

令和 5 年 6 月 9 日現在

機関番号：13801

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2022

課題番号：18K13448

研究課題名(和文) 反復強制法の理論における新たな発展

研究課題名(英文) New developments in iterated forcing

研究代表者

メヒア ディエゴ (Mejia, Diego)

静岡大学・理学部・准教授

研究者番号：70777961

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円

研究成果の概要(和文)：このプロジェクトでは、現代的な強制法の技法の開発や、実線の組合せ論の理解に貢献する結果を得ました。この成果は、13本の論文として発表され、12本は国際誌、6本は数学と論理学のトップジャーナルに掲載されました。最もインパクトのある成果は、新しい強制法の技術を駆使して、Cichonの最大という非常に深い問題を解決した。この研究は、オーストリアとイスラエルの研究者との積極的な共同研究の成果であり、ヨーロッパ数学会の雑誌を含むインパクトのあるジャーナルに多くの論文を発表するまでに発展した。このプロジェクトの成果は、16の招待講演で公開されており、ほとんどが国際会議でのものである。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Since the real line is present in all mathematical fields of research, its understanding is a essential part of the development of sciences. The research achievements of this projects provides great contribution to its understanding, supported by international collaboration.

研究成果の概要(英文)：During this project, we obtained results that contributed to the development of modern forcing techniques and to the understanding of the combinatorics of the real line. All these are presented in 13 published articles (including 2 preprints), where 12 are in international journals and 6 are in top journal in Mathematics and in Logic. The result that has the most impact is the paper "Cichon's maximum without large cardinal", where we elaborated novel forcing techniques and solved the very deep problem of Cichon's maximum, which describes completely the connections between Lebesgue measure, Baire category and compactness of the irrational numbers. This work is product of active collaboration with researches in Austria and in Israel, which has developed into many publications in high impact journals, including the Journal of the European Mathematical Society.

The results of this project has been disclosed in 16 invited lecture, most of them at international conferences.

研究分野：数学基礎論

キーワード：強制法理論 反復強制法 Creature forcing 連続体上の組合せ論 超フィルター 多次元反復強制法 強測度ゼロ

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1 . 研究開始当初の背景

The iteration techniques in forcing theory are one of the most successful methods to construct models of ZFC (the modern formalism of mathematics) to support (or disprove) some mathematical conjecture, in particular, for solving problems about the combinatorics of the real line. Although it is an old technique, it has evolved and is still powerful to generate results with great impact. Examples of its evolution are *matrix iterations* ([1],[3],[4]), *template iterations* ([2],[5],[8]), *iterations with ultrafilter limits* [7], and *three-dimensional iterations* [10].

Very recently, Goldstern, Kellner and Shelah created the method of *Boolean ultrapowers*, whose application to FS (finite support) iterations yield a model of *Cichoń's maximum*, which means that all non-dependant entries in *Cichoń's diagram* (which describes combinatorial connections between Lebesgue measure, Baire category, and compactness) are pairwise different. This work was published in the prestigious *Annals of Mathematics* [11]. However, this result used large cardinals, which means working in a formalism stronger than the standard ZFC. To solve completely the problem of Cichoń's maximum, it is required to construct a model of it without using large cardinals. This also triggered the interest to construct models where several classical cardinal characteristics of the continuum are pairwise different.

Another iteration method is the *product of creatures*. This is useful to solve problems about the combinatorics of the real line, for instance [9]. It is an extremely complex and challenging forcing method, but due to its power, researchers long for a comprehensible presentation. A simplification can allow applications in different contexts, like in bounded arithmetic [6].

2 . 研究の目的

Produce and develop forcing iteration techniques that overcome the limitations of the previously discussed techniques, and that can be applied in diverse fields of mathematics, like analysis and computational complexity theory. We aim to use these new techniques to solve the following main problems about the combinatorics of the real line.

- (1) Produce models by forcing, without using large cardinals, where the cardinal invariants in Cichoń's diagram can assume 8 or more different values.
- (2) Produce models by forcing that guarantee that several combinatorial concepts of the reals, like splitting, almost-disjointness, evasion-prediction, reaping, strong measure zero and Cichoń's diagram, are pairwise independent.
- (3) Adapt known powerful forcing techniques (like product of creatures) to weaker contexts, which can be applied to solve problems in mathematical fields like bounded arithmetic.

3 . 研究の方法

To fulfill the objectives of the research project, we elaborate the following forcing iteration techniques.

