

令和 3 年 4 月 26 日現在

機関番号：51601

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2020

課題番号：18K13434

研究課題名(和文)調和解析における分数冪作用素の研究

研究課題名(英文)The study of fractional operator in Harmonic Analysis

研究代表者

飯田 毅士(Takeshi, Iida)

福島工業高等専門学校・一般教科・准教授

研究者番号：60633435

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 1,100,000円

研究成果の概要(和文): 主な研究成果は、以下の3つである:(1)Orlicz分数冪極大作用素に対するHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成り立つための既知の十分条件が必要条件でもあること(2)(1)の条件がOrlicz分数冪極大作用素に対するMorrey空間上のAdams型不等式に対する十分条件でもある。(3)(1)と(2)の研究成果を基礎理論として、多重線形の場合も含めたOrlicz分数冪極大作用素のOrlicz-Morrey空間上の有界性に対する荷重の理論を構成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

2013年にOrlicz分数冪極大作用素に対するHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成り立つための十分条件が示されたが、本研究(1)によってそれが必要条件でもあることが示された。(1)の研究成果は、Orlicz分数冪極大作用素の多くの関数空間の有界性を議論する上で基礎理論であり、今後の研究の更なる発展が見込まれる。例えば(2)と(3)の研究はMorrey空間上のOrlicz分数冪極大作用素の有界性に対する(1)の発展的研究である。

研究成果の概要(英文): There are three main research results:(1)We showed that the sufficient condition for the Orlicz-fractional maximal operators of the Hardy-Littlewood-Sobolev type inequality is also necessary. (2)We showed that the condition of (1) is also a sufficient condition of the Adams type inequality for the Orlicz-fractional maximal operator in Morrey space. (3)Based on (1) and (2) research results, we constructed the theory of the weighted norm inequalities of the Orlicz fractional maximal operator in the Orlicz-Morrey space, including the case of multilinear.

研究分野：調和解析

キーワード：荷重理論 Morrey空間 Orlicz-Morrey空間 Orlicz分数冪極大作用素 分数冪積分作用素

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

1995年のPérezの研究(論文8)によって、Orlicz 極大作用素に対する L^p 空間上の有界性が成り立つためのYoung関数に対する必要十分条件として B_p 条件が導入された。この研究は、 L^p 空間上の有界性と荷重 L^p 空間上で成立するFefferman-Stein型不等式が成立することは同値であることを示している。

2013年にCruz-Uribe SFOとMoenは、Orlicz 分数冪極大作用素に対する L^p L^q への有界性、すなわちHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成立する十分条件を示している(論文2)。主な問題点として、その条件が必要条件であるか否か、Fefferman-Stein型不等式が成立するための必要十分条件であるか否かの研究が行われておらず、未解決問題であった。そしてOrlicz 分数冪極大作用素における、この研究成果に基づく応用としてOrlicz 分数冪極大作用素に対するMorrey空間上の有界性の研究やMorrey空間上の荷重理論の研究についても未調査であった。

2. 研究の目的

応募者の研究では、Cruz-Uribe SFOとMoenが導入したYoung関数に対する条件がHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成立するための必要条件であること、Fefferman-Stein型不等式とHardy-Littlewood-Sobolev型不等式の関連性を明らかにすることを当初の研究目的とした。その応用として分数冪積分作用素に対するMorrey空間上の有界性定理として知られるAdamsの不等式(論文1)やOlsenの不等式(論文7)と類似の不等式が、Orlicz 分数冪極大作用素に対して成立するための十分条件を明らかにすることが第2の研究目的である。

3. 研究の方法

研究方法は実解析学の手法;特にその中でも、Calderón-Zygmund分解と深く関連する手法や結果を多用する。具体的には論文2、論文6、論文8で用いられた分数冪積分作用素をはじめとする分数冪作用素に対する解析手法をOrlicz 分数冪極大作用素に適用する。

4. 研究成果

応募者の研究では、次の3つを示した。それぞれ、論文5、論文3、論文4の順に述べる:

(1)論文5ではCruz-Uribe SFOとMoenが導入したHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成立するためのYoung関数に対する十分条件が必要条件でもあること、そして、Fefferman-Stein型不等式とHardy-Littlewood-Sobolev型不等式の関連性を中央大学 澤野嘉宏 教授との共同研究により明らかにした。この研究成果はOrlicz 分数冪極大作用素の L^p 空間上の有界性における基礎理論として位置づけられる。

