

令和 4 年 6 月 2 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2021

課題番号：18K11156

研究課題名（和文）プログラミング言語の普遍的モデルとプログラム推論

研究課題名（英文）Universal models of programming languages and program reasoning

研究代表者

浅田 和之（Asada, Kazuyuki）

東北大学・電気通信研究所・助教

研究者番号：00570251

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究により複雑な計算効果を備えたプログラミング言語の有用なモデルを一般性のあるフレームワークの形で与えることができ、特にその中の関数型量子プログラミング言語のモデルは既存モデルとは違う角度での性質を明らかにすることができた。またその意味論の発展は更に多くの技術的課題とその解決へのアイデアを生み出し、分野のさらなる進展が見込めるものとなった。また理論的技術を基盤としたモデル検査への応用を研究し、新しいアルゴリズムの実装などにもつなげることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で得られたプログラミング言語の表示的意味論の成果は、分野のまとめた成果を一般性を持って再構成するものであり、新しい長期的な視点を分野に提供するものであり、今後の意味論分野の発展に大きく寄与するものである。また量子計算の機構を備えた関数型プログラミング言語は今後ますます重要となるものであり、その意味論的成果は大きく社会に資する研究である。本研究の意味論的技術はモデル検査などへの応用も期待でき、ソフトウェア工学的にも価値の高い技術である。

研究成果の概要（英文）：Our work provides useful models of programming languages equipped with complex computational effects in a general framework. Among these, the model of a functional quantum programming language analyzes a new aspect of the quantum computational effect. This semantic evolution opens many technical challenges, provides ideas to solve them, and makes great progress of the research area.

We also studied an application of our theoretical techniques to model checking, and obtained a new algorithm with an implementation.

研究分野：プログラミング言語理論

キーワード：関数型プログラミング言語 表示的意味論 完全抽象モデル プログラム検証 線形論理 量子プログラミング言語 圏論 交差型

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

プログラミング言語に対して数学的モデルを考える表示的意味論の研究は前世紀後半から半世紀以上精力的に研究され、そしておおむね 2000 年ごろから新しい研究段階に移っていった。それまでの役割は、プログラムをある種の数学的な関数として理解できるようにすることでプログラムの分かりやすい理解を与えることであり、そのような関数を主体にしたモデルを通じた推論(モデルでの等価性や停止性など)がプログラムの実際の挙動(観測等価性や実装における停止性など)に対して健全であることを示すことが主要テーマであった。しかし 2000 年前後からはその逆である完全性(完全抽象性)の研究が大きく進展し、単にモデルを与えるだけでなく、その言語を完全に特徴づける普遍モデルをどのように得られるのかというより困難な問題意識へ移っていった。そしてゲーム意味論や Kripke-Grothendieck 論理関係、実現可能性トポスなどにより普遍モデルや完全抽象モデルが与えられていった。これらの成果により高階関数型プログラムの自動検証も大きく進展することとなった。

このように本研究開始時点においてすでに普遍モデルや完全抽象モデルは与えられていたが、複雑な型システムや複雑な計算効果を備えた現実的なプログラミング言語についてはまだ大きく不足していた。複雑な計算効果とは、離散的ではない連続的な確率分布をもつ確率的計算や、量子計算や、(局所性や循環性を許す)第一級の地位を備えた一般参照型(書き換え可能なデータ構造)などである。これらの複雑な計算効果を備えたモデルの研究は近年になって活発に行われているが、完全抽象性を議論するような高度なレベルの研究はまだ十分には行われていない。

2. 研究の目的

本研究課題では、上記のように複雑な型システムや計算効果を備えたプログラミング言語に対しても、完全抽象性やそれに近い性質を備えるモデルを与え、それによりプログラム推論やプログラム検証の研究を進展させることを目的とする。またこのような理論を基にプログラム検証への応用を研究する。

3. 研究の方法

完全抽象モデルの主流の一つにゲーム意味論があり、そのモデルと大きく関連する技術として交差型システムがある。本研究課題では交差型システムに関係する意味論を発展させることで複雑な計算効果を備えた言語の完全抽象モデルあるいはそれに近いモデルを構築することを行った。具体的には、交差型に加え、圏論(高い抽象性により本質を掘り下げる数学的技術)などを用い、以下の方法で研究を遂行した。

