

令和 2 年 6 月 18 日現在

機関番号：16102

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2019

課題番号：18K13164

研究課題名(和文) 我が国の算数・数学科における子ども達の推測と説明：実態の科学的明確化

研究課題名(英文) Elementary student's mathematical hypothesis and explanation: to identify scientifically their situation

研究代表者

早田 透 (Hayata, Toru)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・講師

研究者番号：20803646

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、算数科における子どもの説明に関する実態解明を試みる研究である。予備分析の結果、小学校算数における「説明」が極めて不明瞭であることが解った。そのため、1)教科書(カリキュラム)はどの様に説明を扱っているか 2)中学生(小学校の成果)の説明はどのような構造か の2点について研究した。

その結果、6年生の教科書に課題があること、生徒が説明の根拠を明確にしない傾向があることなどが明らかになった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の学術的意義として、1)小学校算数教科書における説明を評価したこと、またそのための方法論を確立したこと。2)算数教育を受け終わった子どもの説明が持つ構造や傾向。以上二点を明らかにしたことが挙げられる。特に、1)と関連した方法論の開発は、今後の国際的な発展、他教科への波及が期待される。また、その社会的意義として、教科書やカリキュラムを作成するに際して、具体的な提言が行えたことが挙げられる。

研究成果の概要(英文)：Purpose of this study is to identify elementary school's actual situation that is related with mathematical explanation. According to our preliminary analysis, we identified the term "explanation" in elementary mathematics is unclear and undefined. Thus, our research question is i) how and what do mathematics textbooks intend to teach mathematical explanation? ii) What is the structure of junior high school student's mathematical explanation?
As a result, we identified, for example, the textbooks of 6th grade has issue, there are tendency of that students do not intend to clarify the warrant (logical basis), and so on.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学教育 算数科における説明 教科書分析 説明の構造

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

現在、教育の世界においては個々の教科知識の内容を超えて、能力を育成することを求めようとしており、「説明」は特に重要な能力の一つである。算数・数学は他の教科と異なり、説明し合うことである事柄の真偽や価値が必ず明確に決定されるという教科の特性があるため、説明する能力を育む際に極めて重要である。

しかし、現状の算数・数学における子どもの説明能力は十分に育っているとは言い難い。例えば、平成 29 年度全国学力学習状況調査の算数 B 問題の問 5-(2)は子どもに説明を求める問題であるが、正答率は 13.5% (内、極めて良好な回答が 2.3%) である。内容に関する課題も影響を与えている可能性はあるため鵜呑みには出来ないが、それでも子どもの算数的説明能力が十分でないことは疑い様がない。しかしここで小学校において説明を指導する明確な単元や時間は設定されておらず、明確な意図や指導を抜きにして何となく育てられていることが指摘される。このため、説明能力が育っていないのはある意味で当然ともいえる。これにはいくつかの理由が考えられるが、「説明」という概念が教育は勿論、数理哲学、科学哲学などにおいても明瞭に規定することが難しいと言った背景が考えられる。

2. 研究の目的

上述したような状況の改善策が必要であるが、そのためには現状の指導で子ども達がどうなっているかを科学的に明確にし、それに基づき改善策を導かなければならない。特に、上述した全国学力学習状況調査等の量的調査から、我が国の子ども達が十分に説明出来ない事は解っているが、具体的に説明の何が出来ないのか、そしてその理由は何故かといったことは個々の子どもを質的に調査しなければ把握出来ない。よって、本研究の主たる問いは「子ども達の算数的説明能力の何処に問題があるか、そしてその原因は何であるかを同定する」である。特に、予備調査を行った結果、研究開始前に想定していた以上に子ども達の「説明」が多様かつ不十分であることが認められた。そのため、小学校の子どもを直接調べるのではなく

I) 意図されたカリキュラムである教科書がどの様に説明を教えようとしているか明らかにする
II) 小学校で学び終えた子どもの「説明」がどの様なものであるかを具体的に調査する
の 2 点に絞って研究を実施した。

