

令和 4 年 6 月 8 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2018～2021

課題番号：18K11601

研究課題名（和文）グラフ上のゲームおよびオンライン性を持つゲームの必勝性

研究課題名（英文）Strategies of games on graphs and games with onlineness

研究代表者

武永 康彦（Takenaga, Yasuhiko）

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号：20236491

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,400,000円

研究成果の概要（和文）：オンライン性を持つゲームの必勝性に関しては、主に落ちものゲームの一種であるぷよぷよを1人ゲームとして扱い、盤面の幅と色数を変更した場合に関する従来研究を、入力ピースの先読みが可能な場合に拡張した。主な結果として、どれだけ先読みが多くても色数が多ければプレイヤーの必敗となることを、盤面の幅が2および3の場合に対して証明した。

グラフ上のゲームについては、グラフ上のペグソリティアやチャイニーズチェッカー（ダイヤモンドゲーム）等のペグ移動ゲームを扱い、これらに関する可解性の判定や必勝性判定などの問題の計算困難性を証明した。また、これらのゲームのルールの変種における必勝性についても扱った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

実際のコンピュータゲームにおいてはオンライン性を持つゲームが非常に多いにもかかわらず、理論的研究においては、本来のオンライン性を持つ形での研究はまだ非常に少ない。特に、盤面の幅やピースの色数、先読みの個数など、ゲームの種々の要素をパラメータとして、どの程度複雑さの要因となっているかを扱う手法を示したことは、この種のゲームの理論的解析において意義があると考えられる。

また、本研究で扱った古くから知られているゲームも含め、多くのゲームは盤面の形状を任意のグラフに拡張することができる。そのようなゲームの複雑さや、盤面の形状との関係を明らかにすることは、これらの本質的な性質を明らかにする上で重要である。

研究成果の概要（英文）：On games with onlineness, we have mainly dealt with PuyoPuyo, which is a kind of Tetris-like games. We have studied on the affect of lookahead of input pieces to the winning strategy of single-player PuyoPuyo. As a main result, we have shown that the player loses on the game board of width two or three if the number of colors used for input pieces is large, how large the number of lookaheads is.

On games on graphs, we have mainly studied on peg moving games like peg solitaire and Chinese checkers on graphs. We have proved hardness results on several problems on the games including solvability of graphs on peg solitaire and deciding the winner on Chinese checkers. We have also studied on the new variation of the rules on peg moving games.

研究分野：アルゴリズムと計算量、ゲーム・パズルの数理

キーワード：ゲーム 必勝性 計算量 パズル アルゴリズム

## 1. 研究開始当初の背景

ゲームの研究においてその有効な戦略を明らかにすることは極めて重要であり、強いコンピュータプレイヤーを作る研究は数多く行われている。理論的研究としては、古くはニム等を初めとして、ある局面が先手必勝か否かを解析する組合せゲーム理論の研究が広く行われてきており、一見単純なゲームであっても数学的複雑さを内包し、未解決問題も多く存在することから、近年特に注目を集めている。しかし、多くのボードゲーム、コンピュータゲームなどのようにある程度複雑なルールのゲームを扱うのは困難である。また、計算量理論の立場からパズルやゲームの計算複雑さについての研究も行われており、任意のサイズの盤面でプレイできるように一般化したものについて、与えられた局面からの必勝性判定問題の計算量を解明する研究が非常に盛んに行われている。人間がプレイして楽しめる複雑さを持ったゲームやパズルの多くは、一般化した問題の必勝性判定問題が、問題のサイズの多項式時間では解けないと考えられている計算量のクラスに属する計算困難な問題であることが示されている。

