工科大学・情報学部・准教授

研究者番号：30434418

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000円

研究成果の概要（和文）：レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は、近年、待ち行列分野の応用で多く利用価値が見出されている。このマルコフ連鎖を用いて性能評価を行う際には、その定常分布を得る必要がある。しかし、このマルコフ連鎖は構造が複雑であり、定常分布を解析的に陽な表現で得ることは困難である。よって、多くの応用では計算アルゴリズムにより数値的に定常分布が求められる。しかし、これまでに提案された数値計算アルゴリズムでは、レベル数が有限でない場合に有限に打ち切ることが必要となるが、その基準が明確でなく精度保証の理論的裏付けが存在しない。ゆえに、本研究では上記の問題を考慮した定常分布の計算アルゴリズムの提案を行う。

研究成果の学術的意義や社会的意義

レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は、情報通信ネットワークをはじめとした、複雑なシステムを性能評価する際のモデル化に適している。ゆえに、近年のコンピュータの性能向上に伴い、計算機シミュレーションに代わる性能評価ツールとして注目されており、将来的に工学を含めた様々な分野で多く利用されると予想している。しかしながら、レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖はその構造の複雑さゆえに、理論的追及がほとんどされていない。ゆえに、本研究がその一助になることを期待している。

研究成果の概要（英文）：A block-structured Markov chain with level-dependent transitions is recently used in applications in the field of queueing theory. When using this Markov chain for performance evaluation of a system, obtaining its stationary distribution is necessary. However, it is difficult to obtain the stationary distribution analytically because this Markov chain has a complicated structure. Therefore, in many applications, the stationary distribution is obtained numerically using a numerical algorithm. However, traditional numerical algorithms do not analytically guarantee the accuracy of the stationary distribution. Therefore, the goal of this study is to propose an algorithm for computing stationary distributions that takes the above-mentioned problem into account.

研究分野：待ち行列理論

キーワード：待ち行列 マルコフ連鎖 行列解析法 アルゴリズム

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は、社会における様々な不確実な現象を表現するための確率モデルである。レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖では、各時点でのレベルの値により、背後状態を含めた全体の状態推移の構造が変化する。

レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は、待ち行列システムのような客の増加・減少を扱うモデルの表現に適している。実際に、待ち行列システムにおける複雑な挙動をレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖における背後状態に適切に埋め込むことでより現実に近いシステムの評価が可能となる。実際にこのマルコフ連鎖は、行列解析法で表現できる待ち行列(M/G/1型・GI/M/1型待ち行列等)やレベル依存型準出生死滅過程(Level Dependent Quasi-Birth-and-Death process: LDQBD)等を含む広いクラスのモデルを扱うことができ、ピア・ツー・ピアシステムをはじめとした情報ネットワークやコールセンター、さらには生産・物流システムなどの性能・信頼性評価に用いることができる。

一方で、レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は構造が複雑であるがゆえに、その定常分布を解析的に得ることは一部の特殊なモデルを除き困難である。ゆえに、レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖を用いたシステム性能評価の多くは、数値計算によって定常分布を数値的に求めることによって行われてきた。特に、近年のコンピュータの高速化や大容量化により、大規模なモデルに対しても数値計算が可能となった。

レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖における定常分布の数値計算に関しては1990年頃から研究が進められ、現在までにいくつかのアルゴリズムが提案されている。研究代表者はこれまでに、生産・物流システムを含む広いクラスの待ち行列システムを、LDQBDを用いて近似モデルを構築し、数値計算によりその性能評価を行った。その結果は2011年1月に開催された待ち行列関係の国内会議「待ち行列シンポジウム2010」にて発表した。さらに包括的な実験を行い、その結果を応用数学系の論文誌 *Applied Mathematical Modelling* (2014)へ投稿し採択された。また、客の到着時間間隔分布、サービス時間分布および客の許容待ち時間分布が一般分布に従う場合のコールセンターシステムのLDQBDを用いた近似モデルの提案もっており、2012年8月に開催された国際会議「QTNA2012」にて発表した。ただ、これらの研究を遂行する上で、既存のLDQBDにおける定常分布の数値計算アルゴリズムにおける、レベルの打ち切り基準が明確でなく、さらにその打ち切り方が計算結果に大きな影響を与えることがわかった。

