

令和 6 年 6 月 2 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2023

課題番号：18K13465

研究課題名（和文）非エルミート保存量を用いた可積分系スピン鎖のダイナミクスの解明

研究課題名（英文）Dynamics of integrable spin chains with non-Hermitian conserved quantities

研究代表者

松井 千尋 (Matsui, Chihiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：60732451

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では量子可積分性が非平衡状態にある系の物理的振る舞いに与える影響を調べることを目的とし、次の成果を得た。(1) 異方的ハイゼンベルグスピン鎖に対し、準局所的かつスピン反転非対称な保存量を構成した。(2) 非平衡定常状態にある異方的ハイゼンベルグスピン鎖の振る舞いが、(1)で構成した保存量のうち線型独立なもので特徴づけられることを示した。(3) 異方的ハイゼンベルグスピン鎖の両端に散逸の付いた開放系について、定常状態におけるカレントの振舞いに可積分性がどのように影響するか調べた。特に、バルクに局所不純物のある場合、可解な定常状態におけるスピнкаレントが不純物の影響を受けないことを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、固有状態熱化仮説により熱平衡化のメカニズムが飛躍的に解明されつつある一方、量子可積分系は固有状態熱化仮説の反例として注目を集めている。可積分系は多数の保存量の存在により熱平衡化が起らず、統計力学が適用できない対象であるが、一方で可積分性により物理量の厳密な計算が可能である。このことは、可積分系が統計力学を非平衡定常状態へと拡張する際のベンチマークとなりうることを示唆している。また、可積分系が長時間で到達する非平衡定常状態は、非零なカレントの存在を特徴とし、駆動を必要とせず半恒久的にカレントを保ち続けるデバイスの開発への応用が期待できる。

研究成果の概要（英文）：The aim of this study is to investigate the effect of quantum integrability on the physical behavior of systems in non-equilibrium states, and the following results were obtained: (1) For the anisotropic Heisenberg spin chain, we constructed quasi-local and spin-reversal asymmetric conserved quantities. (2) We demonstrated that the behavior of the anisotropic Heisenberg spin chain in a non-equilibrium steady state can be characterized by the linearly independent conserved quantities constructed in (1). (3) For an open system with dissipation at both ends of the anisotropic Heisenberg spin chain, we investigated how integrability affects the behavior of the current in the steady state. In particular, we showed that the spin current in the solvable steady state is not affected by impurities in the bulk.

研究分野：数理物理学

キーワード：統計力学 量子可積分系 量子スピン系

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

近年、固有状態熱化仮説により熱平衡化のメカニズムが飛躍的に解明されつつある一方、量子可積分系は固有状態熱化仮説の反例として注目を集めている。可積分系は多数の保存量の存在により熱平衡化が起らず長時間で到達する非平衡定常状態に達するが、一方で可積分性により物理量の厳密な計算が可能である。非平衡定常状態における可積分スピン鎖の解析は、準局所保存量が導入されたことで大きく進歩した。一方で、保存量による非平衡定常状態の定式化は、可積分系に対しても未完成であった。このことは、準保存量が経験則的に導入されていたことに一部起因しており、その物理的・数学的性質の解明より非平衡定常状態の理解を目指した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、非平衡定常状態にある量子可積分系に対して経験則的に積み上げられてきた結果を統一的に理解すること、および可積分系のもつ保存量を用いて非平衡定常状態を記述するための定式化を行うことである。この目的を達成するため、主に量子可積分系を対象として具体的に以下の課題に取り組んだ。

- (1) 準局所性をもつ非エルミート保存量の構成
- (2) 非平衡定常状態を特徴づける物理量、特にスピncレントの振る舞いの、非エルミート保存量を用いた解析
- (3) 準局所保存量による非平衡定常状態の記述の定式化

