

令和 3 年 5 月 14 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K11461

研究課題名(和文) ランダム力学系のための非線形時系列解析

研究課題名(英文) Nonlinear time series analysis for random dynamical systems

研究代表者

平田 祥人(Hirata, Yoshito)

筑波大学・システム情報系・准教授

研究者番号：40512017

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、確率的な要素を考慮した時の非線形時系列解析論の基盤を整備するものであった。特に、「非線形で確率論的な対象から生成された時系列を、どう特徴づけすれば良いか？」という問いに答えることを目的とした。

まず、 $x(t)x(t+1)$ の2乗の時間平均をサロゲートデータ解析の検定統計量として用いることで、非線形性の検定を、決定論性-確率論性の軸から分離した。また、順列やリカレンスプロットなどのモチーフの大きさを大きくしていく時に、出現するモチーフの種類数が、指数関数的には増加しないことを示すことで、確率論性を特徴づけできる。気象や為替市場などが、非線形で確率論的な対象である可能性を陽に示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形で確率論的である対象が、時系列データを使って陽に同定できるようになった。例えば、線形性-非線形性・決定論性-確率論性などの動的な性質を同定し、それに合わせて時系列解析手法を選ぶことで、方向性結合の検定が、より正確にできる可能性が明らかになった。このことは、対象の性質をより正しく理解するのに役立つであろう。また、非線形で確率論的な対象を特徴づけるのに、順列やリカレンスプロットが、筋よく利用できることもわかった。このことは、非線形で確率論的な対象に対しても、ほぼ等価な記号力学を組み立て、対象をより簡易に記述したり、予測したりするのに役立つであろう。

研究成果の概要(英文)： This project was to prepare a basic theory of nonlinear time series analysis when the underlying dynamics includes stochastic elements. Especially, this project aimed at answering the following question: How should we characterize a time series generated from a nonlinear stochastic system?

First, we separated the test of linearity-nonlinearity from the properties of determinism-stochasticity by using the temporal mean for the square of  $x(t)x(t+1)$  as a test statistic in surrogate data analysis. Second, we prepared a test of stochasticity using the properties that the variety of time series motifs related to permutations or recurrence plots may grow in a non-exponential fashion if the underlying dynamics is stochastic. Especially, we have showed explicitly the possibilities that the weather and a foreign exchange market are examples of nonlinear and stochastic dynamics for the first time.

研究分野：非線形時系列解析

キーワード：時系列解析 非線形性 確率論性 複雑系 リカレンスプロット 順列 組合せ論的複雑さ

### 1. 研究開始当初の背景

本研究は、非線形で確率論的なシステムのための時系列解析手法を構築するものであった。過去の研究は、線形で確率論的なシステムと、非線形で決定論的なシステムの対比を軸として、時系列解析が構築されてきていた。そのため、それらの手法をそのまま用いるだけでは、非線形で確率論的なシステムを特徴づけることはできなかった。このような対象に入り得る現象としては、生命現象、気象、経済現象等が考えられた。

### 2. 研究の目的

そこで、本研究は、確率論的な要素を考慮した時の非線形時系列解析論の基盤を整備するものであった。特に、「非線形で確率論的なシステムをどう特徴づけすれば良いか？」という問いに答えることを目的として研究を進めた。

### 3. 研究の方法

そのために、決定論性-確率論性の検定を、線形性-非線形性の検定から分離するという手法を取った(Hirata and Shiro, 2019)。もし、この2つの検定を独立に行うことができれば、非線形で確率論的なシステムを特徴づけることも可能になると考えた(図1参照)。

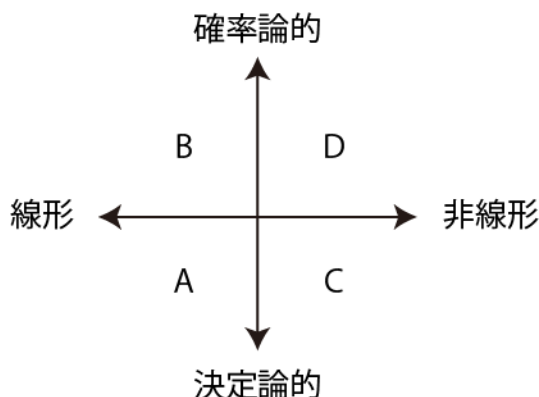


図1: 決定論性-確率論性と、線形性-非線形性の2つの軸を用いると、ダイナミクスを4つの分類に分けることができる。

決定論性の検定には、まずは、順列(permutations, ordinal patterns)を用いてみることにした。出現する順列の種類の数に関しては、決定論的で、expansive なシステムに対しては、順列の長さを長くするとき、指数関数的に増加するという定理(Amigó and Kennel, 2007)が知られていた。ここでは、この定理の対偶を用いることにした。つまり、出現する順列が、順列の長さを長くしていった時に指数関数的には増加しないとき、expansive でない、もしくは、確率論的である。Expansive かどうかは、リカレンスプロットを観察すれば、斜めの線分が途中で必ず途切れているかどうかを確認することで調べることができる(Hirata and Aihara, 2010)。

