

令和 4 年 6 月 13 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K13468

研究課題名（和文）量子化・擬確率の随伴理論に基づく量子現象の解析

研究課題名（英文）Analysis of Quantum Phenomena Based on the Duality Between Quantisations and Quasiprobabilities

研究代表者

李 宰河（Lee, Jaeha）

東京大学・生産技術研究所・助教

研究者番号：20816607

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題においては、非古典論（量子論）の最も顕著な特徴の一つとして知られる不確定性原理について、その普遍的定式化の構築に成功し、これが標準的な Kennard-Robertson の関係をはじめ、より最近の小澤の関係など、従来の代表的な定式化の幾つかをその特別な場合の系として包含する結果であることが示されました。また、量子論の定める精度限界に迫る精密測定技術に関し、技術的な不確かさの存在下で測定精度の向上に寄与するとされる条件付けの技法（通称：弱測定）について、その有効性評価のために過去に提示した理論的枠組に立脚し、その代表的な応用例の有意性を確認することで、当技法の有用性を実証しました。

研究成果の学術的意義や社会的意義

不確定性原理は、量子論の根幹として理論における重要な地位を占めることはもとより、様々な量子現象の源泉であることに鑑みて、その深い理解は今後の量子技術の一層の発展において肝要となります。本研究成果は、量子論における不確定性の根源に迫るものであって、その包括的理解への道標となり得るものと期待されます。また精密測定技術は、科学技術の発展に不可欠なものであって、量子測定においては原理的な精度限界への到達を理想とします。量子的な条件付けの技法は、測定精度の向上をもたらす技術として有望視されており、その有意性に関する本研究成果は、今後の応用を設計する上でも有用な理論的指針となることが期待されます。

研究成果の概要（英文）：The research project resulted in a universal formulation of the uncertainty principle, which is known as one of the remarkable characteristics of non-classical theory (quantum theory). In particular, the universal formulation is shown to entail, as corollaries to its special cases, several notable formulations including the standard Kennard-Robertson relation as well as the more recent Ozawa relations. An analysis of the technique of conditioning in quantum measurements (commonly known as the weak measurement), which is expected to improve measurement precision in the face of technical imperfections so that it may approach the fundamental limit dictated by quantum theory, has also been conducted. Based on the theoretical framework that was proposed in the previous research project for the firm evaluation of the validity of the measurement, the analysis confirmed the validity of some of the well-known applications of the technique, thereby providing theoretical support for its efficacy.

研究分野：量子基礎論、量子測定理論

キーワード：量子基礎論 量子測定 不確定性関係 弱値 弱測定 精密測定

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

前世紀初頭の量子論の発見は、物理学における基本概念である物理量(観測量: observable)の概念に大きな変革をもたらしました。量子世界においては、物理量は本質的に確率的な挙動を示すことが明らかとなり、また位置と運動量に代表されるように、その値が同時に確定しない物理量の組の存在は、量子論の最も顕著な特徴の一つとして広く知られるところです。さて、一般に物理系の古典的記述においては、物理量は系の相空間(phase space)上の実関数として捉えられますが、同系に量子的な記述を附与するには、これらの実関数を適当な Hilbert 空間上の自己共軛作用素に変換して「量子化」する必要があります。ところが、このような古典的な物理量の「量子化」の手続においては、作用素の非可換性に起因する所謂 ordering の任意性から、その構成法に Planck 定数程度の本質的な不定性が存在することが知られており、歴史的にも Weyl 量子化や Born-Jordan 量子化をはじめとした様々なものが考案されてきました。

このような不定性の存在は、他方で量子論における状態概念に確率解釈を附与する際にも知られています。古典系においては、一般にその状態は相空間上の点(または広く、同時確率分布)による一意的な記述が可能とされますが、これは位置・運動量の同時測定が原理的には任意の精度で実現可能であることによって担保されます。ところが量子論においては、そのような正準共軛な物理量の組の同時測定は不確定性原理によって禁じられるため、同時確率分布による状態記述は操作的な意味を持ち得ません。ここにおいて、確率概念を負値(または複素数値)に拡張することで、そのような仮想的な同時測定(「擬測定」)を構成する手法が知られており、その仮想的な分布である「擬確率」分布については、歴史的には Wigner-Ville 分布や Kirkwood-Dirac 分布など、多数の構成法が考案されています。