3. 研究の方法

研究課題達成のため、上記の三つの具体的な課題に以下の方法で取り組んだ。

- (1) 準局所性をもつ非エルミート保存量の構成

可積分系である XXZ 模型の保存量は、互いに交換する転送行列を母関数として与えられる。転送行列の構成には物理量に表れない補助空間を導入するが、補助空間の取り方により異なる性質をもつ保存量が構成される。補助空間に複素数スピン値を導入することにより、非平衡物理の特徴を捉える性質をもつ保存量を構成した。

- (2) 非平衡定常状態を特徴づける物理量、特にスピncレントの振る舞いの、非エルミート保存量を用いた解析

線形応答が成立する系において、カレントの弾道性を与える量にドルーデ重率があるが、これはカレントと保存量との内積の二乗を保存量どうしの内積で割ったもので与えられる。A で構成した新しい保存量を用いることで非平衡定常状態を特徴づけるカレントの存在を示した。

- (3) 準局所保存量による非平衡定常状態の記述の定式化

熱力学的極限における異方的ハイゼンベルグスピン鎖の固有状態は複数種類の束縛状態から成り、それぞれの束縛状態に対応する準粒子の密度関数によって特徴づけられる。非平衡定常状態もまた同様に、この密度関数の組を用いて一意に特徴づけられる。保存量と密度関数との対応関数を明らかにすることで、保存量による非平衡定常状態の記述を定式化した。また、異方的ハイゼンベルグスピン鎖に対し、非平衡定常状態において熱力学的に独立な保存量の組を決定した。

4. 研究成果

本研究の成果は大きく二つに分かれる．一つは孤立量子系の非平衡定常状態に関する成果，もう一つは開放量子系の非平衡定常状態に関する成果である．

孤立量子系の非平衡定常状態に関する成果（参考文献）

非平衡状態にある量子系の振る舞いを特徴付ける量として，カレントに着目した．カレントが弾道的であるかどうかは，系がもつ保存量により決定されることが既存研究により知られていた．そこでまず，本研究が対象とする異方的ハイゼンベルグスピン鎖の保存量を，補助空間に対して複素数スピンを導入することで構成した（図 1）．構成した保存量が準局所性をもつこと，およびハミルトニアンのもつ対称性（スピン反転対称性）をもたず， s 無限の極限で全磁化に対応する演算子と解釈できることを示した．また，補助空間の選択により無限種類の保存量を構成することができるが，線型独立なものは有限種類であることを示した．

つぎに，保存量を用いて異方的ハイゼンベルグスピン鎖の非平衡定常状態の特徴を調べた．スピン反転対称性を持たない保存量がスピнкаレントの弾道性に寄与すること，およびそのドルーで重率の上限が線型独立なもので達成されることを示した．さらに，異方的ハイゼンベルグスピン鎖の定常状態を特徴付ける準粒子の密度関数と保存量とが一对一に対応することを示した．これにより，線型独立な保存量のみを用いて異方的ハイゼンベルグスピン鎖の非平衡定常状態が記述できることを示した．

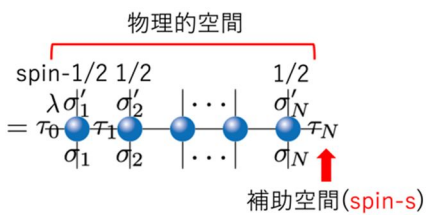


図 1. 補助空間にスピン s を配置した転送行列． s の取り方により異なる転送行列が得られる．

開放量子系の非平衡定常状態に関する成果（参考文献）

異方的ハイゼンベルグスピン鎖の両端に散逸の付いた開放系について，定常状態におけるカレントの振舞いに可積分性がどのように影響するか調べた．特に，バルクに局所不純物のある場合に着目し，定常状態が行列積を用いて厳密に構成できるための条件を，バルク部分の可解性と散逸項の関係として明らかにした．厳密な定常状態が求まる可解なモデルでは，定常状態におけるスピнкаレントが不純物の影響を受けないことを示した．さらに，不純物により可積分性が壊れる場合に，スピнкаレントが不純物の影響で変化することを数値的に示し，スピнкаレントのロバスト性は可積分性に由来することを明らかにした（図 2）．