ゲームやパズルの中には、cops and robber やペグソリティアのように、盤面をグラフと考えることにより任意の形の盤面でプレイできるゲームが数多く存在する。盤面となるグラフの形を制限することにより必勝性の判定が容易に行えるようになることも多く、そのような場合についての必勝戦略について、種々の比較的単純なゲームで活発に研究が行われている。ペグソリティアは古くから広く知られた1人ゲームである。グラフ上のペグソリティアについては、いくつかの研究は行われているものの、このゲームは辺があれば向きに関わらずペグの飛び越しが可能であり、本来のペグソリティアを含まない。そのため、研究代表者らは本来のペグソリティアを含む一般化を提案している。グラフ上のペグソリティアに類するゲームについて、盤面となるグラフの性質をもとに必勝戦略を解明することは、グラフ上のゲームに関する興味深い問題である。

ゲームの計算量に関する研究ではほとんどの場合、遊戯中に必要な全ての情報が与えられるものとしているが、コンピュータゲーム等においては入力が順次与えられるゲームが非常に多い。このように、順次与えられる入力に対して処理を行う問題をオンライン問題という。オンライン問題に対するオンラインアルゴリズムでは、その後のどのような場合にもなるべく良い結果を得ることを目指す。オンラインアルゴリズムの研究は盛んに行われているが、ゲームに対するアルゴリズムの理論的解析は、この種のゲームの中では解析の容易なテトリスに対する研究の他には、研究代表者らによるテトリスに類するゲームに対する解析しか行われていない。これまでぶよぶよを中心とするテトリス型ゲームに対して、盤面の幅やピースの色数をパラメータとして、プレイヤーが必勝あるいは必敗となる条件を明らかにする結果を得ている。また、入力の先読みが可能な場合についても、先読み数をパラメータとして必敗となる条件などを明らかにしている。しかし、必勝と必敗の条件に大きなギャップがあるほか、先読みの能力やその限界については未解明な部分が多く、解決すべき問題である。特にこの種のゲームにおける入力の先読みが必勝性に与える影響を解明することは、ゲームの理論的解析手法を確立する上で重要な課題である。

## 2. 研究の目的

本研究では、ゲームやパズルの必勝性について、グラフ上のゲームおよびオンライン性を持つゲームを中心に計算量や組合せアルゴリズムの観点から研究を行う。

### ・グラフ上のゲーム

ペグソリティアやその変種をはじめ、盤面の形状を任意のグラフに一般化したゲームを1人ゲーム、2人ゲームともに扱い、その計算複雑さを明らかにするとともに、どのようなグラフにおいて必勝となるか、その戦略を解明することを目指す。ペグソリティアは、古くから非常によく知られたゲームであるにも関わらず、任意のグラフ上への一般化については近年いくつかの研究が行われているだけである。他にも、古典的なゲーム・パズルの中にも自然にグラフ上に拡張可能なものがいくつも存在し、その性質の理論的解明を目指す。

### ・オンライン性を持つゲーム

実際のゲームが持つ入力の先読みが与える必勝性への影響やその限界を明らかにすることを主な目指す。コンピュータゲーム等のオンライン性を持つゲームについて、本来のオンライン性を持つ形での研究を行なう。また、盤面の幅やピースの色数、先読みの個数など、ゲームの種々の要素をパラメータとして、これらがどの程度複雑さの要因となっているかを扱うことを目的とする。特に本研究では先読みの能力に着目して研究を行なう。

以上の研究により、実際的には、個別のゲームに対してその戦略を解明することで、それらの本質的な性質を明らかにすることを目指す。グラフ上に拡張したゲーム・パズルも実際に楽しめるゲームであり、その結果は難易度を調整したゲーム・パズルの設計にも応用可能であると考えられる。また、理論的には個別の対象だけでなく、種々のゲームに適用可能なアルゴリズムの設計・解析手法、必勝性の証明手法を開発することにより、今後のゲームの理論的解析における研

究の発展に寄与することを目指す。

### 3. 研究の方法

盤面を任意のグラフに拡張した、グラフ上のペグソリティアについて、計算量的な観点からの研究が行われていないことから、グラフの可解性などの問題についての計算複雑さを明らかにする研究を行なった。また、我々の提案した本来のペグソリティアを含むモデルに基づいて研究を行った。このモデルにおいては、辺の部分集合を定義し、同じ部分集合に属する2辺の上でのみペグの移動が可能である。与えられたグラフが解を持つ条件を種々のグラフについて検討した。