- (i) *Multidimensional iterations with ultrafilter limits*. The researcher, with Goldstern, Kellner and Shelah, introduced the method of ultrafilter limits along FS iterations [7]. With the experience of the researcher on iterations in multiple dimensions [10], we aim to develop multidimensional methods of ultrafilter limits to solve problems related to (1) and (2) above.
- (ii) *Multidimensional template iteration*. Like (i), we plan to extend Shelah's method of template iterations ([2],[5],[8]) to multidimensional iterations. We plan to use the new produced techniques to solve instances of problems (1) and (2) above.
- (iii) *Weak creature forcing*. We plan to build a simplified creature forcing method, as strong as the original method, but easier to adapt to problems in different fields, like bounded arithmetic. This is used to solve problems related to (3).

4 . 研究成果

(K1) With collaboration with Goldstern, Kellner and Shelah, we constructed a model of Cichoń's maximum without large cardinals, which solves problem (1) completely. Surprisingly, alternative methods to those proposed in (i) –(iii) were developed to solve this problem, namely, we discovered how intersecting models with σ -closed models can affect the combinatorics of the real line, leading to new constellations of Cichoń's diagram. This result was published in the high-ranked Journal of the European Mathematical Society.

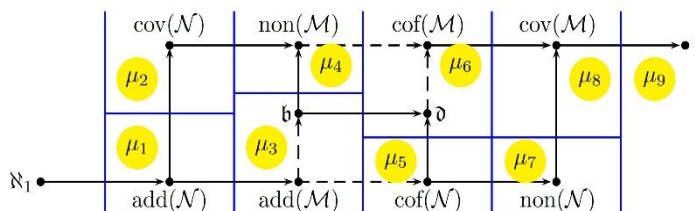


Figure 1 Cichoń's maximum without large cardinals

(K2) We succeeded to solve several instances of problem (2), and in many cases the models we obtain are compatible with Cichoń's maximum as guaranteed in (K1). Concretely:

- (K2. 1) Several new forcing methods were incorporated to show that numbers related to Martin's axiom, the pseudo-intersection number, and the group-wise density number can be pairwise different.
- (K2. 2) Using infinite graphs, we proved that the splitting and the reaping number can be controlled via FS iterations.
- (K2. 3) We use collapsing arguments to extend the results of (K2. 1). The forcing methods in this work are closely related to (K1).
- (K2. 4) A template-like iteration method, as indicated in (ii), was developed to control cardinal characteristics of the continuum. This consists of a two-dimensional construction that allows vertical support restriction.
- (K2. 5) We show how to control the almost-disjointness number in a forcing that separates the left side of Cichoń's diagram. In this proof we created a forcing method as described in (i), concretely, we develop two-dimensional iterations with ultrafilter limits.
- (K2. 6) We prove that, in Sacks model, the covering of the strong measure zero ideal is large.

These results are joint work with researchers in Austria, Israel, and Colombia.

(K3) In collaboration with researchers in Vienna, we obtained a considerable simplification of the creature forcing method as described in (iii), which represents considerable advances for problem (3). We first developed simple limsup creature forcing methods to control anti-localization numbers, and afterwards we presented a full simple theory for creature forcing constructions. This method is promising to be incorporated in the context of bounded arithmetic.

(K4) Other results obtained with support of this research:

- (K4. 1) We proved general absoluteness theorems for analytic subsets of Polish spaces. These have wide applications in forcing theory.
- (K4. 2) We present a simple proof of the independence of Whitehead's problem.
- (K4. 3) An extension of Whitehead Problem and its connection to Martin's axiom was obtained for path algebras.
- (K4. 4) We discovered some congruence equations (in Number Theory) for power residues modulo a prime number.
- (K4. 5) In connection with (2), we generalize the notion of measure zero to quotients modulo ideals on the natural numbers.