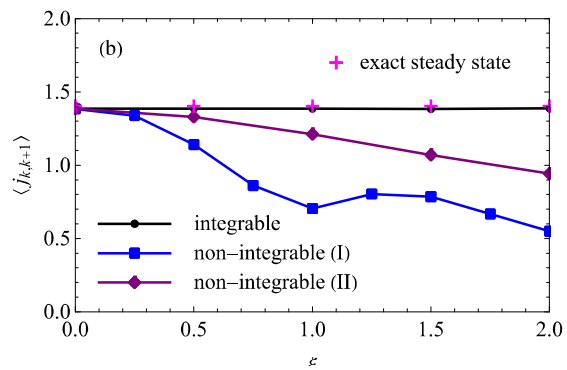


図 2. 両端に散逸の付いた異方的ハイゼンベルグスピン鎖のカレントの不純物との相互作用依存性．

以上の結果は，ハミルトニアンと対称性の異なる保存量の存在や開放量子系への可積分手法の拡張といった可積分分野の大きな進展にとどまらず，未だ完成していない非平衡領域，特に非平衡定常領域における統計力学の定式化につながるものである．また，可積分系のもつ多数の保存量に起因する恒久的なカレントの存在は，今後，駆動なしで減衰しないカレントをもつデバイスの開発へつながると期待できる．

<参考文献>

Chihiro Matsui, “Nonequilibrium physics in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities”, *J. Phys. A: Math. Theor.* 53, 134001 (2020).

Chihiro Matsui and Naoto Tsuji, “Exact steady states of the impurity-doped XXZ spin chain coupled to dissipators”, *J. Stat. Mech: Theor. Exp.* 2024, 033105 (2024).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Chihiro Matsui	4. 巻 53
2. 論文標題 Nonequilibrium physics in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 134001 ~ 134001
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab72ae	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Chihiro Matsui, Naoto Tsujio Matsui	4. 巻 2024
2. 論文標題 Exact steady states of the impurity-doped XXZ spin chain coupled to dissipators	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment	6. 最初と最後の頁 033105 ~ 033105
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1742-5468/ad2b5c	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計10件（うち招待講演 6件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Thermalization and relaxation of isolated quantum systems
3. 学会等名 Women at the Intersection of Mathematics and Theoretical Physics Meet in Okinawa (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 松井千尋
2. 発表標題 不純物を含む散逸付きXXZ鎖の定常状態の解析
3. 学会等名 日本物理学会2022年秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Quasilocal charges of the XXZ spin chain and integrability of the boundary-driven diffusive system
3. 学会等名 Integrable Quantum Many-Body Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Nonequilibrium physics of the XXZ model and spin-flip non-invariant conserved quantities
3. 学会等名 RIGOROUS STATISTICAL MECHANICS AND RELATED TOPICS II (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Nonequilibrium physics in the XXZ model and spin-flip asymmetric conserved quantities
3. 学会等名 Statphys27 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 松井千尋
2. 発表標題 XXZスピン鎖におけるスピン反転不変性をもたない保存量と非平衡現象
3. 学会等名 日本物理学会2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Non-Hermitian quasilocal charges and non-equilibrium behavior of the XXZ model
3. 学会等名 International Workshop: Theoretical Developments and Experimental Progresses in Quantum Matter: Dynamics of Quantum Magnetism (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Nonequilibrium physics in integrable systems and spin-flip non-invariant conserved quantities
3. 学会等名 BAXTER 2020: FRONTIERS IN INTEGRABILITY (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Chihiro Matsui
2. 発表標題 Quasilocal charges and non-equilibrium behavior in integrable systems
3. 学会等名 Correlations in Integrable Quantum Many-Body Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 松井 千尋
2. 発表標題 可積分系における保存量の準局所性と非平衡現象
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Chihiro MATSUI
<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~matsui/index.html>
Francesco Ravanini
<https://www.unibo.it/sitoweb/francesco.ravanini/en>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------