(2)論文5の応用として、分数冪積分作用素に対するMorrey空間上の有界性定理として知られるAdamsの不等式(論文1)やOlsenの不等式(論文7)と類似の不等式がOrlicz 分数冪極大作用素に対し、Young関数に関する十分条件の下で成立するか否かについての研究成果として論文3は位置づけられる。Young関数に関する、 B_p 条件を仮定した場合に得られる不等式とHardy-Littlewood-Sobolev型不等式が成立する十分条件から得られる不等式の精密性において、相違点が存在することが明らかになった。

(3)論文4では、ある荷重の条件の下で、分数冪積分作用素や分数冪極大作用素のMorrey空間上の荷重ノルムは、Orlicz 分数冪極大作用素のMorrey空間に対する無荷重の場合のノルムで評価できることを示した。この研究成果を(2)(論文3)で得られる結果と合わせると、分数冪積分作用素、分数冪極大作用素に対するMorrey空間上の荷重の理論が構築される。この研究は2011年に応募者らによる発表した研究成果(論文6)を改良する理論として位置づけられる。

<引用文献>

1. D. Adams, A note on Riesz potentials, Duke Math. J., 42, 1975, 765-778.
2. D. Cruz-Uribe SFO and K. Moen, A fractional Muckenhoupt-Wheeden theorem and its consequences, Integral Equ. Oper. Theory 76,3,2013, 421-446.
3. T. Iida, Orlicz-fractional maximal operators in Morrey and Orlicz-Morrey spaces, Positivity, 25,1 2021, 243-272.
4. T. Iida, Weighted norm inequalities on Orlicz-Morrey spaces for the multilinear fractional integral and Orlicz-fractional maximal operator, Romanian J. Math. Compt. Sci., accepted.
5. T. Iida and Y. Sawano, Orlicz-fractional maximal operators on weighted L^p spaces, J. Math. Inequal. 13,2, 2019, 369-413.
6. T. Iida, E. Sato, Y. Sawano and H. Tanaka, Weighted norm inequalities for multilinear fractional operators on Morrey spaces. Studia Math. 205, 2011, 139-170.
7. P. Olsen, Fractional integration, Morrey spaces and Schrodinger equation, Commun. Partial Differ. Equ. 20, 1995, 2005-2055.
8. C. Pérez, On sufficient conditions for the boundedness of the Hardy-Littlewood maximal

operator between weighted L^p -spaces with different weights, Proc. Lond. Math. Soc. (3), 71,1, 1995, 135-157.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Takeshi Iida	4. 巻 25
2. 論文標題 Orlicz-fractional maximal operators in Morrey and Orlicz-Morrey spaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Positivity	6. 最初と最後の頁 pp. 243-272
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11117-020-00762-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iida Takeshi, Sawano Yoshihiro	4. 巻 13
2. 論文標題 Orlicz-fractional maximal operators on weighted L^p spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Inequalities	6. 最初と最後の頁 pp. 369 ~ 413
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7153/jmi-2019-13-26	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takeshi Iida	4. 巻 -
2. 論文標題 Weighted norm inequalities on Orlicz-Morrey spaces for the multilinear fractional integral and Orlicz-fractional maximal operator	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Romanian Journal of Mathematics and Computer Science	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 飯田 毅士
2. 発表標題 Orlicz-fractional maximal operators in Morrey and Orlicz-Morrey spaces
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会 実函数論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 飯田毅士
2. 発表標題 Orlicz-fractional maximal operators in Morrey and Orlicz-Morrey spaces
3. 学会等名 実解析シンポジウム2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takeshi lida
2. 発表標題 Orlicz-fractional maximal operators on weighted L^p spaces
3. 学会等名 調和解析セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takeshi lida
2. 発表標題 Orlicz-fractional maximal operators on weighted L^p spaces
3. 学会等名 実解析シンポジウム2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takeshi lida
2. 発表標題 Orlicz-fractional maximal operators on weighted L^p spaces
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会 実函数論分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takeshi Iida
2. 発表標題 Weighted norm inequalities on Morrey spaces for the Orlicz-fractional maximal operators
3. 学会等名 日本数学会2021年度年会 実函数論分科会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------