一方、線形性の検定には、現在、一般的に用いられる iterative amplitude adjusted Fourier transform surrogates を拡張してトレンドがあるデータに対しても応用できるようにした Nakamura et al. (2006)を用いてサロゲートデータ解析を構築した。その時、 $x(t)^2 x(t+1)^2$ の時間平均を検定統計量として用いて、サロゲートデータと元のデータを比較することにした。

#### 4 . 研究成果

検討したおもちゃモデルで提案手法がうまく非線形で確率論的なシステムを同定できることを確認した。ただし、1000000 点という長い時系列データでのみ手法の有効性が確かめられた(Hirata and Shiro, 2019)。permutations を用いた手法によって、気象が、非線形で確率論的な対象であることを示した(Hirata and Shiro, 2019)。また、為替市場も、取引時間間隔だけに着目する時には、非線形で確率論的な対象とみなせるという結果を得た(Hirata and Shiro, 2019)。

ここまでで問題になったのは、必要な時系列データの長さである。10000 点以下の短い時系列データでも、非線形で確率論的な対象を同定するために、recurrence plots を使って確率論性の検定を構成した(Hirata, 2021)。Recurrence plots 中の三角形のモチーフを再帰三角形(recurrence triangles)と名付けることにする。再帰三角形の種類の数も、決定論的で、expansive で、位相推移的なシステムに対しては、モチーフのサイズを大きくして行った時、指数関数的に増加するという性質を持つことを示した(Hirata, 2021)。Recurrence plots は、2次元平面的に広がっている図なので、長さ  $N$  の時系列データに対して、 $O(N^2)$  個の再帰三角形が得られる。一方、順列は、 $O(N)$  個しか得られない。よって、再帰三角形の種類数の増加速度を使った確率論性の解析は、より短い時系列データに対しても、用いることができる。この性質を使って、エンジンのデータで振る舞いが確率論的と言えるデータを見つけた(Hirata, 2021)。

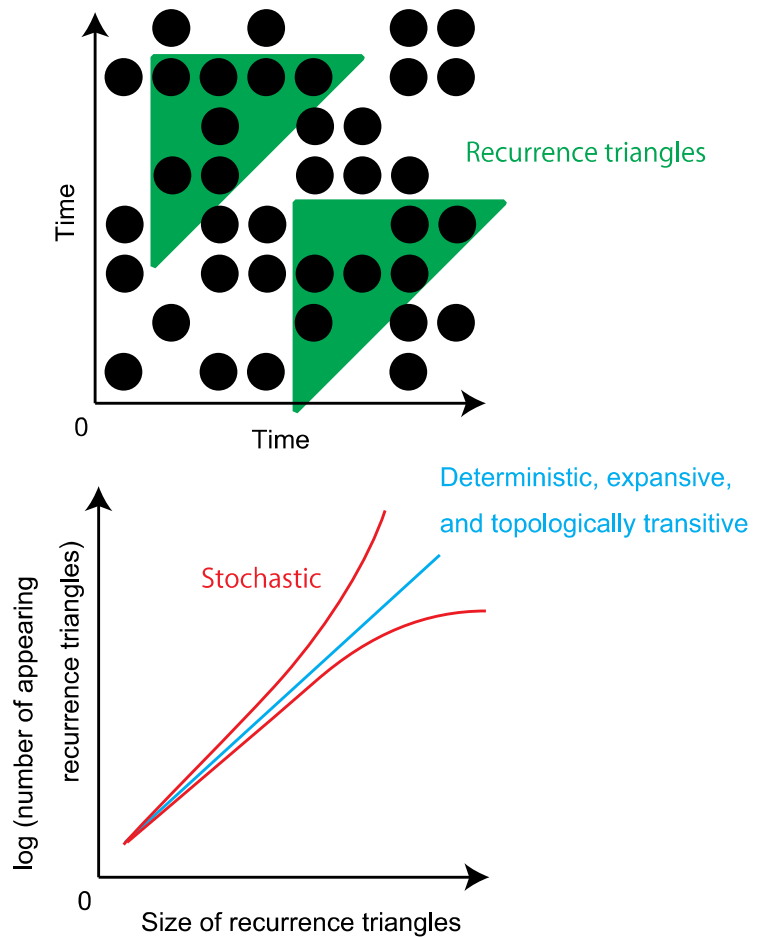


図 2: 再帰三角形(recurrence triangles)と、その大きさと種類の数増加速度の関係(Hirata, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat., 2021, より)。