上述の「量子化」や「擬測定」(または広く、量子状態の「擬古典表現」)の手法は、とりわけ古典論と量子論における物理量および状態概念について、その構造の相違を分析するための基盤としても興味深いものです。研究代表者は、過去の研究においてこれらの構成法を統一的に扱う枠組の構築に成功し、とりわけ「量子化」と「擬古典表現」の組には互いが互いの随伴として一対一対応があって(双対関係)両者が等価な問題であることを明らかにした上で、さらにこのような「量子化・擬古典表現」の一般的な構成法を提示することで、前述の歴史的提案を全てこの特別な場合として整理しました。

2. 研究の目的

本研究は、量子論の構造や量子現象について、上述の量子化と擬古典表現の双対性を中心に据えた分析を行い、これらに新たな知見を加えることを目的としたものです。本研究課題においては、とりわけ量子論における物理量の非可換性の直接の帰結である不確定性原理の発現機構の理解の深化を第一の課題とし、またこれに加えて、量子系の精密測定において近年着目されている条件付けの技法(通称:弱測定)の有効性の実証を第二の課題としました。

3. 研究の方法

本研究課題においては、両課題において原則として数学的に厳密な手続きによる解析を基調としました。但し、第二の課題(条件付けの技法の有効性の実証)において、具体的な実験の有意性の検証を行う際には、多量の統計処理を行う必要から、その一部に計算機による数値計算を用いました。

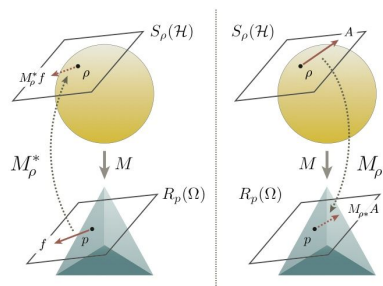
4. 研究成果

本研究課題における主要な研究成果は次の通りです。

(1) 不確定性関係の普遍的定式化

およそ一世紀前の Heisenberg の提唱になる不確定性原理(または不確定性関係)は、我々の親しむ決定的で実在的な日常的世界観の転換を鋭く迫るものとして、相対性原理と並び最も一般に流布した物理用語の一つとなっています。歴史的には発見法的な議論から始まった不確定性原理は、その後、量子揺らぎや測定誤差、観測(者)効果をはじめとした多種多様な代償関係へと敷衍され、現在では多くの量子現象の根幹に位置するものとして、その重要性が広く認識されています。その一方で、従来これら各種の関係は、それぞれが相互に独立した関係式として別個に定式化されてきました。

研究代表者は、本課題において不確定性原理の新たな普遍的定式化の構成に成功し、上述の3つの典型的関係（量子揺らぎ・測定誤差・観測効果）の統一を実現しました。本定式化は、状態空間の間の写像が誘導する局所写像の対の存在を基に構成される優美なものであり、最小限の構造のみを前提とする普遍性や表現論を経由しない簡索性、さらに操作的意義の明瞭性など、従来の定式化に対する利点を幾つか具えています。右図は量子測定の場合を表したもので、量子状態空間（球）から古典確率空間（正四面体）への写像である量子測定 M が、局所写像の対である（左）引き戻しと（右）押し出しを誘導する様子が図示されています。本定式化は、とりわけ標準的な Kennard-Robertson (KR) の関係をはじめとして、より最近の小澤の不等式など幾つかの既存の代表的な定式化をその特別な場合の系 (corollary) として包含する一般的な結果であり、量子論における不確定性の発現機構の解明とその統一的理解に向けた道筋を開くものとして期待されます。



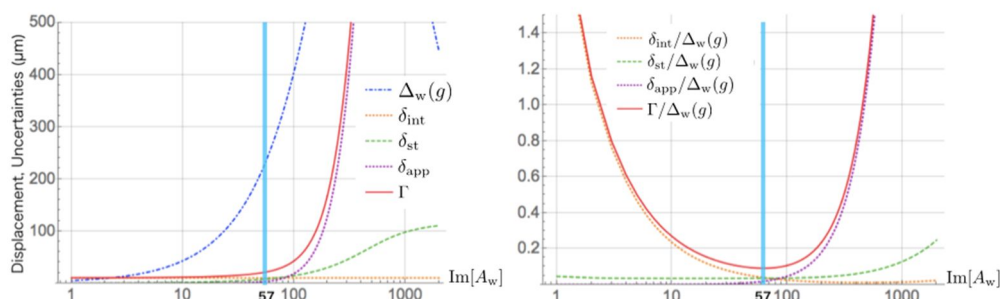
(2) 最小不確定状態の解析

正準共軛な物理量の組である位置と運動量に係る標準的な KR の関係においては、コヒーレント状態がその統合達成を実現する最小不確定状態を与えるように、一般に不確定性関係の最小不確定状態は、当該不等式の特徴を反映するものとして、理論と応用の両面において重要な解析対象となります。本研究課題においては、上述の KR の関係の拡張として知られる Schrödinger の関係について、これの更なる拡張を行った上で、これらの関係の最小不確定状態の解析を行いました。ここにおいては、本拡張の統合達成条件の特徴付けを通して、前述の KR と Schrödinger の両関係の統合達成条件に新たな視点を提示し、また本拡張と他の既存の拡張との比較を行って、不確定性のより厳格な評価に向けた有用な知見を与えました。