チャイニーズチェッカー(ダイヤモンドゲーム)についても、新たにグラフ上への拡張を考える。通常のゲームのように対戦を行う場合、1人ゲームとして最短手数でのゴールを目指す場合をともに考え、まずこれらに関する判定問題の計算複雑さを明らかにする研究を行なった。また、盛んに研究が行われている cops and robbers についても、ルールの変種を提案し、その上での性質について検討した。

テトリスに代表される落ちものゲームに分類されるゲームについて、これまで研究を進めてきたぷよぷよを中心に研究を進めた。特に、入力の手読みがどの程度プレイヤーにとって有利となるかを明らかにするため、手読みの個数をパラメータとして、必勝・必敗となる条件の解明を行った。まず、これまで必勝性が不明であった場合について、どれだけの手読みが可能ならば必勝となるかを検討した。また、いくら多く手読みがあっても、色数や盤面の幅によってはプレイヤーが必敗になるのではないかと考え、この手読みの限界について研究を行った。

その他のいくつかのゲームやパズルについても、その計算量や解の列挙に関する研究を行なった。

### 4. 研究成果

グラフ上のゲームについては、グラフ上のペグソリティアの必勝性および計算複雑さについて研究を行った。ペグソリティアとは盤面上からペグを取り除き1個にすることを目的とする1人ゲームであり、これを任意のグラフを盤面として一般化したグラフ上のペグソリティアを扱った。結果として、与えられた盤面のグラフに対して、初期空頂点が与えられた場合、および任意の頂点を初期空頂点として選べる場合について、ペグが1個だけ残った状態にできるかという可解性の判定問題がNP完全となり、計算困難な問題であることを証明した。また、通常のペグソリティアと同様にペグの移動できる辺に制限がある場合について、パスとサイクルの直積で表せる盤面の多くについて、1個を除くすべての頂点にペグがある状態からペグを1個にできることを明らかにした。

まず、古くから知られているゲームであるチャイニーズチェッカー(ダイヤモンドゲーム)について、その盤面を任意のグラフに一般化したものを提案し、その計算複雑さについて研究を行った。2人で対戦する場合について、お互いのプレイヤーが相手の陣地やゴールに入れないという条件のもとで、任意の局面から先手必勝であるかを判定する問題がEXPTIME完全問題であることを証明した。1人プレイの場合については、最短手数を求める問題がNP完全問題であることを証明した。

グラフ上のゲームについては、特殊なルールを持つグラフ上の cops and robbers ゲームの必勝性に関する研究を行った。Cops and robbers では、グラフ上の頂点に警官と泥棒が存在し、交互に辺上を移動する。警官が泥棒と同じ頂点に移動して逮捕できれば警官の勝利となる。本研究においては、警官は泥棒の位置を知ることができず、泥棒のいる頂点への最短経路の方向のみを知ることができる、というルールを提案した。最短経路方向を全て知ることができる場合、三角格子、正方格子上では、それぞれ1人、2人の警官で必勝となることを示した。また、最短経路方向のうち1個のみを知ることができる場合には、三角格子上で1人の警官では確実に勝つことができないことを示した。

また、カードの枚数等を任意とした一般化七並べにおける必勝性について研究を行った。グラフ上への一般化も可能であるが、今回は通常の複数のパス上での場合を扱った。プレイヤーは各スートで残った中で最大の値を持つカードのみを出せるものとする。本研究においては、3人での対戦においてスート数が1または2の場合において、他の2人のプレイヤーがどのカードを持っても必勝となる、あるいは最下位とならないための条件を明らかにし、プレイヤーが連続した値のカードを持つ部分の数が勝敗に大きく影響することを示した。