逆に、順列の列を保存するようにして、その他の自由度に関してランダム化する entropy preserving surrogates も提案した(Hirata, Shiro, and Amigó, 2019)。この手法の帰無仮説は、permutation entropy を保存するような時系列データであるので、上記の順列や再帰三角形の指数増加を帰無仮説とする検定とは異なり、あるステップ数以上の決定論性を陽

に検定するような枠組みになっている。よって、これらの検定を組み合わせれば、確率論的な要素は含まれるが、あるステップ数以上の決定論性をも併せ持つような、今まであまり陽には考えられて来なかった興味深いクラスの対象を見つけることもできるであろう。

また、順列(Hirata, Sato, and Faranda, 2020)でも、再帰三角形(Hirata, 2021)でも、サイズを大きくして行くと、初期値と dynamical noise の系列の組と 1 対 1 に対応する関係にあることがわかった。この性質を利用し、順列や再帰三角形を用いて、状態や確率的要因の推定と、時系列予測を構成した(Hirata, Sato, and Faranda, 2020; Hirata, 2021)。これは、順列や再帰三角形を用いれば、確率論的な対象に対して、元の対象とほぼ等価な記号力学が構築できることを示唆する。この方向性の展開も、今後楽しみである。

加えて、dynamical noise の振幅がゆっくり変化する場合でも、recurrence plots の行を 2 値表現のアドレスだと思えば、その変化を捉えることができることを示した(Hirata and Mitsui, 2019)。さらに、不確実性が存在する状況下で、絶対的な誤差の範囲を指定しながら行う数理モデルの構築を、精度保証付計算の枠組みと、線形計画を組み合わせることで試みた(平田, 城, 中村, 2019)。

複数の時系列データが与えられた時に、背後のダイナミクスが、決定論的か・確率論的か、線形か・非線形かを検定することで、因果律の推定的前提を確認し、適切な手法を選ぶ理論的な枠組みを整備した。前提を確認し適切な方法を使うと、因果律の推定精度が改善できる可能性を数値実験によって確認した。

同定した性質を利用した数理モデル化の応用の例として、2020 年になって深刻な社会問題になった新型コロナウイルスの感染を取り上げることにした。当初の新型コロナウイルスの日本国内の感染者数が、非線形で確率論的な対象であると言えるという予備的な結果を得ていた。

予備的な結果に基づき、新型コロナウイルスの伝播が、各日に確率論的に決まる接触ネットワークに支配されるとする数理モデルも構築した(Hirata, 2020)。この数理モデルを用いると、感染拡大を押さえ込みながら 1 日に会える人数の上限を計算によって求めることができる。例えば、2020 年初頭の中国の状況を仮定できるとすると、感染を押さえ込みながら 1 日に会える人数の上限は、7 人以下であることがわかった(Hirata, 2020)。この結果は、色々な国で行われている、もしくは、行われていた会食の人数制限の理論的根拠を与える結果だということも言えるかもしれない。

また、リカレンスプロットから元の時系列データを復元する手法を使って、シロイヌナズナの根の細胞に共通して影響している外力に、ほぼ 1 日の周期性があることを示した(Chen et al., 2020)。これは、葉が受ける光によって根の細胞の概日リズムが駆動されることを示す間接的な証拠と思われる。

まとめると、非線形で確率論的な対象を時系列データから検定により陽に同定する手法を構築したとともに、その検定の結果を利用し、数理モデル化や方向性結合の検定等で、より

精緻な議論が構築できる可能性を示した。この研究で構築した理論の応用は、今後も精力的に行っていく予定である。

#### 参考文献

- J. M. Amigó and M. B. Kennel (2007) “Topological permutation entropy,” *Physica D* 231, 137-142.
- W.-W. Chen, N. Takahashi, Y. Hirata, J. Ronald, S. Porco, S. J. Davis, D. A. Nusinow, S. A. Kay, and P. Mas (2020) “A mobile ELF4 delivers circadian. Temperature information from shoots and roots,” *Nature Plants* 6, 416-426.
- Y. Hirata (2020) “Topological epidemic model: theoretical insight into underlying networks,” *Chaos* 30, 101103.
- Y. Hirata (2021) “Recurrence plots for characterizing random dynamical systems,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 94, 105552.
- Y. Hirata and K. Aihara (2010) “Devaney ’ s chaos on recurrence plots,” *Phys. Rev. E* 82, 036209.
- Y. Hirata and T. Mitsui (2019) “Recurrence plots for analyzing non-stationary stochastic systems,” accepted for 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, Kuala Lumpur, Malaysia, 2-6 December 2019.
- Y. Hirata, Y. Sato, and D. Faranda (2020) “Permutations uniquely identify states and unknown external forces in non-autonomous dynamical systems,” *Chaos* 30, 103103.
- Y. Hirata and M. Shiro (2019) “Detecting nonlinear stochastic systems using two independent hypothesis tests,” *Physical Review E* 100, 022203.
- Y. Hirata, M. Shiro, and J. M. Amigó (2019) “Surrogate data preserving all the properties of ordinal patterns up to a certain length” , *Entropy* 72, 713.
- T. Nakamura, M. Small, and Y. Hirata (2006) “Testing for nonlinearity in irregular fluctuations with long-term trends,” *Phys. Rev. E* 74, 026205.
- 平田祥人, 城真範, 中村知道 (2019) 「区間演算を用いた時系列データの数理モデル化」, 計測自動制御学会システム・情報部門学術講演会 2019, 千葉, 2019 年 11 月 23 日 (ポスター発表).