(1) 交差型モデルの圏化

交差型はラムダ項のうち強正規化性を持つものを特徴づけるための型理論として導入され、他にも多くの性質を特徴づけることができる。近年では、交差型の型判定の可否だけではなくその型判定の導出木自体に注目することで交差型理論が大きく発展していた。例えばプログラムの評価の列と交差型の導出木を対応づけられることなどが知られ、非決定性のある計算などに有用であることが分かっていた。一方意味論においては交差型はラムダ計算のイデアル関係のモデルと対応することが知られていた。

本研究課題の準備段階の共同研究において、イデアル関係のモデルを圏化(categorification)することで導出木レベルの交差型のモデルが得られることが分かっていた。その手法を押し進め、確率計算や量子計算など複雑な非決定的な計算効果を持つプログラミング言語のモデルを与えられるか研究を進めた。

(2) 交差型理論などによるプログラム検証技術の向上

上記のとおり交差型理論はプログラムの振る舞い(簡約)を捉えることができ、この技術のプログラム検証への応用もすでに多くなされているが、本課題ではそのような技術の改良や分析を更に進める。

(2-a) プログラム検証の定量的な計算量解析

高階プログラムの検証の最悪計算量は、 k 階のプログラムについては k 重指数であることが知られており、これは宇宙の年齢をも凌駕し得る莫大なものである。一方高階プログラムの実行時間の最悪計算量も、単純型付きラムダ計算に限っても k 重指数であるが、しかし現実的にはプログ

ラムの実行時間に悩まされることは、プログラムを「良く」書けば、そこまで問題にならないことも多い。このように最悪計算量の巨大さは必ずしも現実的な問題とは限らず、より現実的な計算量の分析が必要である。本研究課題ではその一つの指標として平均計算量を用いて高階プログラム検証の解析を行う。この解析にも交差型が有用である。

(2-b) 高階モデル検査の理論的基盤の発展

高階プログラム検証の主要なアプローチの一つとして、高階モデル検査がある。これには高階木文法や高階不動点論理などが用いられるが、その理論基盤は未だ十分ではなく、例えば高階木文法の反復補題なども部分的にしか示されていない。本研究課題以前の準備段階でも高階木文法の理論的成果を交差型理論を用いて与えてきたが、それを更に発展させる。

(3) モデル検査とその合成性の圏論的意味論

モデル検査問題は多くの場合パリティゲームなどのゲームの勝敗を決定する問題に帰着される。パリティゲームなどの問題を解くことが合成的 (compositional) にできることは古くから知られ、高階モデル検査なども含め様々に応用されてきたが、その合成性自体の明示的な研究はあまり行われてこなかった。本課題においてはパリティゲームがコンパクト閉圏の構造を持つという洞察を基に、合成的に解くアルゴリズムを研究する。

4. 研究成果

項目3「研究の方法」で述べた方法ごとに研究成果を記述する。

(以下で項目5「主な発表論文等」の論文を引用する場合は[雑誌/会議名 出版年]の形で記述するが、[FSCD 2020]のみ2本存在するため、[FSCD 2020, 先頭著者+]の形で引用する。)

(1) 交差型モデルの圏化

論文[LICS 2018]において、通常非決定計算や、離散的な確率計算、そして量子計算を含む、広い意味での非決定性のある計算効果を備えたプログラミング言語のクラスに対して、それらのモデルを与える一般的なフレームワークを提案した。特にこの手法で与える量子計算のモデルは、Papanicolaouらによる最新の量子プログラミング言語のモデルと一致しており、それらがどのように一般的な技法により構成されるのかを説明することに成功した。またこの提案技法は非常に一般性のある(「自由」な)交差型システムに基づいており、交差型が近年プログラム検証に応用されている背景から、非決定性を備えたプログラムの検証技法の開発に有用なものではないかと期待している。