< 引用文献 >

- [1] Andreas Blass and Saharon Shelah, Ultrafilters with small generating sets, *Israel J. Math.*, Vol. 65, No. 3, 1989, 259–271
- [2] Saharon Shelah, Two cardinal invariants of the continuum ($\mathfrak{b} < \mathfrak{a}$) and FS linearly ordered iterated forcing, *Acta Math.*, Vol. 192, No. 2, 2004, 187–223
- [3] Jörg Brendle and Vera Fischer, Mad families, splitting families and large continuum, *J. Symbolic Logic*, Vol. 76, No. 1, 2011, 198–208
- [4] Diego A. Mejía, Matrix iterations and Cichoń’s diagram, *Arch. Math. Logic*, Vol. 52, No. 3–4, 2013, 261–278
- [5] Diego A. Mejía, Template iterations with non-definable ccc forcing notions, *Ann. Pure Appl. Logic*, Vol. 166, No. 11, 2015, 1071–1109
- [6] Albert Atserias and Moritz Müller, Partially definable forcing and bounded arithmetic, *Arch. Math. Logic*, Vol. 54, 2015, 1–33
- [7] Martin Goldstern, Diego A. Mejía, and Saharon Shelah, The left side of Cichoń’s diagram, *Proc. Amer. Math. Soc.*, Vol. 144, No. 9, 2016, 4025–4042
- [8] Vera Fischer and Diego A. Mejía, Splitting, bounding, and almost disjointness can be quite different, *Canad. J. Math.*, Vol. 69, No. 3, 2017, 502–531
- [9] Arthur Fischer, Martin Goldstern, Jakob Kellner, and Saharon Shelah, Creature forcing and five cardinal characteristics in Cichoń’s diagram, *Arch. Math. Logic*, Vol. 56, 2017, 1045–1103
- [10] Vera Fischer, Sy D. Friedman, Diego A. Mejía, and Diana C. Montoya, Coherent systems of finite support iterations, *J. Symbolic Logic*, Vol. 83, No. 1, 2018, 208–236
- [11] Martin Goldstern, Jakob Kellner, and Saharon Shelah, Cichoń’s maximum, *Ann. of Math.*, Vol. 190, 2019, 113–143

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 14件 / うちオープンアクセス 9件）

1. 著者名 M. Cardona, D.A. Mejia and I. Rivera-Madrid	4. 巻 61
2. 論文標題 The covering number of the strong measure zero ideal can be above almost everything else	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Archive for Mathematical Logic	6. 最初と最後の頁 599-610
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00153-021-00808-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 L. Klausner and D.A. Mejia	4. 巻 61
2. 論文標題 Many different uniformity numbers of Yorioka ideals	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Archive for Mathematical Logic	6. 最初と最後の頁 653-683
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00153-021-00809-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Y. Kiriu and D.A. Mejia	4. 巻 40 (1)
2. 論文標題 Some notes about power residues modulo prime	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Revista Integracion, Temas de Matematicas	6. 最初と最後の頁 1-23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.18273/revint.v40n1-2022001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 M. Cardona and D.A. Mejia	4. 巻 2213
2. 論文標題 Forcing constellations of Cichon's diagram by using the Tukey order	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 14-47
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Jakob Kellner, Martin Goldstern, Diego A. Mejia, Saharon Shelah	4. 巻 246
2. 論文標題 Preservation of splitting families and cardinal characteristics of the continuum	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Israel Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 73-129
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11856-021-2237-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Jakob Kellner, Martin Goldstern, Diego A. Mejia, Saharon Shelah	4. 巻 170
2. 論文標題 Controlling classical cardinal characteristics while collapsing cardinals	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Colloquium Mathematicum	6. 最初と最後の頁 115-144
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4064/cm8420-2-2022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Diego A. Mejia	4. 巻 2164
2. 論文標題 Forcing and combinatorics of names	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 34-49
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ayako Itaba, Diego A. Mejia, Teruyuki Yorioka	4. 巻 72
2. 論文標題 Some infinitely generated non-projective modules over path algebras and their extensions under Martin's axiom	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 413-433
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/79857985	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Jakob Kellner, Martin Goldstern, Diego A. Mejia, Saharon Shelah	4. 巻 24
2. 論文標題 Cichon's maximum without large cardinals	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the European Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 3951-3967
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/JEMS/1178	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Joerg Brendle, Miguel Cardona, Diego A. Mejia	4. 巻 172
2. 論文標題 Filter-linkedness and its effect on preservation of cardinal characteristics	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annals of Pure and Applied Logic	6. 最初と最後の頁 102856
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.apal.2020.102856	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Diego A. Mejia	4. 巻 2141
2. 論文標題 A note on "Another ordering of the ten cardinal characteristics in Cichon's diagram" and further remarks	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Diego A. Mejia	4. 巻 -
2. 論文標題 Matrix iterations with vertical support restriction	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 14th and 15th Asian Logic Conferences, World Scientific	6. 最初と最後の頁 213-248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/10919	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Miguel Cardona, Diego A. Mejia	4. 巻 65
2. 論文標題 On cardinal characteristics associated with Yorioka ideals	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Logic Quarterly	6. 最初と最後の頁 170-199
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/ma1q.201800034	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Diego A. Mejia, Ismael Rivera-Madrid	4. 巻 53
2. 論文標題 Absoluteness theorems for arbitrary Polish spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Revista Colombiana de Matematicas	6. 最初と最後の頁 109-123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15446/recolma.v53n2.85521	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Diego A. Mejia	4. 巻 2081
2. 論文標題 Lecture notes: Recent (and not that recent) forcing techniques on finite support iterations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 7-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Jakob Kellner, Martin Goldstern, Diego A. Mejia, Saharon Shelah	4. 巻 21
2. 論文標題 Controlling cardinal characteristics without adding reals	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Logic	6. 最初と最後の頁 2150018
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219061321500185	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Diego A. Mejia, Carlos M. Parra-Londono	4. 巻 -
2. 論文標題 Independence of Whitehead Problem for algebraists	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 preprint	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Miguel Cardona, Diego A. Mejia, Lukas Klausner	4. 巻 -
2. 論文標題 Continuum Many Different Things: Localisation, Anti-Localisation and Yorioka Ideals	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 preprint	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Viera Gavalova, Diego A. Mejia	4. 巻 -
2. 論文標題 Lebesgue measure zero modulo ideals on the natural numbers	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 preprint	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計20件 (うち招待講演 15件 / うち国際学会 17件)