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Hirata Yoshito, Shiro Masanori	4. 巻 100
2. 論文標題 Detecting nonlinear stochastic systems using two independent hypothesis tests	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.100.022203	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hirata Yoshito, Shiro Masanori, Amigo Jose M.	4. 巻 21
2. 論文標題 Surrogate Data Preserving All the Properties of Ordinal Patterns up to a Certain Length	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/e21070713	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Chen Wei Wei, Takahashi Nozomu, Hirata Yoshito, Ronald James, Porco Silvana, Davis Seth J., Nusinow Dmitri A., Kay Steve A., Mas Paloma	4. 巻 6
2. 論文標題 A mobile ELF4 delivers circadian temperature information form shoots to roots	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nature Plants	6. 最初と最後の頁 416 ~ 426
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1038/s41477-020-0634-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Hirata Yoshito, Sato Yuzuru, Faranda Davide	4. 巻 30
2. 論文標題 Permutations uniquely identify states and unknown external forces in non-autonomous dynamical systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 103103 ~ 103103
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1063/5.0009450	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Hirata Yoshito	4. 巻 30
2. 論文標題 Topological epidemic model: Theoretical insight into underlying networks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 101103 ~ 101103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0023796	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hirata Yoshito	4. 巻 94
2. 論文標題 Recurrence plots for characterizing random dynamical systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation	6. 最初と最後の頁 105552 ~ 105552
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cnsns.2020.105552	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計14件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 10件)

1. 発表者名 Yoshito Hirata and Takahito Mitsui
2. 発表標題 Recurrence plots for analyzing non-stationary stochastic systems
3. 学会等名 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshito Hirata, Masanori Shiro, and Jose M. Amigo
2. 発表標題 Separating nonlinear stochasticity from linear stochasticity and nonlinear determinism
3. 学会等名 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 Permutations for analyzing random dynamical systems
3. 学会等名 Data Analysis and Machine Learning in Dynamical Systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 平田祥人, 城真範, 中村知道
2. 発表標題 区間演算を用いた時系列データの数理モデル化
3. 学会等名 計測自動制御学会システム・情報部門学術講演会2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshito Hirata and Masanori Shiro
2. 発表標題 Distinguishing nonlinear stochasticity from linear stochasticity and nonlinear determinism
3. 学会等名 The 50th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, Kyoto, Japan, 1-2 November 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshito Hirata and Masanori Shiro
2. 発表標題 Identifying nonlinear stochastic systems via a set of two hypothesis tests
3. 学会等名 Workshop on Random Dynamical Systems and Anomalous Dynamics, London, UK, 20-22 March 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 A set of tests for identifying nonlinear stochasticity
3. 学会等名 Frontiers of Neurointelligence
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 平田祥人
2. 発表標題 非線形で確率的な対象のための時系列解析
3. 学会等名 電子情報通信学会ソサイエティ大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 Permutations and recurrence plots: two tools for analyzing time series generated from nonlinear stochastic systems
3. 学会等名 GMT Morning Workshop on Nonlinear Dynamics and Statistics (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 My personal history of recurrence pots: a journey starting form neuroscience to econophysics, geosciences and molecular biology
3. 学会等名 Seminar at Potsdam Institute for Climate Impact Research (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 Identifying a nonlinear stochastic system based on a time series
3. 学会等名 Workshop on Critical Transitions in Complex Systems 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 Combinatorics is the key for analyzing a nonlinear stochastic system
3. 学会等名 University of Western Austrlia, Complex Systems Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 平田祥人
2. 発表標題 非線形で確率論的な対象のための時系列解析：検定・推定・時系列予測を中心に
3. 学会等名 令和2年度NIFS共同研究会「プラズマの複雑現象を対象としたデータマイニングの活用」(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshito Hirata
2. 発表標題 Unified time series analysis for nonlinear deterministic/stochastic systems
3. 学会等名 Dynamic seminar, Imperial College London (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 GMT Morning Workshop on Nonlinear Dynamics and Statistics	開催年 2020年～2020年
---	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
スペイン	Universidad Miguel Hernandez	CRAG	
フランス	Universite Paris-Saclay		