線型論理においては無限の加法が重要になることは以前から認識され研究されており、そのような構造の一つとして ω -monoid という構造が研究されていた。上記の研究においても、 ω -monoid 構造が量子プログラミング言語のモデルにおいて重要な役割を果たしたことから我々はその構造と線型論理とのより本質的な関わりについて研究を続けていた。古くからの線型論理と線型代数との密接な関係性を背景に踏まえつつ、上記の研究においても(無限次元の)行列が重要な役割を果たす中で、線型論理と ω -monoid と線型代数とが大きな関係性を持っているのではと分析を続けた結果、これまでに知られている多くの線型論理のモデルが ω -monoid 構造を加法とする係数環 (ω -半環) R 上の線型空間 (R -加群) の圏として再構成できることが明らかになった。この研究では直観主義線型論理のモデルが一般の R -加群の圏で与えられ、さらにその中で基底を持つ R -加群の部分圏を2種類与え、それによりコヒーレンス空間・有限性空間・確率的コヒーレンス空間・関係モデル・重み付き関係モデルなど、多くの古典線型論理のモデルを係数環 R を変えるだけで再構成できることが分かった。この研究は論文[LICS 2022]にまとめられた。

本研究では係数環などは[LICS 2018]のような圏化されたものではないため、これを圏化することで、量子プログラミング言語などを含むより幅広い体系のモデルを得られることが期待でき、研究中である。

(2) 交差型理論などによるプログラム検証技術の向上

(2-a) プログラム検証の定量的な計算量解析

高階モデル検査は最悪計算量についてはよく研究されているが、より現実的な計算量である平均計算量の研究はほとんどなされていなかった。その準備として2017年の国際会議 FoSSaCS において定量的な計算量解析の研究を与えた。これは「ほとんどすべての単純型付きラムダ項は

(k-1)重指数の長さの「簡約列を持つ」という結果であり、高階モデル検査の最悪計算量と一定程度関係する性質に対しての平均計算量の結果である。

この会議論文は雑誌 LMCS の特集号に招待され、その投稿において我々は中心的技術である無限の猿定理を大きく一般化させ、論文は採択された[LMCS 2019]。

[FSCD 2020, Nakamura+]の研究では交差型を用いて使用解析 (usage analysis) の精緻な技術を構築し、それを活用し、また上記の[LMCS 2019]の無限の猿定理の技術を併用して、高階モデル検査の部分的に定量的な計算量の結果 (平均時間計算量と最悪時間計算量を組み合わせた結果) を与えた。またこの使用解析の技術はラムダ計算や高階文法などの他の問題へも応用が期待できる。

(2-b) 高階モデル検査の理論的基盤の発展

高階モデル検査は主に高階木文法を用いるものと高階不動点論理を用いるものがあるが、それぞれについて研究成果を得た。

(2-b-1) 高階木文法について

[FSTTCS 2018]の論文では、「木を計算する単純型付ラムダ計算の項に高階の homeomorphic embedding の順序を入れた場合に、well-quasi-ordering になるのではないか」という予想を3階の項まで示した。このような予想を示すことで高階木文法の反復補題が導かれるということを示し、これを共同研究者と過去に示しており、この予想の3階までの解決により、3階の木文法の反復補題が得られたことになる。なお0階、1階、2階の語文法はそれぞれ正則文法、文脈自由文法、インデックス文法と同等であり、3階の木文法 (の葉の言語) は4階の語文法に対応する。

この研究においては、変数の使用解析を基底型の変数にのみ着目して行う (交差型を用いない) 手法を導入したが、この手法は3階の型の項までに制限されていた。その後、[FSCD 2020, Asada+]の論文では、この手法を一般の階の項に拡張することで、2016年に与えた「 $n+1$ 階の高階語文法の成す言語と n 階の高階木文法の生成する木の葉からなる言語は等しい言語クラスを成す」という結果を計算量の面で改良した。これにより、変換における文法の理論的サイズの増大および計算時間がそれまで超指数だったのを、多項式計算量へと改善させた。また一般に、高階木言語の計算量を伴う結果から高階言語の結果を系として導出することが容易にできるようになった。