3. 研究の方法

上述した I) の具体的な方法として、我々は幾何 (図形) 領域に着目した。これは、1~6 年生まで全ての学年で一定の時間以上教えられていること (他の領域は特定の学年で教えられないか、時間数が極めて限られていたため、全体の傾向を見定めることが難しい)。また、説明の発展に際して明確な発展の仕方が先行研究によって明示されたいことも理由の一つである。理論的枠組みとして、教授の人間学理論と呼ばれる理論の「Praxeology (Bosch & Gascón, 2014)」という枠組みを用い、「教科書の説明 (子ども達にさせたいとカリキュラム作成者が考えている説明) が何を根拠にしているか、それは幾何学習の発達にとって適切であるか」を (準) 量的に調べた。

II) の具体的な方法として、中学生同士でペアを組み、説明/証明としてより高度になる間接的な説明が生じる様な問いを解決してもらい、被験者の説明や証明に際しての構造を、トゥールミンモデルによる大域的構造分析 (Knipping & Reido, 2015) を通して明らかにした。なお、領域は I) に合わせて幾何領域とした。

4. 研究成果

・ I) に関わる研究結果

先行研究 (ex. van Hiele & van Hiele, 1958) により、幾何における子どもの説明は、最初は見た目や形といった具体を根拠としながら、徐々に既知の定理や性質などの論理的根拠へ移行していくことが望ましい事が明らかになっている。例えば、四角形の内角の和が 360 度になることを説明するとき、四角形を書いた紙を切って 4 つの角を貼り合わせることで説明することから、既知の三角形の内角の和が 180 度になることと四角形は対角線で 2 つの三角形に分割できることを用いて説明する、といった具合である。このことが、我が国におけるシェアが上位 2 つである啓林館、東京書籍の教科書 (両社合わせたシェアは年によって若干変動するが概ね 6~7 割; 時事通信, 2019) において実施されているかを、幾何に関わる全ページを分析することで明らかにした。分析の結果が、次に示す図 1 と図 2 である。図の詳細は関連する成果 (Hayata & Amori, 2019) に譲るが、左から 3 つのカテゴリ (X, I, II) が上述した「具体を根拠とする」レベルの、残る 2 つのカテゴリ (III, IV) が「論理的根拠」レベルの説明が、教科書の当該単元においてどのくらいの割合で提示されているかを示している。多少の違いはあるが、どちらの教科書も 1 年生の段階では「具体を根拠とする」レベルの説明が 100% であるところから始まり、5 年生においては 50~60% 程度へと推移しており、これは期待された通りの結果である。しかし、6 年生においてはいずれの教科書も「具体を根拠とする」レベルの説明の割合が増加しており、ここに課題が認められた。