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 Coherent systems of finite support iterations
3. 学会等名 A short talk series: Research in Set Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 Continuum-many many things
3. 学会等名 XVI International Luminy Workshop in Set Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 短期コース: Recent forcing techniques: restrictions to submodels I and II
3. 学会等名 RIMS研究集会2021 実数の集合論における近年の進展 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 The infinite and the real numbers
3. 学会等名 II Workshop of Basic Sciences: a closeup to Engineering applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 Measure zero modulo ideals
3. 学会等名 XI Simposio Nororiental de Matematicas (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D.A. Mejia
2. 発表標題 Variations of the negation of Riis' axiom
3. 学会等名 1st Meeting Brazil-Colombia in Logic (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Preserving splitting families
3. 学会等名 Research Seminar, Kurt Goedel Research Center, University of Vienna (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Preserving failures of simple fragments of Martin's axiom
3. 学会等名 Kobe Set Theory Workshop 2021 on the occasion of Sakae Fuchino's Retirement (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Lebesgue measure zero modulo ideals
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Preservation Theorems of finite support iterations I and II
3. 学会等名 Set Theory of the Reals, Casa Matematica Oaxaca, Mexico (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Cichon's maximum over ZFC alone
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会、 数学基礎論および歴史分科会の特別講演、金沢大学 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Cichon's maximum without large cardinals
3. 学会等名 XVIII Latin American Symposium of Mathematical Logic, Concepcion University, Chile (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Cichon's maximum without large cardinals
3. 学会等名 京都大学RIMS研究集会2019集合論と無限 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Filter-linkedness and its effect on cardinal characteristics of the continuum
3. 学会等名 Set Theory Today: A conference in honor of Georg Cantor (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Filter-linkedness and its effect on cardinal characteristics of the continuum
3. 学会等名 Joint meeting of the Colombian and Mexican Mathematical Society (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Many different uniformity numbers of Yorioka ideals
3. 学会等名 京都RIMS研究集会2018 公理的集合論とその応用 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Cardinal Characteristics Associated with the Ideal of Strong Measure Zero Sets
3. 学会等名 ESI Set Theory Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 強測度ゼロ集合のイデアルに関連する基数不変量
3. 学会等名 日本数学会2022年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Cofinality of the ideal of strong measure zero sets
3. 学会等名 Columbia-Mexico seminar of Set Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Diego A. Mejia
2. 発表標題 Measure zero modulo ideals
3. 学会等名 京都大学RIMS研究集会2022強制法と基数算術の新たな展開 (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Diego A. Mejia (静岡大学教員データベース) https://tdb.shizuoka.ac.jp/RDB/public/Default2.aspx?id=11203&l=0 Diego A. Mejia (HP) https://www.researchgate.net/profile/Diego_Mejia2 Diego A. Mejia (Researchmap) https://researchmap.jp/mejia?lang=ja</p>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------