(3) 量子測定における条件付けの技法（弱測定）による精密測定技術の有意性検証

量子論の定める測定精度の限界に迫るためには、精密測定技術が肝要となります。これに関して近年、量子測定の特性的な巧妙な応用（条件付け）によって有用な測定値を選別し、測定精度の向上を図る技術が注目を浴びています。当技術は、実効的に非破壊測定が実現されるような測定強度の弱領域における応用が典型的であることに加え、量子論における新たな物理量概念である「弱値」を用いた説明が有用であることから、広く「弱測定」とも呼称されています。弱測定については、実験的には精密測定の実験報告が複数なされている一方で、その有用性に関する理論的な裏付けは盤石でなく、とりわけ選別の過程で行われるデータの棄却が原理的な精度向上をもたらすか否かを問題の焦点として、その利点については未だ統一の見解には至っていません。

この状況に鑑みて、研究代表者は過去の研究において、弱測定における各種の不確かさの総合評価の理論モデルを構築し、弱測定のもたらす測定精度向上の機構を、これらの不確かさ同士の代償関係の最適化問題として数理的に提示することに成功しました。この成果を踏まえて、本課題においては、従前より本技術の成功例として広く知られる光のスピンホール効果 (SHEL) の検証実験と Sagnac 干渉計を用いた微小角変化の検出実験について、各種の不確かさの代償関係の分析を通して当該実験の有意性を確認し、本理論が既存の実験の有意性をよく説明することを実証しました。このような各種の不確かさの競合状態とそれらの間の代償関係は、下図の SHEL 検証実験の有意性評価に関するグラフに明確に見て取ることができ、これが一般の弱測定における典型的な状況となっていることが判明しました。



5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Jaeha Lee, Izumi Tsutsui	4. 巻 22
2. 論文標題 Uncertainty Relation for Errors Focusing on General POVM Measurements with an Example of Two-State Quantum Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 1222
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/e22111222	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Yuichiro Mori, Jaeha Lee, Izumi Tsutsui	4. 巻 53
2. 論文標題 On the validity of weak measurement applied for precision measurement	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.	6. 最初と最後の頁 15501
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1361-6455/ab5200	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Lee Jaeha, Tsutsui Izumi	4. 巻 261
2. 論文標題 A General Framework of Quasi-probabilities and the Statistical Behaviour of Non-commuting Quantum Observables	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 195 ~ 228
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-981-13-2487-1_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 4件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 量子測定の誤差に関する新たな不確定性関係について
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 李宰河, 竹内啓太, 渡辺皆成, 筒井泉
2. 発表標題 弱値を用いた不確定性関係の拡張とその解析
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 李宰河
2. 発表標題 古典物理量の量子化と複素数値の確率概念
3. 学会等名 量子と古典の物理と幾何 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 李宰河
2. 発表標題 不確定性関係の幾何学的定式化
3. 学会等名 量子論の諸問題と今後の発展 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 不確定性関係の幾何学的定式化について
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 竹内啓太, 渡辺皆成, 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 弱値を含む不確定性関係とその最小不確定状態について
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 李宰河, 森雄一朗, 筒井泉
2. 発表標題 量子測定における条件付けの技術的利点の理論解析と実験検証
3. 学会等名 量子情報・物性の新潮流
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 量子測定における条件付けの利点に関する理論的解析
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 森雄一朗, 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 弱測定を用いた精密測定実験の有効性の検証
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 花城将悟, 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 ABL則と弱値の関係について
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 李宰河
2. 発表標題 弱値概念の解釈と弱測定の高精密測定への応用
3. 学会等名 弱値・弱測定の展望 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 李宰河
2. 発表標題 弱値から見た不確定性関係とその最小不確定状態を通じた解釈
3. 学会等名 弱値・弱測定の新展開 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 竹内啓太, 李宰河, 筒井泉
2. 発表標題 Schroedinger の不等式の最小不確定状態について
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------