2. 研究の目的

本研究ではLDQBDを含むレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖における定常分布を計算アルゴリズムにおける計算精度の検討を解析的にを行い、それに基づいたレベル打ち切り方を提案し、その結果をアルゴリズムに適用する。一方で、M/G/1型のブロック構造を持つマルコフ連鎖の生産システムへの応用についても研究を進めており、その成果を2016年1月に開催された待ち行列関係の国内会議「待ち行列シンポジウム2016」にて発表している。これらについても効果的に定常分布を数値計算できるアルゴリズムを考え、その有効性を示す。レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖は、情報通信ネットワークをはじめとした、複雑なシステムを性能評価する際のモデル化に適している。ゆえに、近年のコンピュータの性能向上に伴い、計算機シミュレーションに代わる性能評価ツールとして注目されており、将来的に工学を含めた様々な分野で多く利用されると予想している。

しかしながら、レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖はその構造の複雑さゆえに、理論的追求がほとんどされていない。数値計算アルゴリズムに関する研究でさえ、現在においても精度保証の理論的裏付けが存在しないため、待ち行列理論・応用確率過程分野でもオープンプロブレムとして注目されている。ゆえに、本研究がその一助になることを期待している。さらに、本課題を遂行する上でレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖の構造的特徴を観測することで、LDQBDそのものの理論研究の発展に結びつく可能性もあると考えている。

3. 研究の方法

項目1: レベルが無限であるレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖に対して、そのレベルを有限で打ち切った場合に、得られる計算結果が実際の値との差異を数学的に検証する。本研究では、待ち行列分野でレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖のようなモデルを数学的に解析する際によく用いられる行列解析法と呼ばれる方法を用いて解析を行う。行列解析法は、一般に待ち行列モデルを線形代数的な行列を用いたマルコフ連鎖にて表現する。その与えられたマルコフ連鎖に対し解析を行い、その特性や数値計算法を導く手法であり、本研究で扱うレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖の解析に適していることが知られている。

項目2: 項目1の検討を踏まえて、定常分布の数値計算アルゴリズムの改善を行う。改善した数値計算アルゴリズムでは、従来のアルゴリズムのように、レベルの打ち切り点を入力値のパラメータとしてあらかじめ与えておくのではなく、数値計算を行う過程で値の比較を行いながら精度保証の条件を満たした場合に、その時点でのレベルの値で計算を打ち切るものとする。また、

その際のアルゴリズムの計算精度も解析的に示す。

項目3：項目2で提案したアルゴリズムを用いて、実際にレベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖でモデル化できるコールセンターシステムおよび生産・物流システムの性能評価を行う。関連文献を調査し、一般によく利用されているモデルを抽出する。実際にアルゴリズムによる数値計算を行い、その結果と計算機シミュレーションによる結果との比較を行い、アルゴリズムの妥当性を検証する。さらに、数値計算を通じて各システムにおける計算アルゴリズムの高速化（例えば、計算過程での状態縮約など）を併せて行う。さらに、数値計算を通じて各システムにおける計算アルゴリズムの高速化（例えば、計算過程での状態縮約や並列コンピューティング基盤の活用等）を併せて行う。

4．研究成果

(1) 「レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖」の応用例として、マルチメディア通信ネットワークのモデル化に着手し、既存のアルゴリズムで数値計算を実施した場合の計算速度およびその精度の検証を行った。わかったこととして、既存のアルゴリズムでは計算時間・精度の保証が難しいことが再確認できたため、アルゴリズムの改善を考える必要性が生じた。本研究は、レベル依存型のブロック構造を持つマルコフ連鎖に対して1つの見解が得られた意味で有効であったと考えている。

(2) 待ち行列システムの数値的評価を行うツールとしてWebベースのシミュレータの開発を行った。作成したシミュレータは単一待ち行列の評価には有用ではあるが、LDQBDの待ち行列を評価するには、さらなる改善が必要であり、今後の課題である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 M. Kobayashi and A. Inoie
2. 発表標題 A web-based impatient queueing simulator with R language
3. 学会等名 IFORS 2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Atsushi Inoie
2. 発表標題 An Impatient Queueing Model for High-Speed Interactive Media Streaming Networks
3. 学会等名 RISP International Workshop on Nonlinear Circuits, Communications and Signal Processing 2019 (国際学会)
4. 発表年 2018年～2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------