(2-b-2) 高階不動点論理について

最大不動点が除かれた整数を扱える (n 階の) 高階不動点論理 $\mu\text{HFL}(Z)$ と、それから連言を除いた ($n+1$ 階の) 体系とで、表現力に違いがない (一方の論理体系の任意の論理式を他方の論理式に真偽を変えずに翻訳できる) ことを示した。これは高階モデル検査に応用できる。論文は準備中であるが[arXiv 2022]にもまとめられている。

(3) モデル検査とその合成性の圏論的意味論

モデル検査の問題の多くは何らかの種類のゲームの勝敗の決定問題に帰着できるが、[MFPS 2021]ではパリティゲームを合成的に解く手法を研究した。ここではゲームの概念をインターフェースと呼ばれる特殊なノードで拡張し、合成的にゲームを表現したり、合成的にその意味 (勝敗) を計算したりできるようになった。この合成性はコンパクト閉圏の構造によるものであり、これはプログラミング言語の意味論と相性のいいものであり、多くの発展的研究が期待される。

また論文は準備中であるが、上記の手法をパリティゲームよりも表現力の強い Mean-Pay-Off ゲームに拡張する研究を行っており、更に実装・実験も行っている。実験により最新の既存ソルバと比べてもより短い時間で解くことが可能な場合も存在することが分かり、合成性に基づくアルゴリズムの有効性を確認できた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Kazuyuki Asada, Naoki Kobayashi	4. 巻 167
2. 論文標題 Size-Preserving Translations from Order-(n+1) Word Grammars to Order-n Tree Grammars	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of FSCD 2020, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 22:1--22:22
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4230/LIPIcs.FSCD.2020.22	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yoshiki Nakamura, Kazuyuki Asada, Naoki Kobayashi, Ryoma Sin'ya, Takeshi Tsukada	4. 巻 167
2. 論文標題 On Average-Case Hardness of Higher-Order Model Checking	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of FSCD 2020, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 21:1--21:23
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4230/LIPIcs.FSCD.2020.21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takeshi Tsukada, Kazuyuki Asada, C.-H. Luke Ong	4. 巻 なし
2. 論文標題 Species, Profunctors and Taylor Expansion Weighted by SMCC	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of LICS 2018	6. 最初と最後の頁 889-898
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1145/3209108.3209157	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kazuyuki Asada, Naoki Kobayashi	4. 巻 122
2. 論文標題 Lambda-Definable Order-3 Tree Functions are Well-Quasi-Ordered	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of FSTTCS 2018, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4230/LIPIcs.FSTTCS.2018.14	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kazuki Watanabe, Clovis Eberhart, Kazuyuki Asada, and Ichiro Hasuo	4. 巻 351
2. 論文標題 A Compositional Approach to Parity Games	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of MFPS 2021, EPTCS	6. 最初と最後の頁 278-295
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2112.14058	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takeshi Tsukada and Kazuyuki Asada	4. 巻 なし
2. 論文標題 Linear-Algebraic Models of Linear Logic as Categories of Modules over Sigma-Semirings	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of LICS 2022	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Asada, Naoki Kobayashi, Ryoma Sin'ya, Takeshi Tsukada	4. 巻 15
2. 論文標題 Almost Every Simply Typed Lambda-Term Has a Long Beta-Reduction Sequence	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Logical Methods in Computer Science	6. 最初と最後の頁 16:1-16:57
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.23638/LMCS-15(1:16)2019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Asada, Hiroyuki Katsura, Naoki Kobayashi	4. 巻 arXiv:2203.08416
2. 論文標題 On Higher-Order Reachability Games vs May Reachability	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/ARXIV.2203.08416	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Kazuyuki Asada
2. 発表標題 Size-Preserving Translations from Order-(n+1) Word Grammars to Order-n Tree Grammars
3. 学会等名 FSCD 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kazuyuki Asada
2. 発表標題 Lambda-Definable Order-3 Tree Functions are Well-Quasi-Ordered
3. 学会等名 FSTTCS 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 浅田和之
2. 発表標題 A Compositional Approach to Parity Games
3. 学会等名 理論計算機科学と圏論ワークショップ
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

研究代表者のHPのタイトルとURL: Kazuyuki Asada http://www.riec.tohoku.ac.jp/~asada/

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------