オンライン性を持つゲームの必勝性については、ピースの色数と盤面の幅を制限した1人ぷよぷよに関する研究を行った。ぷよぷよは落ち物パズルゲームと呼ばれるコンピュータゲームの一種である。本研究では1人ゲームとして扱い、入力によらず永久にプレイを続けることができるとき、プレイヤーの必勝とする。今後の入力を知ることができる手読みが可能の場合について、どれだけ手読みが多くても盤面の幅に対して色数が非常に多ければ必敗となることを、盤面の幅が2および3の場合に対して証明した。具体的には、盤面の幅が2の場合10色以上、3の場合26色以上で必敗となることを示した。また、これまで手読みがある場合のみ必勝性を示していた、盤面の幅が3、色数が3の場合について、手読みなしでもプレイヤーの必勝となることを示した。

このほか、QUIXO の必勝性判定問題の EXPTIME 完全性の証明の改訂および、正方格子状の盤面におけるアンチスライドパズルの列挙について研究を行った。アンチスライドパズルとは、どのピースも移動できないよう盤面にピースを配置するパズルであり、盤面を全てピースで埋める必要はない。本研究では、ペントミノをピースとした場合について、ピースが移動できない条件を示し、二分決定グラフを用いて全てのピースを任意の個数使用可能な場合の解を  $6 \times 6$  の盤面まで列挙し、解の総数を求めた。また、回転や反転で同一とならない、真に異なる解の個数を求めた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Takenaga Yasuhiko, Kikuchi Sho, Quan Hushan	4. 巻 43
2. 論文標題 On the power of lookahead in single-player PuyoPuyo	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 ICGA Journal	6. 最初と最後の頁 102 ~ 113
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/ICG-210189	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mishiba Shohei, Takenaga Yasuhiko	4. 巻 162
2. 論文標題 QUIXO is EXPTIME-complete	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Information Processing Letters	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ipl.2020.105995	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Yuya Nakamura and Yasuhiko Takenaga
2. 発表標題 Finding a Shortest Solution for Single-Player Chinese Checkers is NP-complete
3. 学会等名 2022年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山田貴之, 武永康彦
2. 発表標題 グラフ上のダイヤモンドゲームの計算複雑さ
3. 学会等名 2022年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 宇賀神慶行, 武永康彦
2. 発表標題 ペントミノを用いたアンチスライドパズルの解の列挙
3. 学会等名 2022年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 田中天希, 武永康彦
2. 発表標題 三人一般化七並べの必勝性
3. 学会等名 2022年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Kazushi Ito, Yasuhiko Takenaga
2. 発表標題 NP-completeness of peg solitaire on graphs
3. 学会等名 The 23rd Thailand-Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (TJCDCG3 2020+1) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 川越 啓太郎, 武永 康彦
2. 発表標題 連続移動可能なマッチ3ゲームのNP完全性
3. 学会等名 2020年度冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 伊藤和司、武永康彦
2. 発表標題 グラフ上のペグソリティアの計算困難性
3. 学会等名 電子情報通信学会2020年総合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 田中天希、武永康彦
2. 発表標題 二人一般化七並べの戦略
3. 学会等名 電子情報通信学会2020年総合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 菊地翔、武永康彦
2. 発表標題 先読みを考慮した一人ぷよぷよの必勝性
3. 学会等名 第82回情報処理学会全国大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yasuhiko Takenaga, Xi Yang and Asuka Inada
2. 発表標題 Anti-Slide Placements of Pentominoes
3. 学会等名 The 22nd Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (JCDCG <sup>3</sup> 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大久保辰哉, 武永康彦
2. 発表標題 格子上での Cops and Robbers の方向のみ認知可能なルール
3. 学会等名 電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菊地翔, 武永康彦
2. 発表標題 幅3色数3の一人ぶよぶよの必勝性
3. 学会等名 電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 楊璽, 武永康彦, 稲田明透河
2. 発表標題 ペントミノを用いたアンチスライドパズルの解の列挙
3. 学会等名 第81回情報処理学会全国大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件



8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------