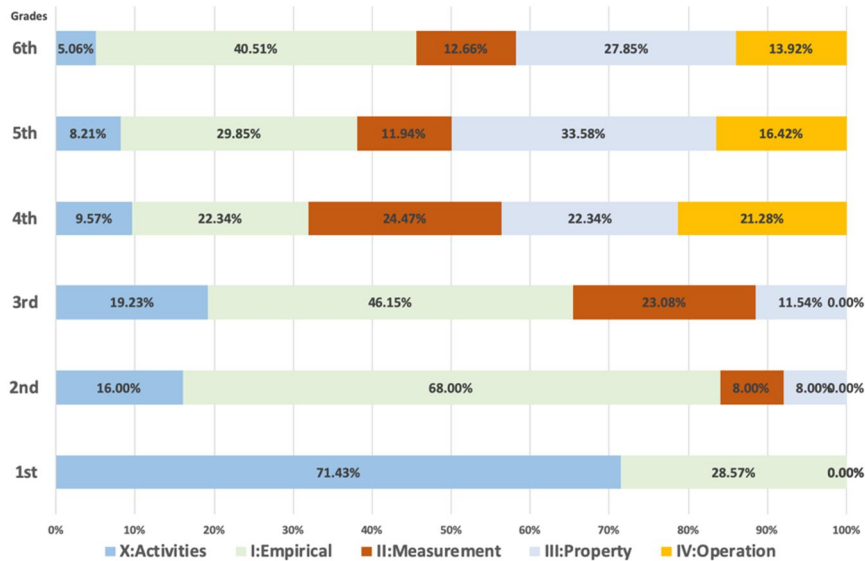


図 1：東京書籍の分析結果

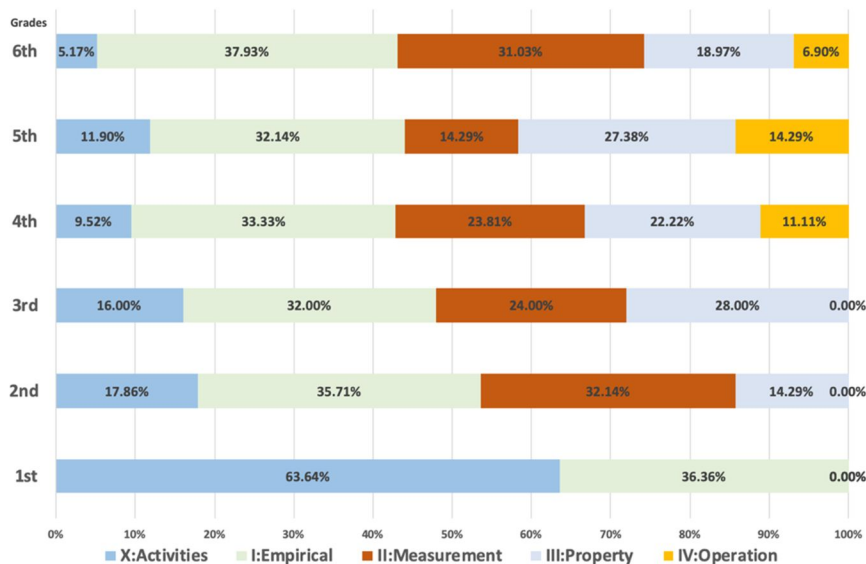


図 2：啓林館の分析結果

この原因は、6年生において学習する「対称な図形」、「図形の拡大と縮小」の単元において「具体を根拠とする」説明が多いことにある。これらの内容が、6年生で初出であるために、具体的なものを多く掲げざるを得ないのも一因である。従って、我々はこれらの内容の取り扱いの変更、具体的には教科書の記述方法の変更や、単元を他学年へ移動させることが重要であることを指摘した。

・II)に関わる研究成果

説明の中でも、特に間接的な説明は論理において非常に重要である。ここで間接的な説明とは、例えば「部屋の電気がついていない。だから中に誰もいない(だろう)」といったような説明である。このような説明が重要かつ難しいのは、上記の例だと「部屋の電気がついていない」と「中に誰もいない」ことを接続する、メタ定理(人は部屋の中に入ると電気をつける、といった)を適用しているからである(Antonini & Mariotti, 2008)。このメタ定理が、例えば二重否定の除去則(not not AはAであるという古典論理)と関わる時、その間接的な説明は一般に背理法と呼ばれる。このような間接的な説明が生じ得る幾何の場面における、中学生同士の説明の構造をトゥールミンモデル(Knipping & Reid, 2015)を用いて分析した。分析の結果、例えばあるペアの議論は図3のような構造であった。

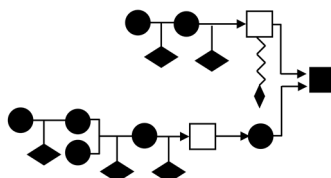


図 3：ある中学生のペアによる説明の大域的構造

図の詳細な意味や具体的な被験者による説明は関連する成果（早田，上ヶ谷， & 袴田，2019）に記すが，黒塗りの菱形（正方形ではなく）が説明の論拠であり，最終的に説明したいとする結論（図中一番右の黒塗りの正方形）に対して論拠がないまま説明していることが観察された。また，一般に間接的な説明では重要な論駁（矛盾によって主張を否定すること）が生じないことが，ペアから得られたデータやその分析・比較から明らかになった。こうした成果から，例えば「話し合い」という言葉が持つ非対決的なニュアンス-明確な論理や根拠を用いるよりは，協調させることを重視する-（Sekiguchi & Miyazaki, 2000）などの影響が考えられることを指摘した。これにより，今後の理論的研究に対する方向性を示した。

・参考・引用文献一覧

- Antonini, S., & Mariotti, M., A. (2008). Indirect proof: What is specific to this way of proving? . *ZDM Mathematics Education*, 40(3), 401-412.
- Bosch M., & Gascón J. (2014). Introduction to the anthropological theory of the didactic (ATD). In: Bikner-Ahsbahs A., Prediger S. (eds). *Networking of theories as a research practice in mathematics education. Advances in Mathematics Education*. Springer.
- Fuji, T., Ishi, S., Ichikawa, S., Yanamoto, A., Ota, S., ... Watanabe, L. (2015). *Atarashi Sansu* (Grades 1A, 1B, 2A, 2B, 3A, 3B, 4A, 4B, 5A, 5B, 6) (in Japanese). Tokyo, Tokyoshoseki.
- Hayata, T & Amori, S. (2019). Theory of geometrical thinking in elementary textbook: case study of Japan. *Proceedings of the Third International Conference of Mathematics Textbook Research and Development*. pp.191-196
- Knipping, C., & Reid, A. D. (2015). Reconstructing Argumentation Structures: A Perspective on Proving Processes in Secondary Mathematics Classroom Interactions. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education*. Dordrecht: Springer.
- Sekiguchi, Y., & Miyazaki, M. (2000). Argumentation and mathematical proof in Japan. *The Proof Newsletter*. Retrieved July, 20, 2019, from <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/000102Theme/000102ThemeUK.html>
- Shimizu, S., Funakoshi, S., Negami, S., Teragaito, S., Aoyama, K., Ijima, Y., ... Watanabe, M. (2015). *Wakuwaku Sansu* (Grades 1, 2A, 2B, 3A, 3B, 4A, 4B, 5, 6) (in Japanese). Osaka, Keirinkan.
- van Hiele, P. M., & van Hiele-Geldof, D. (1958). A method of initiation into geometry at secondary schools. In H. Freudenthal (Ed.), *Report on methods of initiation into geometry* (pp. 67-80). Gronigen: Qolters.
- 早田 透. 上ヶ谷 友佑. & 袴田 綾斗. (2019). 間接的アーギュメンテーションの構造に関する研究-中学校3年生と高等学校1年生のペアトークの比較から-, *日本数学教育学会 第52回秋期研究大会発表収録*, pp.97-104
- 時事通信. (2019). 19年度小学校教科書採択状況-文科省まとめ. 『内外教育』, 6723, pp.8-10

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hayata, T. Uegatani, Y. & Hakamata, R	4. 巻 3
2. 論文標題 Can students construct non-constructive reasoning?: identifying fundamental situations for proof by contradiction	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 42th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education	6. 最初と最後の頁 43-50
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hayata, T & Amori, S	4. 巻
2. 論文標題 Theory of geometrical thinking in elementary textbook: case study of Japan	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the Third International Conference of Mathematics Textbook Research and Development	6. 最初と最後の頁 191-196
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.17619/UNIPB/1-768	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 早田 透. 上ヶ谷 友佑. & 袴田 綾斗	4. 巻
2. 論文標題 間接的アーギュメンテーションの構造に関する研究-中学校3年生と高等学校1年生のペアトークの比較から-	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本数学教育学会 第52回秋期研究大会発表収録	6. 最初と最後の頁 97-105
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件/うち国際学会 4件）

1. 発表者名 上ヶ谷友佑, 袴田綾斗, 早田透
2. 発表標題 中学生の同一法の認識に関する探索的研究 - 教科書比較を通じた分析枠組みの検討 -
3. 学会等名 全国数学教育学会 第49回研究発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 袴田綾斗, 上ヶ谷友佑, 早田透
2. 発表標題 間接証明と間接的アーギュメンテーションの中間的段階に関する一考察 - 中学2年生のペアトークによる問題解決の観察事例から -
3. 学会等名 全国数学教育学会 第49回研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hayata, T. Uegatani, Y. & Hakamata, R
2. 発表標題 Can students construct non-constructive reasoning?: identifying fundamental situations for proof by contradiction
3. 学会等名 The 42th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hakamata, R. Uegatani, Y. & Hayata, T.
2. 発表標題 A study on indirect proof and argumentation in Japan: preliminary analysis of students' indirect reasoning
3. 学会等名 International Seminar of Research on Teaching and Learning Mathematical Proof (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hayata, T
2. 発表標題 Theory and teacher education: case study of mathematical argumentation
3. 学会等名 第8回日中教師教育学術研究集会 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hayata, T. & Amori, S.
2. 発表標題 Theory of geometrical thinking in elementary textbook: case study of Japan
3. 学会等名 Third International Conference of Mathematics Textbook Research and Development (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 袴田 綾斗. 上ヶ谷 友佑. & 早田 透.
2. 発表標題 間接的説明の表現に影響を与える文化的要素の考察-「矛盾」の言語使用に注目して-
3. 学会等名 日本科学教育学会第43回年会, 課題研究発表3
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考